

2ème Edition

Sujets  
Corrigés

# Physique Chimie Générale

Objectifs

L'essentiel à Retenir

Tests de Connaissance

Exercices de Bases et d'approfondissements

Des Corrigés Guidés

Fehri SIDHOM



## Remerciements

Je remercie toutes les personnes qui m'ont aidé et encouragé à élaborer ce manuel.

Mes remerciements s'adressent en particulier à mon épouse **Hajer ZANGAR** qui m'a soutenu moralement et surtout matériellement, sans elle le manuel n'aura pas vu le jour.

**L'auteur**

**FEHRI SIDHOM**

## AVANT PROPOS

Cet ouvrage a été conçu pour apporter une aide à l'élève de la classe terminale, aux étudiants du Prépa, aux étudiants de Licence en Physique ou chimie. Il est apporté une aide à toute personne qui s'intéresse aux thématiques de la physique générale et les notions de base de la chimie.

Dans chaque chapitre, le lecteur trouvera :

- ✓ Des rappels de cours (rubrique intitulée : L'ESSENTIEL DE L'ESSENTIEL A RETENIR): Cette rubrique permet une revue rapide des notions essentielles du chapitre. Ces rappels ne doivent pas remplacer le manuel du cours.
- ✓ Une rubrique intitulée « CONTROLEZ VOS CONNAISSANCES » permet à l'élève/l'étudiant de se tester et éventuellement reprendre le cours correspondant. Cette rubrique est souvent présentée sous forme de questions à choix multiples. Les réponses relatives à cette rubrique sont fournies à la fin du chapitre correspondant.
- ✓ Enfin des exercices et des problèmes classés par thème suivis de leurs solutions commentées.

Il faut rappeler une fois de plus le bon usage d'un livre d'exercices. Il faut avoir le courage de ne pas lire la solution avant de l'avoir cherchée. Il faut y avoir recours qu'en cas de difficulté ou après avoir trouvé la solution pour contrôle.

**FEHRI SIDHOM**

## **CONSEILS PRATIQUES DANS LA RESOLUTION D'UN EXERCICE**

- Le candidat doit avant de saisir son crayon, lire attentivement la totalité du sujet proposé.
- Ne pas s'inquiéter si l'énoncé vous paraît long. La longueur de l'énoncé n'a aucun rapport avec la difficulté.
- Le candidat rédigera la solution en s'appuyant sur des théorèmes, des lois ou des définitions tout en respectant les notations de l'énoncé.
- Les résultats doivent être donnés d'abord sous forme littérale qu'il encadre et vérifie l'homogénéité. On procède ensuite aux applications numériques. Donnez la réponse numérique avec un nombre convenable de chiffres significatifs et ne pas oublier les unités.
- Le correcteur fait preuve d'indulgence si une réponse est fautive parce que la précédente l'est aussi mais que le raisonnement soit correct.

*Il ne me reste qu'à vous souhaiter bon courage et bonne réussite.*

**FEHRI SIDHOM**

# Table des Matières

## PHYSIQUE

<i>L'énergie mécanique</i>	7
<i>Phénomènes périodiques sinusoïdaux - Les oscillateurs</i>	35
<i>Propagation d'un ébranlement</i>	89
<i>Interférences mécaniques</i>	112
<i>Interférences lumineuses</i>	143
<i>Aspect corpusculaire de la lumière</i>	161
<i>L'amplificateur opérationnel (A.O.P.)</i>	174
<i>La radioactivité</i>	195

## CHIMIE

<i>Cinétique Chimique</i>	213
<i>Les équilibres chimiques</i>	227
<i>Les réactions acides – bases - pH</i>	251
<i>Dosage acido – basiques</i>	282
<i>Les piles électrochimiques</i>	326

# PHYSIQUE



## ***L'énergie mécanique***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés.*

## ***Phénomènes périodiques sinusoïdaux-les oscillateurs***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***Propagation d'un ébranlement***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***Interférences mécaniques***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***Interférences lumineuses***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***Aspect corpusculaire de la lumière***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***L'amplificateur opérationnel (A.O.P.)***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***La radioactivité***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

*L' énergie  
mécanique*

## Objectifs

### 1- Energie mécanique:

- Définir l'énergie cinétique d'un système matériel en mouvement de translation.
- Définir l'énergie potentielle de pesanteur du système {solide - terre}
- Définir l'énergie potentielle élastique
- Définir l'énergie mécanique d'un système matériel

### 2- Théorème de l'énergie cinétique

- Montrer que toute variation de l'énergie cinétique d'un système matériel est due à un travail non nul de forces appliquées au système.
- Enoncer le théorème de l'énergie cinétique
- Etre capable d'appliquer le théorème
- Expliquer dans quel cas il y a conservation de l'énergie cinétique: Choc élastique entre deux solides en translation.

### 3- Variation de l'énergie mécanique d'un système matériel

- Exprimer la variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants.
- Distinguer entre des forces intérieures dissipatives et forces intérieures non dissipatives.
- Reconnaître un système conservatif.

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

### Travail d'une force constante au cours d'un déplacement rectiligne

- $\vec{F}$  est constante en direction, sens et norme :

$$\begin{aligned} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) &= \vec{F} \cdot \vec{AB} \\ &= \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{AB}\| \cdot \cos \alpha; \alpha = (\vec{AB}, \vec{F}) \end{aligned}$$

- Cas particuliers:

$$\alpha = 0 \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \|\vec{F}\| \cdot l > 0; \text{travail moteur}$$

$$\alpha = 90^\circ \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 0$$

#### Travail du poids d'un corps

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{p}) = \pm \|\vec{p}\| \cdot h$$

h étant la différence d'altitude séparant A et B.

Lors d'une descente:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{p}) = + \|\vec{p}\| \cdot h > 0$$

Lors d'une montée:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{p}) = - \|\vec{p}\| \cdot h < 0 \quad (\text{travail résistant})$$

Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi pour aller d'une position à une autre.

### Travail d'une force de norme variable: cas de la tension d'un ressort

Si la déformation du ressort passe de  $X_1$  à  $X_2$ , le travail de la tension du ressort s'écrit:

$$W_{X_1 \rightarrow X_2}(\vec{T}) = \frac{1}{2} K \cdot X_2^2 - \frac{1}{2} K \cdot X_1^2$$

**Energie cinétique d'un solide en translation:**  $E_C = \frac{1}{2} \cdot M \cdot V_G^2$

**Energie potentielle de pesanteur du système {solide - Terre}**  
 $E_{p_p}(z) = M \cdot g \cdot z + C$  C = constante, z étant l'altitude du solide par rapport à un plan de référence horizontal.

$C = E_{p_p}(0)$  Si  $E_{p_p}$  est nulle au niveau du plan de référence alors  $C=0$

**Energie potentielle élastique**

Pour un ressort déformé d'une longueur X:  $E_{p_p} = \frac{1}{2} K \cdot X^2$

**Variation de l'énergie potentielle d'un système**

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = -\sum_{F \text{ int non dissipatives}} W_{\vec{F}}$$

**Energie mécanique:**

$$E = E_C + E_p \text{ avec } E_p = E_{p_p} + E_{p_e}$$

**Théorème de l'énergie cinétique**

$$\Delta E_C = E_{C(2)} - E_{C(1)} = \sum W_{f_{\text{ext}}} + \sum W_{f_{\text{int}}}$$

(Enoncé : voir votre cours)

**Variation de l'énergie mécanique d'un système**

$$\Delta E = \sum W_{f_{\text{ext}}} + \sum W_{f_{\text{int dissipatives}}}$$

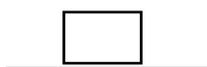
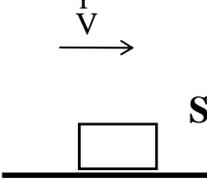
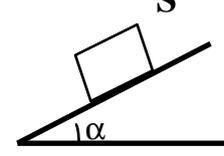
Pour un système conservatif  $\Delta E = 0$  donc l'énergie E est constante.

Autrement dit, il y a transformation mutuelle d'énergie cinétique en énergie potentielle et réciproquement tel que  $\Delta E_C = -\Delta E_p$

## Contrôlez vos connaissances



**I-** Dans quel cas le solide S est-il un système pseudo-isolé?

 <p>S au repos ( a )</p>	 <p><math>\vec{v}</math> Constant, pas de frottement ( b )</p>	 <p>Pas de frottement ( c )</p>
---	---	---

**II-** Réponse par vrai ou faux.

1) Si entre deux instants la variation de l'énergie cinétique d'un système, dans un référentiel galiléen, est nulle alors le mouvement est uniforme.

2) On considère un solide assimilable à un point matériel, dans un référentiel galiléen, la somme des forces appliquées à ce solide n'est pas nulle:

- a) Le solide passe de l'état de repos à l'état de mouvement
- b) Le vecteur vitesse reste constant

**III-** Dans un choc inélastique:

a) Le vecteur quantité de mouvement et l'énergie cinétique se conservent.

b) L'énergie mécanique ne se conserve pas.

c) L'énergie cinétique se conserve.

**EXERCICES PROPOSES****Exercice N°1:**

Une caisse de masse  $m = 20 \text{ kg}$  est tirée sur un sol horizontal, parfaitement lisse. Le câble de traction fait un angle de  $60^\circ$  avec l'horizontale. La force de traction a pour valeur  $10 \text{ N}$ .

- 1- Faire l'inventaire des forces s'exerçant sur la caisse et représenter ces forces sur un schéma.
- 2- Calculer les travaux de toutes les forces qui s'exercent sur cette caisse pour un déplacement  $d=5\text{m}$ .
- 3- Reprendre l'exercice en supposant qu'il existe des forces de frottement de valeur  $0,8\text{N}$  parallèle au déplacement et de sens contraire au mouvement.

**Exercice N°2:**

Un corps de masse  $m = 4\text{kg}$ , au repos est suspendu à un fil. Son centre d'inertie  $G$  est à  $l = 60\text{cm}$  du point de suspension. On écarte le corps de sa position d'équilibre et on l'immobilise dans une position pour laquelle le fil tendu fait un angle  $\alpha = 30^\circ$ .

Quelle est la variation de l'énergie potentielle du corps dans le champ de pesanteur entre les deux positions?

**Exercice N°3:**

Un pendule est constitué d'une bille métallique de masse  $m$  et de dimension négligeable attachée à l'extrémité d'un fil de longueur  $l$  et de masse négligeable. On écarte le pendule, fil tendu d'un angle  $\theta_0$  et on le lâche sans vitesse initiale.

1- Déterminer la valeur  $\|\vec{v}\|$  de la vitesse  $\vec{v}$  de la bille lorsque le pendule passe par sa position d'équilibre stable (la verticale de O).

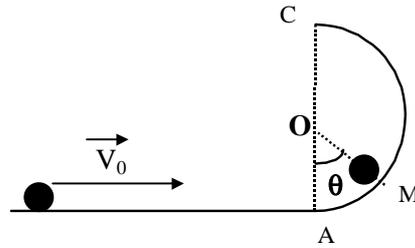
2- a) Déterminer la valeur  $\|\vec{v}\|$  de la vitesse de la bille lorsque l'abscisse angulaire du pendule comptée par rapport à la verticale a pour valeur  $\theta$ .

b) Déterminer la tension du fil en cette position.

$$\text{A.N.: } l = 1\text{m}, g = 9,8\text{ms}^{-2}, \theta_0 = 60^\circ, \theta = 30^\circ, m = 100\text{g}.$$

**Exercice N°4:**

Un solide ponctuel de masse  $m$  est lancé avec une vitesse  $\vec{V}_0$  sur une glissière circulaire de rayon  $r$  et de centre O. Les frottements sont négligeables. La position du mobile sur la portion de trajectoire est repérée par l'angle  $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$  et telle que OA est perpendiculaire au plan horizontal passant par A



- 1- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique exprimer la valeur de la vitesse  $\vec{V}$  du solide au point M en fonction de  $r$ ,  $\theta$ ,  $\|\vec{g}\|$  et  $V_0$ .
  - 2- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique exprimer la norme de la réaction  $\vec{R}$  exercée par la glissière sur le solide au point M.
  - 3- Montrer que la réaction s'annule pour une valeur  $\theta_m$  de  $\theta$ . Quelle est la valeur minimale de  $V_0$  pour que le solide atteigne le sommet C de la trajectoire? Quelle est alors sa vitesse en C?
- On donne :  $r = 1\text{m}$ ,  $\|\vec{g}\| = 10\text{ms}^{-2}$ .

**Exercice N°5 :**

Un solide S de masse  $m$  est lâché sans vitesse initiale et glisse sur un plan incliné AB d'un angle  $\alpha$  sur l'horizontale. Le solide arrive en B avec une vitesse  $V_B = 4\text{m.s}^{-1}$ .

- 1- Calculer la variation de l'énergie cinétique du solide entre les positions A et B.
- 2- Calculer le travail du poids de S pour aller de A à B
- 3- Calculer, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique, le travail de la réaction  $\vec{R}$  exercée par le plan sur le solide.

AN:  $AB = l = 2\text{m}$ ,  $\|\vec{g}\| = 10\text{m.s}^{-2}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $m = 1\text{kg}$ .

**Exercice N°6:**

Deux solides A et B de masses respectives  $m_1$  et  $m_2$  se déplacent sur un axe horizontal sans frottement en translation rectiligne. Leurs vitesses initiales sont  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  respectivement. Il se produit entre les deux solides un choc frontal très bref supposé élastique.

- 1- Etablir les expressions des vitesses  $\vec{V}'_1$  et  $\vec{V}'_2$  respectivement de A et de B après le choc.  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  sont supposés colinéaires.  $\|\vec{V}_1\| = 50\text{cm.s}^{-1}$ ,

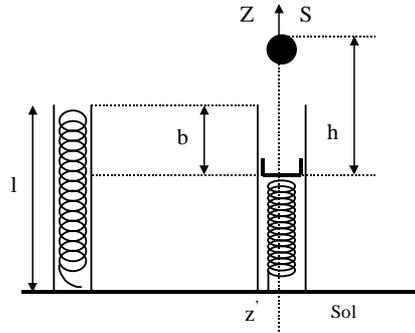
$\|\vec{V}_2\| = 40\text{cm.s}^{-1}$   $m_1 = 635\text{g}$ ,  $m_2 = 1100\text{g}$ .

- 2- Examiner les cas particuliers suivants:

- a)  $m_1 = m_2 = m$   
 b)  $m_1 = m_2 = m$  et  $V_2 = 0$

**Exercice N°7:**

Un ressort de raideur  $k=400\text{Nm}^{-1}$  et de longueur à vide  $l_0$  est placé à l'intérieur d'un tube vertical. Son extrémité inférieure est fixée au sol; sur l'autre extrémité libre, on fixe une masselotte cylindrique, solidaire d'un plateau horizontal et pouvant glisser sans frottement à l'intérieur du tube. L'ensemble masselotte plateau a une masse  $M$ . Le ressort se raccourcit de  $b$ .



1-

a) Déterminer la valeur de  $b$  en fonction de  $M$ ,  $g$  et  $k$ .

b) Etablir en fonction de  $k$ ,  $b$  et  $l_0$  l'expression de l'énergie potentielle de l'ensemble {ressort - masselotte - plateau - Terre} lorsque le système est en équilibre. L'énergie potentielle de pesanteur au niveau du sol est prise égale à zéro.

2- Un solide  $S$  de masse  $M'$  est placé suivant l'axe  $z'z$  au dessus du plateau en équilibre à une hauteur  $h$ . On abandonne le solide  $S$  sans vitesse initiale. En admettant que le choc entre le solide et le plateau est mou, c'est à dire que le solide  $S$  et le plateau restent solidaires et prennent la vitesse  $\vec{V}_1$ ; calculer:

a) La norme de  $\vec{V}_1$  juste après le choc.

b) La variation de l'énergie cinétique au cours du choc.

$$\text{AN: } M = M' = 1\text{kg}; h = 0,20\text{m}; g = 10\text{ms}^{-2}.$$

**Exercice N°8:**

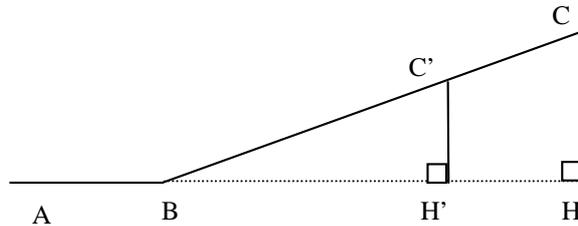
Sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  sur l'horizontale, un solide (A) de masse  $m$  est lancé vers le haut à partir d'un point  $M_1$ , avec une vitesse de norme  $\|\vec{V}_0\| = 10\text{m.s}^{-1}$ . (A) se déplace le long d'une ligne de plus grande pente jusqu'à un point  $M_2$  où sa vitesse s'annule puis il rebrousse chemin.

1- L'énergie mécanique du système {Terre - solide} est-elle constante au cours de la montée  $\xrightarrow{M_1 M_2}$  ? Justifier.

2- Si le solide (A) était soumis à une force de frottement  $\vec{f}$  parallèle à une ligne de plus grande pente du plan incliné, quelle serait la norme de cette force? A.N.:  $M_1 M_2 = l = 4m$ ;  $\sin\alpha = 0,70$ ;  $g = 10m.s^{-2}$ ;  $m = 0,200kg$ .

**Exercice N°9:**

Un jeu de fête foraine consiste à pousser un solide sur une partie horizontale  $AB=1,50m$  afin qu'il puisse, grâce à l'énergie reçue, escalader une partie inclinée  $BC=12m$  dont la dénivellation  $CH$  vaut  $6m$ . Le solide de masse  $m=1kg$  glisse sur la totalité du parcours  $ABC$  entre 2 glissières. on prendra  $\|\vec{g}\|=9,8N.kg^{-1}$ . Dans les trois premières questions les frottements sont négligés et on considère que la vitesse en  $C$  est nulle.



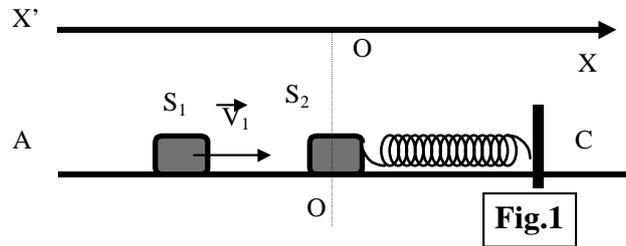
- 1- Considérons le déplacement du solide de B en C :
  - a- Calculer l'augmentation de l'énergie potentielle du système {solide + Terre}.
  - b- L'énergie mécanique du système est-elle constante ? Justifier.
  - c- En déduire la variation d'énergie cinétique du solide (préciser s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution).
  
- 2- Déterminer la vitesse  $V_B$  que devrait avoir le solide en B pour qu'il puisse atteindre le point C.
  
- 3- Considérons maintenant le déplacement du solide de A en B.
  - a- Préciser, en le justifiant, si l'énergie mécanique du solide augmente, reste constante, diminue au cours du déplacement.
  - b- Etablir, en le justifiant, la relation entre la vitesse  $V_B$  et la valeur de  $F$ , supposée constante, de la force exercée sur le solide entre A et B.
  
- 4- En réalité les frottements ne sont pas négligeables. C'est ainsi qu'en exerçant une force de valeur constante  $F'=450N$  ( $F' \neq F$ ) sur le solide pendant le déplacement  $AB$ , on constate que celui-ci s'arrête en  $C'$  tel que  $BC'=10m$  ( $H'C'=5m$ ).

- a- A-t-on conservation de l'énergie mécanique du solide lors du déplacement BC' ? Justifier la réponse.
- b- Déterminer la valeur, supposée constante sur la totalité du parcours, de la force de frottement.

**Exercice N° 10:**

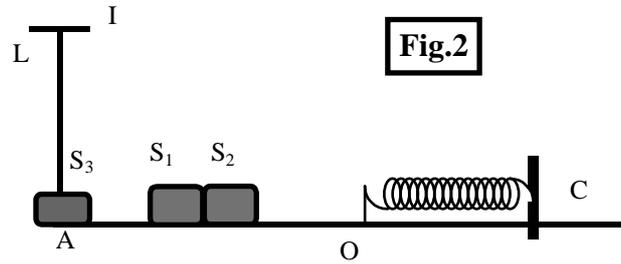
Un solide ponctuel  $S_1$  de masse  $m_1$  est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse  $\vec{V}_1$  le long d'un rail horizontal AC. En arrivant au point O, il heurte un autre solide ponctuel  $S_2$  de masse  $m_2$  initialement au repos.  $S_2$  est lié à l'extrémité d'un ressort de raideur  $k$ , dont l'autre extrémité est fixe. Après le choc,  $S_1$  et  $S_2$  restent accolés et le ressort se comprime jusqu'à l'abscisse  $x_M$ .

On donne:  $m_1=100g$ ,  $\|\vec{V}_1\|=1 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $k=10N.m^{-1}$  et  $x_M=5cm$ .



- 1) Exprimer l'énergie mécanique du système  $S:\{ S_1, S_2, \text{ressort} \}$  après le choc, sachant que le déplacement de  $S_1$   $S_2$  le long de  $x$ 's s'effectue sans frottements. Calculer cette énergie.
- 2) Calculer la variation de l'énergie mécanique du système S au cours du choc.
- 3) Calculer la valeur de la masse  $m_2$  du solide  $S_2$  et celle de la vitesse  $\vec{V}_2$  de ( $S_1, S_2$ ) juste après le choc.
- 4) En repassant par O, les solides  $S_1$  et  $S_2$  se détachent du ressort tout en restant accolés et se déplacent dans le sens des abscisses négatives; arrivés au

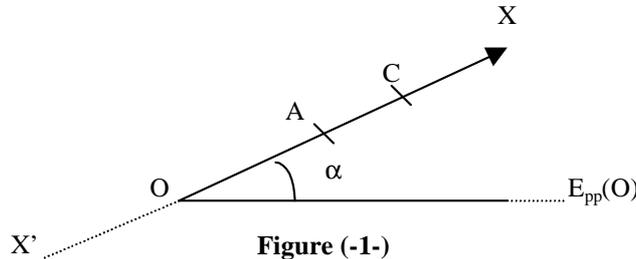
bout du rail, au point A, ils rencontrent un solide ponctuel  $S_3$  de masse  $m_3$ .  $S_3$  est lié à un point fixe I par l'intermédiaire d'un fil inextensible et sans masse' de longueur L (voir Fig. ci-contre),  $L = 0,25m$ .



L'ensemble  $\{S_1, S_2, S_3\}$  forme après le choc, un système unique dont la vitesse  $\vec{V}_3$  est horizontale, dirigée de  $C$  vers  $A$  et a pour valeur  $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Quel est l'écart angulaire entre le fil et la verticale. On prend  $\|\vec{g}\| = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

**EXERCICE N°11 :**

Un skieur de masse  $M=80\text{Kg}$  est mis en mouvement sur une piste inclinée d'un angle  $\alpha=30^\circ$  par rapport à l'horizontale, à partir de sa position de repos en  $O$ , à l'aide d'un câble, la tension du câble est représentée par une force  $\vec{F}$  dont la droite d'action est parallèle à la ligne de plus grande pente (figure -1-)



Les frottements exercés par la piste sur le skieur sont équivalents à une force  $\vec{f}$  de valeur constante (tout autre type de frottement est négligeable). Lorsqu'il atteint la position  $A(X_A=100\text{m})$ , le câble casse; l'énergie cinétique du skieur s'annule alors en  $C(X_C=120\text{m})$ .

Un dispositif de mesure approprié permet de tracer le

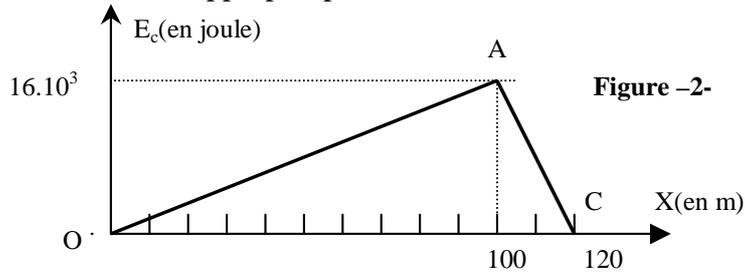


diagramme de l'énergie cinétique  $E_C$  du skieur en fonction de l'abscisse  $x$  de son centre d'inertie par rapport au repère  $X'X$  d'origine  $O$  (figure -2-)

1-

a- Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

b- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système {skieur}, exprimer  $E_C$  en fonction de  $X$ ,  $M$ ,  $\alpha$ ,  $\|\vec{g}\|$ ,  $\|\vec{f}\|$  et  $\|\vec{F}\|$  dans l'intervalle  $[0;100m]$ ;

puis en fonction de  $x$ ,  $M$ ,  $\alpha$ ,  $\|\vec{g}\|$ ,  $\|\vec{f}\|$  dans l'intervalle  $[100m; 120m]$ .

c- En déduire  $\|\vec{f}\|$  et  $\|\vec{F}\|$ .

2- Une fois arrivé en  $C$ , préciser en le justifiant que le skieur se maintient en équilibre. Déterminer alors les caractéristiques de la réaction totale  $\vec{R}$  exercée par la piste sur le skieur en  $C$ .

3- En appliquant la variation de l'énergie mécanique au système {skieur, terre}, déterminer la valeur de  $E_{pp}(O)$ . On supposera nulle l'énergie mécanique en  $C$ .

**EXERCICE N°12 :**

Deux billes de billard identiques  $A$  et  $B$ , sont animées dans un plan horizontal de deux mouvements rectilignes uniformes de vitesses respectives  $\vec{V}_A$  et  $\vec{V}_B$ . Elles se heurtent en  $O$ , à un angle droit comme l'indique la figure. La valeur  $\|\vec{V}_A\|$  de la vitesse de la bille

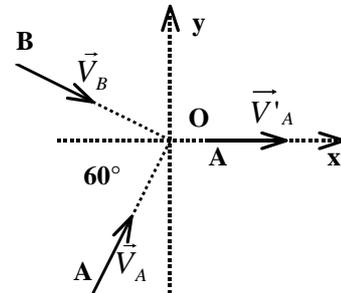
$A$  juste avant le choc est égale à  $0,8m.s^{-1}$ .

Après le choc, la vitesse de la bille  $B$  est nulle.

1- Calculer la valeur  $\|\vec{V}_B\|$  de la vitesse  $\vec{V}_B$  de

$B$  juste avant le choc et celle  $\|\vec{V}'_A\|$  de  $A$

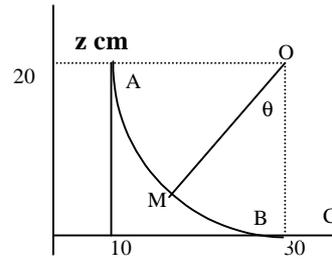
juste après le choc.



- 2- Calculer la variation de l'énergie mécanique du système des 2 billes et conclure.

**EXERCICE N°13 :**

Un solide S, de masse  $m=500\text{g}$  glisse sur une piste ABC située dans un plan vertical. La partie AB est un quart de cercle de rayon  $r=20\text{cm}$ . Sur cette partie AB les frottements sont négligeables. La partie BC est horizontale et  $BC=20\text{cm}$ . Le mobile part de A sans vitesse initiale, il descend et s'immobilise en C.



Répondre par vrai ou faux :

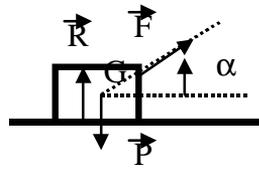
- 1- la vitesse en B est égale à  $7,12 \text{ km.h}^{-1}$  ?
- 2- l'expression de la vitesse au carrée en M est égale à  $2g \text{ OA} \cos(\theta)$ .
- 3- Si  $\theta=20^\circ$ , l'action du support en M est  $13,8 \text{ N}$ .
- 4- En supposant la force de frottement constante sur la partie BC, on peut en déduire que sa valeur est  $5000 \text{ N}$ .

On prendra  $\|\vec{g}\|=9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

**Exercice N° 1:**

1- Choix du système: {la caisse}. Bilan des forces:

- Le poids  $\vec{p}$  de la caisse
- La force de traction  $\vec{F}$
- La réaction  $\vec{R}$  du sol



Ce sont des forces extérieures

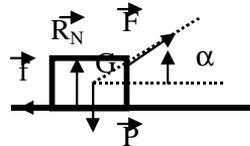
2- Calculons les travaux des forces pour

un déplacement  $AB=d=5m$   $W(\vec{P}) = 0$  car  $\vec{p}$  est perpendiculaire au déplacement; il en est de même

$$W(\vec{R}) = 0$$

3- S'il y a contact avec frottement, la caisse sera soumise aux forces extérieures suivantes:

- Le poids  $\vec{p}$  de la caisse
- La force de traction  $\vec{F}$
- La réaction normale  $\vec{R}_N$  exercée par le sol
- La force de frottement  $\vec{f}$   $W(\vec{P}) = 0, W(\vec{R}_N) = 0$

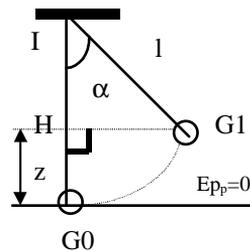


$$W(\vec{F}) = \|\vec{F}\| \cdot d \cos \alpha; A.N. W(\vec{F}) = 25J$$

$$W(\vec{f}) = -\|\vec{f}\| \cdot d \quad A.N.: W(\vec{f}) = -4J$$

**Exercice N° 2:**

Lorsque le centre d'inertie passe de  $G_0$  à  $G_1$ , la variation de l'énergie potentielle de pesanteur du système {corps-terre} s'écrit:



$$\Delta E_p = E_p(G_1) - E_p(G_0) = (mgz_1 + c) - (mgz_0 + c)$$

soit  $\Delta E_p = mg(z_1 - z_0) = mgz$ ; avec  $z = G_0H$

$G_0H = G_0I - IH = l(1 - \cos \alpha)$ ; il vient :  $\Delta E_p = mgl(1 - \cos \alpha)$

**Commentaires et conseils**

$\vec{R}$  est normale au sol car les frottements sont négligeables

La réaction  $\vec{R}_1$  du sol est telle que  $\vec{R}_1 = \vec{R}_N + \vec{f}$

$$W(\vec{f}) < 0$$

c'est un travail résistant

On peut tout simplement écrire

$$\Delta E_{p_{G_0 \rightarrow G_1}} = -W_{G_0 \rightarrow G_1}(\vec{P})$$

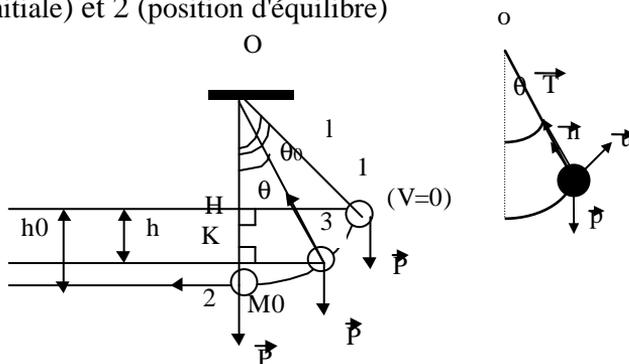
$\vec{P}$  force intérieure non dissipative  
La variation de l'énergie potentielle de pesanteur ne dépend pas du plan de référence choisi pour  $E_{pp}=0$

**Exercice N° 3:**

1- Pour déterminer la vitesse  $v$  lorsque le pendule passe par la position d'équilibre  $M_0$ , nous allons appliquer le théorème de l'énergie cinétique

- Système: La bille du pendule
- Référentiel: Le référentiel terrestre

Instants choisis: Les instants correspondants aux positions 1 (position initiale) et 2 (position d'équilibre)



- Calcul de la variation de l'énergie cinétique:  $\Delta E_c$ :

$$\Delta E_c = E_{c(2)} - E_{c(1)}$$

or  $E_{c(1)} = 0$  (bille lâchée sans vitesse)

et  $E_{c(2)} = 1/2 mv^2$  il vient  $\Delta E_c = 1/2 mv^2$

- bilan des forces et calcul de leurs travaux : Il y a deux forces extérieures appliquées à la bille: le poids  $\vec{P}$  et la tension  $\vec{T}$  du fil.

$W(\vec{T})_{1 \rightarrow 2} = 0$  car la tension  $\vec{T}$  est constamment perpendiculaire au déplacement

$$W(\vec{P})_{1 \rightarrow 2} = mg \cdot h_0; \text{ or } h_0 = HM_0 = OM_0 - OH$$

$$\text{soit } h_0 = l(1 - \cos \theta_0)$$

$$W(\vec{P})_{1 \rightarrow 2} = mgl(1 - \cos \theta_0)$$

d'où d'après le théorème de l'énergie cinétique on a :

$$1/2 mv^2 = mg \cdot l(1 - \cos \theta_0) \text{ soit}$$

$$\left\| \vec{v} \right\| = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta_0)} \quad \text{AN: } \left\| \vec{v} \right\| = 3,1 \text{ms}^{-1}$$

2. a) Cherchons la vitesse  $V'$  de la bille au passage par la

**Commentaires et conseils**

Comment appliquer le théorème de l'énergie cinétique

\* Définir le système mécanique.

\* Définir le référentiel dans lequel on va faire l'étude.

\* Préciser les deux instants  $t_1$  et  $t_2$  choisis

\* Evaluer la variation de l'énergie cinétique entre ces deux instants.

\* Faire le bilan des tous intérieurs et des forces extérieures.

\* Evaluer la somme des travaux de ces forces.

\* Enfin appliquer

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{f}}$$

position 3 défini par l'angle  $\theta$ .

On procède de la même manière :

- même système, les forces sont les mêmes
- instants choisis : les instants correspondant aux positions 1 ( $v = 0$ ) et 3 (vitesse  $v'$ )

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}mv'^2 = w(\vec{P}) + w(\vec{T})$$

$$1 \rightarrow 3 \quad 1 \rightarrow 3$$

$$\text{or } w(\vec{p}) = 0$$

$$1 \rightarrow 3$$

$$w(\vec{p}) = \|\vec{P}\|h \text{ avec } h = HK$$

$$1 \rightarrow 3 \quad HK = OK - OH$$

$$HK = l(\cos\theta - \cos\theta_0) \text{ donc } \frac{1}{2}mv'^2 = mgl(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

$$\text{il vient } \boxed{\|\vec{v}'\| = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)}}$$

$$\text{AN : } \|\vec{v}'\| = 2,67\text{ms}^{-1}$$

**b) Détermination de la tension du fil dans la position 3**  
définie par  $\theta = 30^\circ$

- Système choisi : {la bille}

- Repère choisi : repère lié à la terre  $\{\vec{u}, \vec{n}\}$

$\vec{n}$  vecteur unitaire porté par la normale à la trajectoire.

$\vec{u}$  vecteur unitaire porté par la tangente à la trajectoire. Bilan

des forces extérieures :  $\vec{P}$  et  $\vec{T}$  d'après la R.F.D on écrit

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (1)$$

Projetons la relation (1) sur la normale  $\vec{n}$  ; il vient :

$$\|\vec{T}\| - \|\vec{P}_N\| = m\|\vec{a}_N\| \text{ avec } \|\vec{P}_N\| = \|\vec{P}\|\cos\theta \text{ et } \vec{a}_N = \frac{v'^2}{l}$$

$$\text{on a alors } \|\vec{T}\| = m\left[\frac{v'^2}{l} + g\cos\theta\right] \quad (2)$$

$$v'^2 = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

la relation (2) devient :

$$\boxed{\|\vec{T}\| = mg[3\cos\theta - 2\cos\theta_0]} \quad \text{AN : } \|\vec{T}\| = 1,56\text{N}$$

### Exercice 4:

1. Nous pouvons appliquer le théorème de l'énergie cinétique au solide entre les points A et M.

#### Commentaires et conseils

On peut choisir comme système {pendule-Terre} dans ce cas  $\vec{P}$  et  $\vec{T}$  sont des forces intérieures.

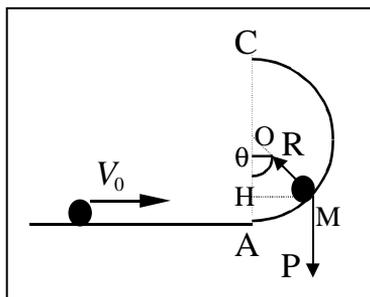
On peut aussi considérer que  $W(\vec{T}) = 0$  car  $\vec{T}$  rencontre l'axe de rotation passant par o.

Le mouvement de translation entre B et A étant sans frottement la vitesse en A est alors  $\vec{V}_0$ .

$$\Delta E_C = E_C(M) - E_C(A) = \frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_0^2$$

Les forces extérieures appliquées au solide entre A et M sont :

le poids  $\vec{P}$  du solide et la réaction  $\vec{R}$  de la glissière.



$$\sum W = \underset{A \rightarrow M}{W}(\vec{P}) + \underset{A \rightarrow M}{W}(\vec{R}) \text{ or } W(\vec{R}) = 0$$

$$\underset{A \rightarrow M}{W}(\vec{P}) = -mgh \text{ avec } h = AH = OA - OH$$

soit  $h = r(1 - \cos\theta)$

il vient :  $\frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = -mgr(1 - \cos\theta)$

donc  $\|\vec{V}_M\| = \sqrt{V_0^2 - 2gr(1 - \cos\theta)}$

2. Le repère choisi :  $(\vec{u}, \vec{n})$   
l'application de la relation fondamentale de la dynamique au solide permet d'écrire :

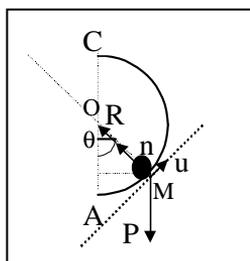
$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \quad (1)$$

La projection de la relation (1) sur la normale  $\vec{n}$  donne

$$\|\vec{R}\| - \|\vec{P}\| \cos\theta = m\|\vec{a}_N\| ; \|\vec{a}_N\| = \frac{V_M^2}{r}$$

d'où  $\|\vec{R}\| = m\|\vec{g}\| \cos\theta + \frac{m}{r} V_M^2 \quad (2)$

remplaçons dans la relation (2)  $V_M$  par son expression



Commentaires et conseils

$$W_{\vec{R}} = 0$$

car  $\vec{R}$  est perpendiculaire à la direction du déplacement vu que les frottements sont négligeables

il vient :  $\|\vec{R}\| = mg[3\cos\theta - 2] + \frac{m}{r} V_0^2$

3. \* La réaction s'annule pour  $\theta = \theta_m$  si

$mg[3\cos\theta_m - 2] + \frac{m}{r} V_0^2 = 0$ , il vient :  $\cos\theta_m = \frac{2}{3} - \frac{V_0^2}{3gr}$

- Pour que le solide atteigne C il faut que  $\|\vec{R}_C\| \geq 0$  a la limite  $\|\vec{R}_C\| = 0$  ce qui donne la valeur minimale à donner à  $V_0$

or au point C on a  $\theta = \pi$  ; (  $\cos\pi = -1$  );

alors  $\|\vec{R}_C\| = -5mg + \frac{m}{r} V_0^2$

il vient

$\|\vec{R}_C\| = 0$ , d'où  $-5mg + \frac{m}{r} V_0^2 = 0$

$\|\vec{V}_{0\min}\| = \sqrt{5rg}$

**A.N :**  $\|\vec{V}_{0\min}\| = 7,07m.s^{-1}$

- Vitesse du solide au point C

On a établi:  $\|\vec{V}_M\| = \sqrt{V_0^2 - 2gr(1 - \cos\theta)}$

au point C on a  $\theta = \pi$

d'où  $\|\vec{V}_C\| = \sqrt{V_0^2 - 4gr}$  soit  $\|\vec{V}_C\| = \sqrt{gr}$

**A.N :**  $\|\vec{V}_C\| = 3,16m.s^{-1}$

**Exercice 5 :**

1 - Système choisi = {Solide S}

- Bilan des forces : les forces exercées sur le solide sont :

- Le poids  $\vec{P}$  de S et la réaction  $\vec{R}$  du plan incliné.

Ce sont des forces extérieures.

La variation de l'énergie cinétique du solide entre les points

A et B s'écrit :

$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A)$  or  $E_c(A) = 0$

et  $E_c(B) = \frac{1}{2} mV_B^2$

$\Delta E_c = \frac{1}{2} mV_B^2$  **AN :**  $\Delta E_c = 8J$

2 -  $W(\vec{P}) = mgh$  avec  $h = AB \sin \alpha$

$A \rightarrow B$

$W(\vec{P}) = mgAB \sin \alpha$  **AN :**  $W(\vec{P}) = +10J$

**Commentaires et conseils**

• La solide reste en contact avec la glissière tant que  $\|\vec{R}\| > 0$

• La position où le solide quitte la piste dépend de la valeur de  $V_0$  et du rayon de la trajectoire  
\* On peut aussi choisir le système {solide, Terre}:  $P$  est une force intérieure dans ce cas

3. d'après le théorème de l'énergie cinétique

on a :  $\Delta E_c = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$

d'où  $W(\vec{R}) = \Delta E_c - \underset{A \rightarrow B}{W}(\vec{P})$

AN :  $W(\vec{R}) = -2J$

**Commentaires et conseils**

$W_R < 0$  le contact se fait avec frottement

S est un système déformable ; il est pseudo-isolé.

**Exercice 6 :**

\* 1. Choix du système S = {Solide A, Solide B}

on étudie le choc entre A et B dans un repère (o,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ) lié au laboratoire.

Le système étant pseudo-isolé, le vecteur quantité de mouvement de S se conserve au cours du choc on peut écrire alors :

$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$  ;  $\vec{P}_1$  et  $\vec{P}_2$  étant les vecteurs quantités de mouvement respectivement de A et B avant le choc.

$\vec{P}'_1$  et  $\vec{P}'_2$  sont ceux après le choc.

$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{V}'_1 + m_2\vec{V}'_2$

Le choc étant frontal, il suffit de projeter cette relation vectorielle sur l'axe (o,  $\vec{i}$ )

$m_1V_1 + m_2V_2 = m_1V'_1 + m_2V'_2$  (1)  $V_1, V_2, V'_1$  et  $V'_2$  étant les valeurs algébriques des vitesses.

Le choc étant élastique, il ya conservation de l'énergie cinétique du système au cours de choc, il vient :

$\frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 = \frac{1}{2}m_1V_1'^2 + \frac{1}{2}m_2V_2'^2$

Soit  $m_1V_1^2 + m_2V_2^2 = m_1V_1'^2 + m_2V_2'^2$  (2)

On est ramené à résoudre un système d'équations à deux inconnues.

$\begin{cases} m_1V_1 + m_2V_2 = m_1V'_1 + m_2V'_2 & (1) \end{cases}$

$\begin{cases} m_1V_1^2 + m_2V_2^2 = m_1V_1'^2 + m_2V_2'^2 & (2) \end{cases}$

$\begin{cases} m_1(V_1 - V'_1) = m_2(V'_2 - V_2) & (3) \end{cases}$

$\begin{cases} m_1(V_1^2 - V_1'^2) = m_2(V_2'^2 - V_2^2) & (4) \end{cases}$

Au cours d'un choc, il ya conservation de la quantité de mouvement car le choc a un caractère d'être très bref.

Si le choc n'était pas frontal, on serait obligé de faire des projections sur les 2 axes

divisons membre à membre (3) et (4)

il vient:  $V_1 + V_1' = V_2' + V_2$  (5)

on tire de (5)  $V_2' = V_1 + V_1' - V_2$

(1) donne :  $V_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} V_2$

$V_1 = +50 \text{ cm.s}^{-1}$

AN :  $V_1^{\odot} = -0,64 \text{ m.s}^{-1}$

$V_2 = -40 \text{ cm.s}^{-1}$

$V_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} V_2$

AN :  $V_2^{\odot} = +0,26 \text{ m.s}^{-1}$

2. Cas particulier :

a) \*  $m_1 = m_2 = m$  on aura  $\begin{cases} V_1' = V_2 \\ V_2' = V_1 \end{cases}$

Les mobiles échangent leurs vitesses; c'est le cas chaque fois que des objets identiques interagissent de façon élastique

b) \*  $m_1 = m_2 = m$  et  $V_2 = 0$

on aura  $\begin{cases} V_1' = 0 \\ V_2' = V_1 \end{cases}$

**Exercice 7 :**

1. a) système choisi :

$S_1 = \{ \text{masselotte - plateau} \}$

bilan des forces :

$\vec{P}$  et tension  $\vec{T}_0$  du ressort dans un référentiel lié au laboratoire, la condition

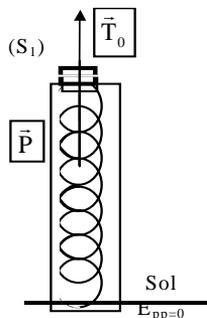
d'équilibre de  $S_1$  s'écrit :

$\vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$  soit  $-M\|\vec{g}\| + Kb = 0$

d'où  $b = \frac{M\|\vec{g}\|}{K}$

b) On choisi le système  $S_2 = \{ S_1, \text{Terre, Ressort} \}$

\* énergie potentielle de pesanteur à l'équilibre :



L'énergie potentielle de pesanteur dépend du plan de référence choisi pour  $E_{pp} = 0$

Commentaires et conseils

$$E_{P_{p_0}} = M \|\vec{g}\| (l_0 - b)$$

L'énergie potentielle élastique du système  $S_2$  est:

$$E_{P_{p_0}} = \frac{1}{2} K b^2 ; \quad \text{d'où } E_P = E_{P_{p_0}} + E_{P_{e_0}}$$

$$E_P = M \|\vec{g}\| (l_0 - b) + \frac{1}{2} K b^2$$

2. a) Déterminons la vitesse du solide S de masse  $M'$  juste avant le choc avec le plateau :

pour cela, nous appliquons le théorème de l'énergie cinétique au solide entre les instants de début de la chute et

l'instant juste avant le choc.  $\Delta E_C = \frac{1}{2} M' V^2 = W(\vec{P}')$ ;  $V$

vitesse du solide juste avant le choc

$$\frac{1}{2} M' V^2 = M' \|\vec{g}\| h$$

$$\text{soit } \|\vec{V}\| = \sqrt{2 \|\vec{g}\| h} ; \quad \text{AN : } \|\vec{V}\| = 2 \text{ m.s}^{-1}$$

**Etude du choc mou entre S et  $S_1$  :**

la conservation du vecteur quantité le mouvement de l'ensemble  $\{ S; S_1 \}$  permet d'écrire :

$$\underbrace{M' \vec{V}}_{\text{avant le choc}} = \underbrace{(M + M') \vec{V}_1}_{\text{après le choc}}$$

$$\text{d'où } \vec{V}_1 = \frac{M'}{M + M'} \vec{V}$$

$$\|\vec{V}_1\| = \frac{M'}{M + M'} \|\vec{V}\| ; \quad \text{AN : } \|\vec{V}_1\| = 1 \text{ m.s}^{-1}$$

b) Exprimons la variation de l'énergie cinétique du système  $\{ S; S_1 \}$  au cours du choc :

- juste avant le choc

$$E_{C_1} = \frac{1}{2} M' V^2 ; E_C(S_1) = 0 \quad (S_1 \text{ en équilibre})$$

- juste après le choc  $E_{C_2} = \frac{1}{2} (M + M') V_1^2$

La variation de l'énergie cinétique est :

$$\Delta E_C = E_{C_2} - E_{C_1} = \frac{1}{2} (M + M') V_1^2 - \frac{1}{2} M' V^2$$

Commentaires et conseils

Algébriquement suivant l'axe  $z'z$

$$V = -2 \text{ ms}^{-1}$$

La variation  $\Delta E_C$  est négative: une partie de l'énergie cinétique est transformée en énergie thermique et ceci est due aux forces intérieures s'exerçant entre les deux solides

or  $\|\vec{V}_1\| = \frac{M'}{M + M'} \|\vec{V}\|$

il vient  $\Delta E_C = \frac{1}{2} M' V^2 \left[ \frac{M'}{M + M'} - 1 \right]$

or  $M = M'$

alors  $\Delta E_C = -\frac{1}{4} M' V^2$       **AN :**  $\Delta E_C = -1J$

**Exercice 8 :**

1. Choix du système : {Solide (A) - Terre} Choisissons le plan horizontal passant par  $M_1$  comme plan de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

• Energie mécanique du système au point  $M_1$

$E_1 = E_{p_{p1}} + E_{c1}$  or  $E_{p_{p1}} = 0$  et  $E_{c1} = \frac{1}{2} M V_0^2$

$E_1 = \frac{1}{2} M V_0^2$  ;      **AN :**  $E_1 = 10 J$

• Energie mécanique au point  $M_2$  :

$E_2 = E_{p_{p2}} + E_{c2}$        $E_{c2} = 0$  ( $V = 0$ )

$E_{p_{p2}} = M \|\vec{g}\| z$

avec  $Z = M_1 M_2 \sin \alpha$

il vient  $E_2 = M \|\vec{g}\| \sin \alpha$       **AN :**  $E_2 = 5,6 J$

$E_2 \neq E_1$  donc l'énergie mécanique du système n'est pas constante.

2.  $S = \{ \text{Solide - Terre} \}$

Les forces exercées sont : le poids  $\vec{P}$  du solide A et la réaction  $\vec{R}$  du plan incliné.

$\vec{P}$  est une force intérieure non dissipative.

La variation de l'énergie mécanique de S entre les positions  $M_1$  et  $M_2$  s'écrit :

$\Delta E = E_2 - E_1 = W_{\vec{f}_{ext}} + W_{\vec{f}_{int \text{ dissipative}}}$

$\Delta E = W(\vec{f}) + W(\vec{R}_N)$ , or  $W(\vec{R}_N) = 0$

$M_1 \rightarrow M_2$        $M_1 \rightarrow M_2$

$W(\vec{f}) = -\|\vec{f}\| l$

Commentaires et conseils

$E_2 < E_1$   
 $\Delta E = E_2 - E_1 < 0$

*il y a une perte d'énergie au cours de la montée  $M_1 M_2$*

il vient  $\Delta E = -\|\vec{f}\|l$ , alors

$$\|\vec{f}\| = -\frac{\Delta E}{l}$$

$$\text{AN : } \|\vec{f}\| = 1,1 \text{ N}$$

**Exercice N°9 :**

1. Système :  $S = \{\text{solide de masse } m + \text{terre}\}$

a- On considère le déplacement de B en C.

$$\text{On a : } \Delta E_{\vec{P}} = -W_{\vec{P}} \\ \text{B} \rightarrow \text{C} \qquad \text{B} \rightarrow \text{C}$$

$$\text{Or } W_{\vec{P}} = -\|\vec{P}\| \cdot h \text{ avec } h = CH. \\ \text{B} \rightarrow \text{C}$$

$$\text{D'où } \Delta E_{\vec{P}} = +m\|\vec{g}\| \cdot CH; \text{AN : } \Delta E_{\vec{P}} = +58,8\text{J} \\ \text{B} \rightarrow \text{C} \qquad \text{B} \rightarrow \text{C}$$

b- On a le système : {solide + Terre}

Bilan des forces :

- Le poids  $\vec{P}$ .
- La réaction  $\vec{R}$  du plan incliné BC.

$\vec{P}$  est une force intérieure non dissipatrice

$\vec{R}$  est une force extérieure :  $\vec{W}_{\vec{R}} = 0$  car  $\vec{R} \perp BC$

d'où  $\Delta E_m = 0$  alors l'énergie mécanique est constante.

$$\text{c- On a } \Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{\vec{P}} \\ \text{B} \rightarrow \text{C} \qquad \text{B} \rightarrow \text{C} \qquad \text{B} \rightarrow \text{C}$$

$$\text{Or } \Delta E_m = 0 \text{ d'où } \Delta E_C = -\Delta E_P$$

$$\text{Soit } \Delta E_C = -58,8\text{J}$$

Le signe (-) montre qu'il s'agit d'une diminution.

$$2- \text{ On a } \Delta E_C = E_C(C) - E_C(B) \qquad \text{Or } V_C = 0. \text{ d'où } \Delta E_C = -\frac{1}{2} mV_B^2 \\ \text{B} \rightarrow \text{C} \qquad \text{B} \rightarrow \text{C}$$

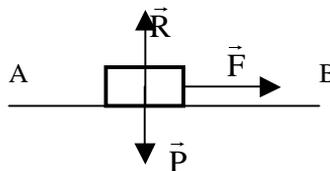
$$\text{Il vient : } \|\vec{V}_B\| = \sqrt{\frac{-2\Delta E_C}{m}} \quad \text{AN : } \|\vec{V}_B\| = 10,84 \text{ m.s}^{-1}$$

3) a-  $S = \{\text{solide} + \text{Terre}\}$

Bilan des forces :

- \* Le poids  $\vec{p}$
- \* La réaction  $\vec{R}$  du plan AB.
- \* La force  $\vec{F}$

$\vec{p}$  est une force intérieure non dissipative



$$W_{\vec{P}} = 0 \text{ ; mais } W_{\vec{F}} \text{ est non nul et positif ; or } \Delta E_m = W_{\vec{F}} > 0 = \|\vec{F}\| \cdot AB > 0 \\ \text{A} \rightarrow \text{B} \qquad \text{A} \rightarrow \text{B} \qquad \text{A} \rightarrow \text{B} \qquad \text{A} \rightarrow \text{B}$$

**Commentaires et conseils**

*Se rappeler de l'expression*

$$\Delta E_p = -\sum W_{\vec{F}_{\text{int non dissip}}}$$

*Se rappeler de l'expression :*

$$\Delta E_m = \sum W_{\vec{F}_{\text{ext}}} + \sum W_{\vec{F}_{\text{int dissip}}}$$

*Pour un système conservatif il y a des transformations mutuelles de  $E_p$  en  $E_c$ .*

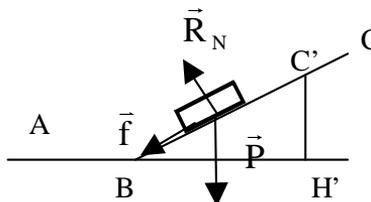
donc l'énergie mécanique du système augmente au cours du déplacement de A en B.

b-  $\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_p$ . On choisit le plan de référence pour  $E_p$  le plan

horizontal AB il vient  $\Delta E_m = \Delta E_C$

Soit  $\boxed{\|\vec{F}\| \cdot AB = \frac{1}{2} m V_B^2}$ .

4) a-  $S = \{\text{solide} + \text{Terre}\}$



Bilan des forces :

- \* Le poids  $\vec{p}$
- \* La réaction normale  $\vec{R}_N$  exercée par le plan BC sur le solide.
- \* La force de frottement  $\vec{f}$  parallèle au déplacement et de sens contraire.
- \*  $\vec{p}$  est une force intérieure non dissipative

On a  $W_{\vec{R}_N} = 0$   $W_{\vec{f}} = -\|\vec{f}\| BC' < 0$

La variation de l'énergie mécanique du système est :

$\Delta E_m = W_{\vec{f}} < 0$ . Donc l'énergie mécanique diminue au cours du déplacement BC'.

b-  $\Delta E_m = 0$  or  $\Delta E_m = W_{\vec{f}} + W_f + W_p + W_{\vec{F}}$

Soit  $-\|\vec{f}\| \cdot AB - \|\vec{f}\| BC' - m\|\vec{g}\| C'H' + \|\vec{F}\| \cdot AB = 0$

Il vient :  $\boxed{\|\vec{f}\| = \frac{\|\vec{F}\| \cdot AB - m\|\vec{g}\| C'H'}{AB + BC'}}$  A.N :  $\|\vec{f}\| = 54,43N$

**Exercice 10 :**

1. Système choisi :  $S = \{S_1, S_2, \text{ressort}\}$ . On choisit un repère  $\vec{x}'x$  lié au laboratoire. On choisit le plan horizontal AC comme plan de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

Energie mécanique après le choc :

S est un système conservatif, l'énergie mécanique de S après le choc est la même en toute position occupée par l'ensemble  $(S_1, S_2)$  en particulier pour  $X = X_M$

$E_{p_e} = \frac{1}{2} k X_M^2$ ;  $E_{p_e}$  est maximale

alors  $E_c = 0$

d'où l'énergie mécanique après le choc :

$$E' = \frac{1}{2} k X_M^2 \quad \text{AN : } E' = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

2. Energie mécanique du système juste avant le choc :

$$E_p = E_{p_e} + E_{p_p} = 0$$

car  $E_{p_p} = 0$  et  $E_{p_e} = 0$  (ressort non déformé)

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$$

$$\text{d'où } E = E_c = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \quad \text{AN : } E = 0,05 \text{ J}$$

3. Soit  $\vec{V}_2$  la vitesse de l'ensemble ( $S_1, S_2$ ) juste après le

choc, l'énergie mécanique s'écrit:  $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V_2^2$

or le système S après le choc est conservatif donc  $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V_2^2 = E' \quad (1)$

D'autre part au cours du choc, la quantité de mouvement se conserve on a

$$\text{alors : } m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V_2 \quad (2)$$

On résoud donc un système d'équations :

$$\text{on divise (2) par (1) il vient : } V_2 = \frac{2E'}{m_1 V_1} \quad \text{AN : } \|\vec{V}_2\| = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$$

$$(2) \text{ donne : } m_2 = m_1 \left( \frac{V_1}{V_2} - 1 \right) \quad \text{AN : } m_2 = 0,300 \text{ Kg}$$

4. On applique le théorème de l'énergie cinétique au système  $\{ S_1, S_2, S_3 \}$  entre les instants  $t_1$  ( juste après le choc ) et  $t_2$  ( instant où le fil est écarté de l'angle  $\theta_0$  )  $\Delta E_c = E_c(t_2) - E_c(t_1) \quad E_c(t_2) = 0$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) V_3^2 ; W_p = -(m_1 + m_2 + m_3) \|\vec{g}\| h$$

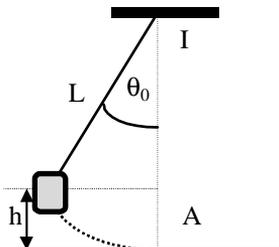
$$\text{avec } h = L(1 - \cos \theta_0)$$

d'où  $\frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) V_3^2 = -(m_1 + m_2 + m_3) \|\vec{g}\| L(1 - \cos \theta_0)$  d'où

$$\cos \theta_0 = 1 - \frac{V_3^2}{2 \|\vec{g}\| L}$$

$$\text{AN : } \cos \theta_0 = 0,99$$

$$\theta_0 \cong 7 \text{ degrés}$$



**Exercice N°11 :**

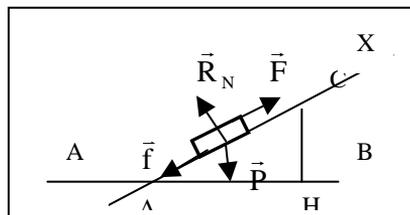
1)

a- Enoncé du théorème de l'énergie cinétique :

La variation de l'énergie cinétique d'un système matériel entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$  est égale à la somme algébrique des travaux des forces agissant sur le système entre ces deux instants :

$$\Delta E_C = E_{C(t_2)} - E_{C(t_1)} = \sum_{t_1 \rightarrow t_2} W_{\vec{f}_{ext}} + \sum W_{\vec{f}_{int}}$$

b- \* Système choisi : {le skieur}



Bilan des forces :

- Le poids  $\vec{p}$  du skieur
- La réaction normale  $\vec{R}_N$  de la piste.
- La force de frottement  $\vec{f}$  parallèle à la piste et de sens contraire au mouvement.
- La force de traction  $\vec{F}$  du câble.
- Soit  $t_1$  instant où le skieur part de 0 sans vitesse initiale et soit  $t_2 =$  instant où le skieur occupe une position d'abscisse  $x \in [0m ; 100m]$  ; appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre ces 2 instants :

$$\Delta E_C = E_C(t_2) - E_C(t_1) = W_{\vec{F}} + W_{\vec{f}} + W_{\vec{R}_N} + W_{\vec{p}}$$

Or  $E_C(t_1) = 0$  et  $W_{\vec{R}_N} = 0$

Il vient :  $E_C(t_2) = \|\vec{F}\|x - \|\vec{f}\|x - M\|\vec{g}\|x \sin \alpha$  (1)

Soit  $t_3$  : instant où le skieur occupe une position d'abscisse  $x' \in [100m ; 120m]$

Dans cette intervalle la force de traction  $\vec{F}$  est annulée. Le théorème de l'énergie cinétique donne entre les instants  $t_2$  et  $t_3$  :

$$\Delta E'_C = E_C(t_3) - E_C(t_2) = W_{\vec{f}} + W_{\vec{p}}$$

Soit :  $\Delta E'_C = -\|\vec{f}\|x' - M\|\vec{g}\|x' \sin \alpha$  (2)

c- pour  $x = \overline{OA} = 100m$ , la relation (1) s'écrit :

$$\Delta E_C = E_C(A) = \|\vec{F}\|x_A - \|\vec{f}\|x_A - M\|\vec{g}\|x_A \sin \alpha .$$

Au point C on a :  $V_C = 0$  d'où  $E_C(t_3) = 0$  la relation (2) s'écrit :

$$\Delta E'_C = -E_C(A) = -\|\vec{f}\|x' - M\|\vec{g}\|x' \sin \alpha$$

avec  $x' = \overline{AC}$  soit  $x' = x_C - x_A = 20\text{m}$ ; de cette dernière on tire  $\|\vec{f}\|$ .

Il vient :  $\|\vec{f}\| = \frac{E_C(A)}{AC} - M\|\vec{f}\|\sin\alpha$  ; A.N. :  $\|\vec{f}\| = 400\text{N}$ .

$E_C(A) = \|\vec{F}\|x_A - \|\vec{f}\|x_A - M\|\vec{g}\|x_A \sin\alpha$ .

Il vient :  $\|\vec{F}\| = \frac{E_C(A)}{x_A} + M\|\vec{g}\|\sin\alpha$  ; A.N. :  $\|\vec{F}\| = 960\text{N}$

2) Considérons le système {skieur} ; au point C, la force de frottement  $\vec{f}$  s'annule puisque le skieur s'arrête en C. Les forces exercées sont alors le poids  $\vec{p}$  et la réaction  $\vec{R}$  de la piste. D'après la R.F.D. on a :

$\sum \vec{f}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$  soit  $\vec{P} + \vec{R} = \frac{d\vec{p}}{dt}$  or  $\vec{p} = M\vec{V}_G$

en C, la vitesse du centre d'inertie du skieur est nulle.

Il vient :  $\vec{p} = \vec{0}$  d'où  $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

D'après le principe d'inertie, le système en C est au repos.

$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$  alors  $\vec{R}$  est directement opposée au vecteur poids  $\vec{P}$ .

Caractéristiques de  $\vec{R}$  :

- direction : la verticale
- le sens :  $\vec{R}$  est dirigée vers le haut
- norme :  $\|\vec{R}\| = \|\vec{P}\|$  soit  $\|\vec{R}\| = 800\text{N}$

3) soit le système : {skieur, Terre}

Evaluons la variation de l'énergie mécanique de ce système entre les positions O et C.

$\Delta E_m = E_m(C) - E_m(O)$  ;  $\Delta E_m = W_{\vec{F}} + W_{\vec{f}} + W_{\vec{R}_N} + W_{\vec{P}}$

Or  $W_{\vec{R}_N} = 0$ .

Il vient :  $\Delta E_m = \|\vec{F}\|x_A - \|\vec{f}\|x_C - M\|\vec{g}\|x_C \sin\alpha$  A.N. :  $\Delta E_m = 0$

$\Delta E_m = E_m(C) - E_m(O)$  ; or  $E_m(C)$  est nulle

il vient :  $E_m(O) = 0$

$E_m(O) = E_{Pp}(O) + E_C(O)$  or  $E_C(O) = 0$  d'où  $E_{Pp}(O) = 0$

**Exercice N°12 :**

1° On considère le système : {A,B}. Le choc étant bref, le vecteur quantité de mouvement du système se conserve au cours du choc. On écrit alors :

$$m_A \vec{V}_A + m_B \vec{V}_B = m_A \vec{V}'_A + m_B \vec{V}'_B \text{ or } m_A = m_B = m \text{ et } \vec{V}'_B = \vec{O}$$

il vient :  $\vec{V}_A + \vec{V}_B = \vec{V}'_A$  (1) ; projetons la relation (1) sur les axes du repère

$$(\vec{ox}, \vec{oy}) \text{ projetons sur l'axe } \vec{ox} : \|\vec{V}_A\| \cos \alpha + \|\vec{V}_B\| \sin \alpha = \|\vec{V}'_A\| \quad (2).$$

$$\text{Projetons sur l'axe } \vec{oy} : \|\vec{V}_A\| \sin \alpha - \|\vec{V}_B\| \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

$$\text{La relation (3) donne : } \|\vec{V}_B\| = \|\vec{V}_A\| \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{La relation (2) donne : } \|\vec{V}_A\| = 1,595 m.s^{-1} \quad \text{A.N. : } \|\vec{V}_B\| = 1,38 m.s^{-1}$$

$$2^\circ E_m = E_{Pp} + E_C \quad E_{Pp} = \text{constante} = K$$

$$\text{avant le choc : } E_{m1} = \frac{1}{2} m V_A^2 + \frac{1}{2} m V_B^2 + K = \frac{1}{2} m (V_A^2 + V_B^2) + K .$$

$$\text{Après le choc : } E_{2m} = \frac{1}{2} m V_A'^2$$

La variation de l'énergie mécanique du système au cours du choc est :

$$\Delta E = E_{2m} - E_{1m} \text{ soit } E = \frac{1}{2} m V_A'^2 - \frac{1}{2} m (V_A^2 + V_B^2)$$

$$\text{soit } \Delta E = \frac{1}{2} m [V_A'^2 - (V_A^2 + V_B^2)] \quad (4)$$

$$\text{Elevons la relation (1) au carré, il vient : } V_A'^2 + V_B'^2 + 2\vec{V}_A \cdot \vec{V}_B = V_A^2 + V_B^2$$

$$\text{Or : } \vec{V}_A \perp \vec{V}_B \text{ donc } \vec{V}_A \cdot \vec{V}_B = 0$$

$$\text{Il vient : } V_A'^2 + V_B'^2 = V_A^2 + V_B^2$$

La relation (4) donne alors  $\Delta E = 0$ , au cours du choc, l'énergie cinétique s'est conservée ; le choc est donc élastique.

### Exercice N°13 :

- 1- Vrai : appliquer le théorème de l'énergie cinétique au solide S entre A et B.
- 2- Vrai : appliquer le même théorème entre A et M.
- 3- Faux :  $\|\vec{R}\| = 14,4 N$ .
- 4- Faux :  $\|\vec{R}\| = 4,88 N$ .

## Réponses à « Contrôlez vos connaissances »

**I- cas (a) et (b)**

**II- 1 - Vrai**

**2 - a) Vrai  
b) Faux**

**III-**

**a) Faux**

**b) Vrai**

**c) Faux**

*Phénomènes  
périodiques  
sinusoïdaux-les  
oscillateurs*

# Objectifs

## 1- Phénomènes périodiques :

- définir et reconnaître un phénomène périodique
- Déterminer les grandeurs caractéristiques d'un phénomène périodique
- Utiliser l'enregistrement graphique, la méthode optique, l'oscilloscope électronique et la stroboscopie pour analyser un phénomène périodique

## 2- Les phénomènes sinusoïdaux :

- Définir un mouvement sinusoïdal de translation
- Déduire graphiquement le décalage horaire entre deux mouvements synchrones et distinguer entre l'avance et le retard de phase d'un mouvement sinusoïdal par rapport à un autre mouvement sinusoïdal.
- Utiliser la méthode trigonométrique et la méthode de Fresnel pour la composition de mouvements sinusoïdaux synchrones
- Reconnaître que le courant électrique alternatif est un phénomène périodique et définir les grandeurs efficaces (tension et intensité)

## 3- Les oscillateurs harmoniques :

- Définir un oscillateur
- Distinguer entre un oscillateur non amorti et un oscillateur amorti
- Etablir l'équation différentielle par application de la RFD (cas d'un oscillateur mécanique) et par la loi des mailles (cas d'un oscillateur électrique)
- Définir les différents régimes des oscillations amorties
- Expliquer et appliquer la conservation ou la non conservation de l'énergie d'un oscillateur.

## 4- Oscillations forcées en régime sinusoïdal :

- Distinguer entre oscillations libres et oscillations forcées
- Faire l'étude expérimentale des oscillations forcées
- Mettre en évidence le phénomène de résonance
- Exprimer la puissance moyenne consommée par un circuit RLC et expliquer l'importance du facteur de puissance.

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

- Les phénomènes périodiques sont caractérisés par :
- une période temporelle  $T$  et une fréquence  $N = \frac{1}{T}$
- une amplitude : valeur maximale de la grandeur oscillante ; celle-ci peut être une abscisse  $x$  ou une charge  $q$  .
- La visualisation à l'aide de l'oscilloscope de certains signaux permettra de mesurer ces grandeurs.
- Les phénomènes oscillatoires constituent un cas particulier des phénomènes périodiques.
  - un oscillateur est un système dans lequel il se produit des évolutions périodiques autour d'un état d'équilibre
  - une fois, mis en oscillation, un oscillateur évolue librement, c'est à dire sans apport d'énergie.

Dans ce cas, les oscillations sont dites libres non amorties : L'amplitude reste constante au cours du temps.

L'énergie totale de l'oscillateur est conservée.

- un système oscillant peut dissiper de l'énergie.

Il fournit de l'énergie au milieu extérieur.

La dissipation d'énergie est d'autant plus grande que les frottements sont importants (oscillateur mécanique) ou la résistance du circuit est grande (oscillateur RLC) .

Dans ce cas les oscillations sont dites des oscillations libres amorties.

Pour entretenir des oscillations amorties, on doit fournir périodiquement et continuellement de l'énergie à l'oscillateur.

Le résonateur (celui qui reçoit de l'énergie), excité, effectue des oscillations forcées de même période que celle de l'excitateur.

En faisant varier la fréquence de l'excitateur. L'amplitude du résonateur passe par un maximum.

Il s'agit de phénomène de résonance.

## Contrôlez vos connaissances



1. La pulsation propre  $\omega_0$ , d'un oscillateur électrique (L,C) libre non amorti est :

a) :  $LC$  ; b) :  $\sqrt{LC}$  ; c) :  $\frac{1}{\sqrt{LC}}$

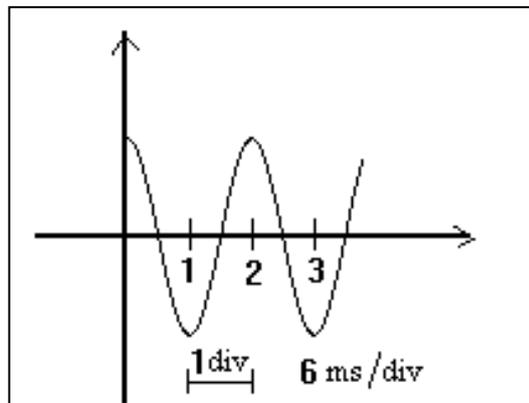
Laquelle des trois propositions est juste ?

2. On observe à l'oscilloscope la ddp aux bornes du condensateur d'un circuit (L,C) oscillant librement

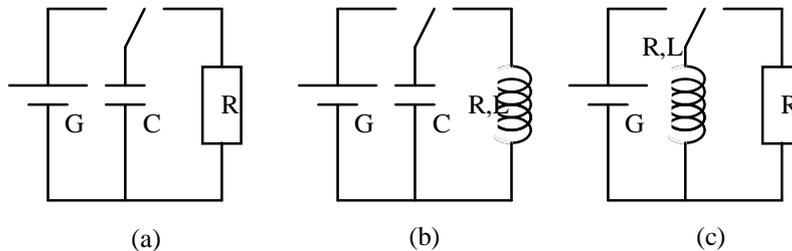
$C = 220 \mu\text{F}$ .

La valeur de L est :

- a)  $16,6 \mu\text{H}$ ;
- b)  $4,14 \text{ mH}$ ;
- c)  $16,6 \text{ mH}$ .



3. Quel est le circuit pouvant être le siège d'oscillations électriques libres ?



4. Un circuit oscillant RLC peu amorti est dit pseudo-périodique parce que :

- a) la période des oscillations varie au cours du temps
- b) l'amplitude des oscillations n'est pas constante au cours du temps

c) la période des oscillations est différente de celles des oscillations non amorties. Laquelle des trois propositions est juste ?

## EXERCICES PROPOSES

### Exercice N° 1 :

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique rectiligne sinusoïdal est donnée par la relation :

$$x(t) = 3 \sin \left( 20t + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (x \text{ en cm et } t \text{ en s})$$

- Quelle est la période, la fréquence et l'amplitude des oscillations ?
- Exprimer la vitesse et l'accélération de l'oscillateur à chaque instant.

### Exercice N° 2 :

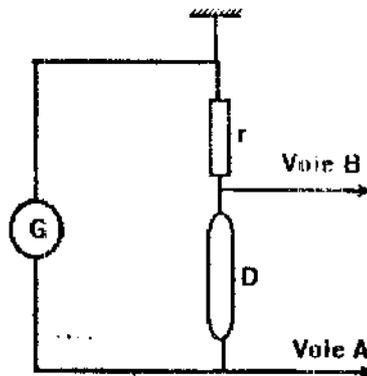
Le mouvement d'une lame vibrante est entretenu par un électro – aimant. Pour étudier le mouvement de son extrémité A on réalise son enregistrement mécanique. On obtient ainsi le diagramme suivant :



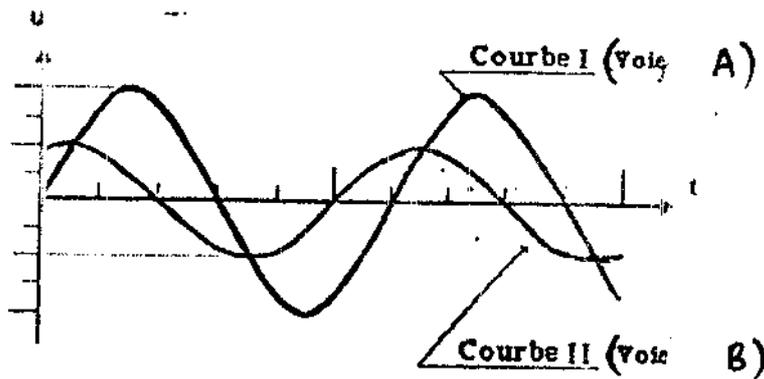
- Déduire la nature du mouvement de A.
- A partir du diagramme, déterminer :
  - L'amplitude des vibrations ;
  - La période et la fréquence de ces vibrations ;
  - L'équation horaire  $y(t)$  du mouvement de A en précisant les origines des espaces et des temps adoptées.
- Exprimer, en fonction du temps, la vitesse  $v$  de A. Calculer le déphasage entre  $v$  et  $y$ . Conclure.
- Exprimer  $v$  en fonction de  $y$ . Avec quelles vitesses le point A passera-t-il par sa position d'équilibre.

**Exercice N° 3:**

Un circuit électrique comporte un dipôle (D) en série avec un résistor de résistance  $r = 10\Omega$ . Il est alimenté par un générateur de courant alternatif sinusoïdal de fréquence  $N$ .



Un oscilloscope bicourbe, branché comme l'indique le schéma, donne l'oscillogramme ci-dessous. Le balayage de l'oscilloscope est réglé sur  $1\text{ms/div}$ , la sensibilité verticale de la voie A est réglé sur  $2\text{ v/div}$  et celle de la voie B sur  $2,2\text{ v/div}$ .

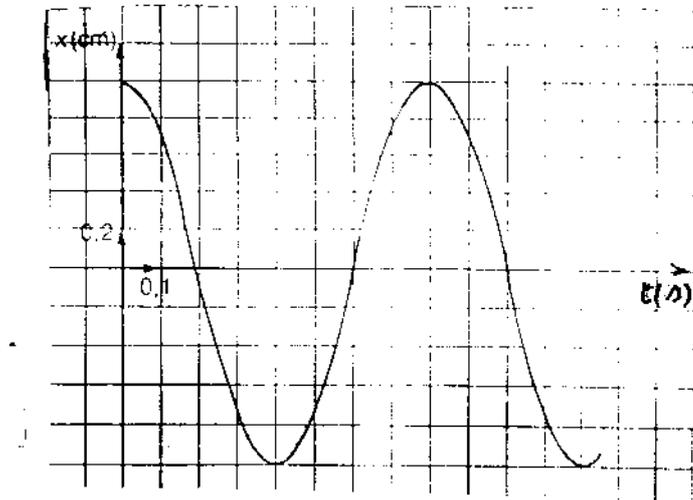


A partir de l'oscillogramme déterminer :

1. La fréquence  $N$  ;
2. La valeur efficace de la tension  $u(t)$  aux bornes du circuit ;
3. La valeur efficace de l'intensité  $i(t)$ .
4. Le déphasage  $\Delta\phi$  de  $u(t)$  par rapport à  $i(t)$ . Préciser celle qui est en avance de phase sur l'autre.
5. Exprimer  $i(t)$  et  $u(t)$  en fonction du temps en précisant l'origine des temps adoptée.

**Exercice N° 4 :**

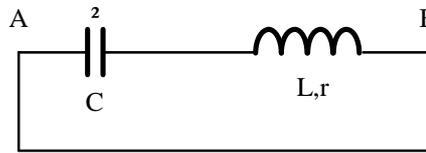
Un solide S de masse m est accroché à un support à spires non jointives. Il peut glisser sans frottement sur un plan horizontal. Le centre d'inertie G de S est repéré sur un axe horizontal  $x'ox$  dont l'origine correspond à la position de repos de S. Le ressort est allongé d'une longueur  $x_0$  et le solide S est lâché à  $t=0$ . Un dispositif permet d'enregistrer la variation de l'abscisse x en fonction du temps (fig. ci-dessous).



1. Déterminer, à partir du graphique, les conditions initiales du mouvement ainsi que le sens du déplacement du mobile lorsqu'il repasse pour la première fois par l'origine des abscisses o.  
Quelle est la période propre  $T_0$  et la pulsation  $\omega_0$  du mouvement ?
2.
  - a) Etablir, en appliquant la R.F.D. l'équation différentielle du mouvement.
  - b) Donner l'équation horaire  $x(t)$  du mouvement.
2. Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique du ressort à une date t quelconque en fonction de K,  $\omega_0$ ,  $x_0$  et t.  
Sachant que cette énergie vaut  $37 \cdot 10^{-2} \text{ J}$  à  $t = 0$ , déterminer la valeur de la masse m du solide S.

**Exercice N° 5 :**

On considère le circuit représenté ci-contre, constitué par:



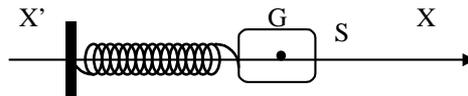
- Un condensateur :  $C = 0,22 \cdot 10^{-6} \text{ F}$
- Une bobine d'inductance  $L = 4,7 \text{ mH}$  et de résistance  $r$  négligeable

Le condensateur est initialement chargé (charge initiale  $Q_0$ )

1. Que va-t-il se produire dans ce circuit ? Vous expliquerez les échanges d'énergie entre le condensateur et la bobine.
2. Quelle est la fréquence des oscillations électriques ?
3. En réalité, la bobine a une résistance . Quel est son effet sur les échanges d'énergie du 1° et les oscillations électriques ?

**Exercice N°6:**

Un ressort de raideur  $k$  à spires non jointives est placé comme l'indique la figure.



Un solide  $S$ , de masse  $m$ , fixé à l'extrémité du ressort, est guidé par l'intermédiaire d'une tige horizontale  $x'x$ .

On suppose que le mouvement est sans frottement. Le centre d'inertie  $G$  du solide  $S$  est repéré par rapport à la position de  $G$  au repos.

1.a) on écarte le solide  $S$  de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale, à la date  $t = 0$ . Son abscisse est alors  $x = x_0$ .

Etablir l'équation différentielle du mouvement de  $G$ .

b) Calculer la période et donner l'équation horaire du mouvement lorsque :  
 $k = 4000 \text{ N.m}^{-1}$  ;  $m = 100\text{kg}$  ;  $x_0 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

2. Donner à la date  $t$  :

a) l'expression littérale de l'énergie potentielle élastique du système  $E_p(t)$

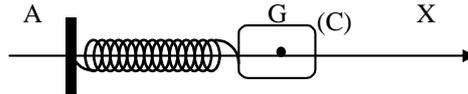
b) l'expression littérale de son énergie cinétique  $E_c(t)$

c) l'expression de l'énergie mécanique  $E_m(t)$  du système.

Donner la valeur numérique de  $E_m(t)$ .

**Exercice N°7:**

On dispose d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur  $K = 10\text{Nm}^{-1}$ . Les frottements sont négligeables. On engage le ressort, sur une tige horizontale Ax, l'une de ses extrémités est fixée en A, l'autre est reliée à un cylindre creux (C) de masse  $m = 0,100\text{ kg}$  qui peut glisser le long de la tige.



L'abscisse  $x$  du centre d'inertie G de (C) est repérée par rapport à O, position de G à l'équilibre.

On écarte le cylindre de sa position d'équilibre et on le lâche.

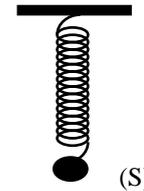
A l'instant  $t_0 = 0$ , choisi, comme origine des dates, son abscisse est  $X_0 = + 2,0\text{ cm}$  et sa vitesse est  $V_0 = - 0,200\text{ m.s}^{-1}$ .

1. Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant  $t_0$ .

On considère que l'énergie potentielle pour la position d'équilibre du système est nulle.

2. En appliquant le principe de conservation de l'énergie mécanique:

- a) Calculer la vitesse de (C) au passage par la position d'équilibre.
- b) Déterminer les positions de (C) pour les quelles la vitesse de (C) s'annule.

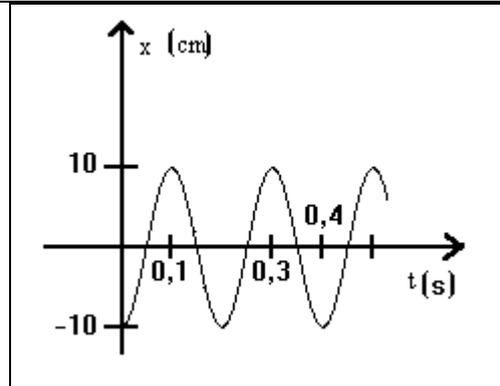


**Exercice N° 8 :**

Un solide ponctuel S est accroché à l'extrémité d'un ressort vertical.

Ecarté de sa position d'équilibre, puis lâché, le solide S effectue des oscillations autour de sa position d'équilibre.

La courbe donnant la variation de l'abscisse X de S en fonction du temps est donnée à la figure ci-contre :



1. Déterminer :

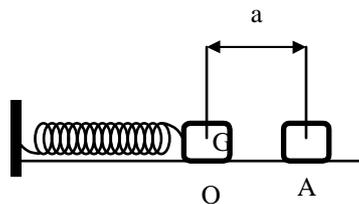
- l'amplitude du mouvement de S
- la période et la fréquence du mouvement
- l'abscisse de S à l'instant  $t = 0$

2. Cet oscillateur est-il amorti ? Pourquoi ?

Quelle serait l'allure de la courbe donnant la variation de  $x$  en fonction du temps lorsque l'oscillateur est amorti ?

**Exercice N° 9 : « OBJECTIF BAC »**

Un solide de masse  $m = 0,1 \text{ kg}$  se déplace sur une surface plane et horizontale ; il est relié à un ressort de constante de raideur  $k = 0,2 \text{ N.m}^{-1}$  comme le montre la figure.



Le point O correspond à la position du centre d'inertie du solide lorsque le ressort n'est pas tendu. On écarte le solide d'une longueur  $a = 2,0 \text{ cm}$  vers la droite et on le lâche sans vitesse.

**-A- Les frottements sont négligeables :**

1. Décrire le mouvement du centre d'inertie G du solide et préciser ses grandeurs caractéristiques.
2. Calculer la valeur  $v$  de la vitesse de G lorsque le solide repasse par sa position d'équilibre ( point O )

3. Calculer le travail de la tension  $\vec{T}$  du ressort entre les positions A et O du solide.

4. On agit sur le solide en faisant fonctionner un piston mobile qui lui fournit des impulsions brèves avec une période T.

A quelle condition le système entre-t-il en résonance d'amplitude?

Comment cette résonance se manifeste-t-elle ?

**-B- Il existe des frottements :**

Ceux-ci sont assimilables à une force unique horizontale, en sens inverse du mouvement et de valeur constante  $f = 10^{-3}$  N.

1. Décrire le mouvement du centre d'inertie G du solide.

2. Calculer la valeur  $v'$  de la vitesse de G lorsque le solide repasse, pour la première fois, par sa position d'équilibre.

3. On fait agir de nouveau le piston qui fournit des impulsions brèves de période T.

Décrire le mouvement du solide.

### Exercice N° 10 :

Un solide de masse  $m = 200$  g, peut glisser sans frottement le long d'un axe  $(O, \vec{i})$  horizontal.

Ce solide est attaché à l'extrémité droite d'un ressort de masse négligeable et de raideur  $k = 125$  Nm<sup>-1</sup> dont l'extrémité gauche est fixée rigidement.

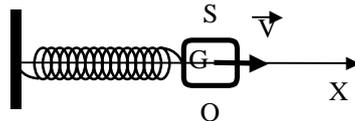
Le point O origine de l'axe  $(O, \vec{i})$  est confondu avec le point  $G_0$  position du centre d'inertie G du solide dans sa position d'équilibre.

Lorsque le solide se trouve dans une position quelconque, on note :

$x$  : abscisse de G ;  $\vec{OG} = x\vec{i}$

$\vec{V} = V\vec{i}$ , sa vitesse ;

$\vec{F} = F\vec{i}$ , effort exercé par le ressort sur le solide



1. Donner la relation entre F et x

2. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, établir l'équation différentielle caractérisant le mouvement de G

3. A l'instant  $t = 0$ , on comprime le ressort en poussant le solide à partir de sa position d'équilibre d'une longueur  $a = 20$  cm et on le lâche sans vitesse initiale.

- a) Calculer la pulsation  $\omega_0$  de l'oscillateur, sa fréquence propre  $f_0$  et sa période propre  $T_0$ .
- b) Donner l'équation horaire  $x(t)$  du mouvement de G
- 4. Calculer l'énergie mécanique  $E_0$  du système {ressort solide} à l'instant initial  $t = 0$ .
- 5. On recommence l'expérience de la question 3, mais le solide n'est plus attaché au ressort.
  - a) Préciser l'abscisse  $x_1$  de G lorsque le solide se sépare du ressort.
  - b) Donner l'instant  $t_1$  au quel le solide se répare du ressort.
  - c) Calculer la vitesse de G lorsque le solide se sépare du ressort.

**Exercice N° 11 :**

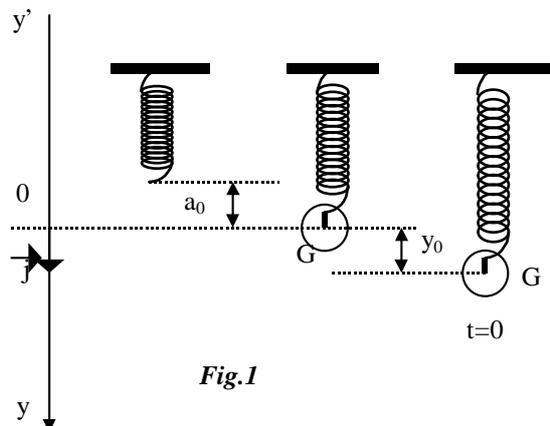
Un solide (S) de masse  $m$  est attaché à l'une des extrémités d'un ressort vertical parfaitement élastique, de constante de raideur  $k$  et de masse négligeable devant celle du solide (S).

L'extrémité supérieure du ressort est fixe.

A l'équilibre, l'allongement du ressort est  $a_0$ .

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre vers le bas de  $y_0$  à un instant qu'on prend comme origine des dates.

On néglige les frottements et on étudie le mouvement du solide (S) relativement à un repère galiléen  $(O, \vec{j})$  d'origine O, la position du centre d'inertie G de (S) à l'équilibre et d'axe  $(O, \vec{y})$  un axe vertical dirigé vers le bas (fig 1).



*Fig.1*

- 1. a) A une date  $t$  quelconque, le centre d'inertie G de (S) à une élongation  $y$  et sa vitesse  $v$ .  
Etablir l'expression de l'énergie mécanique  $E$  du système {solide(S), ressort, Terre} en fonction de  $y$ ,  $v$ ,  $a_0$ ,  $K$  et  $m$ .

On prendra comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur celle correspondant à la position du solide dans un plan horizontal passant par O, position du centre d'inertie du solide (S), à l'équilibre.

On considère nulle l'énergie potentielle élastique du ressort non chargé.

b) Montrer que cette énergie mécanique E est constante.

Exprimer sa valeur en fonction de K,  $y_0$  et  $a_0$ .

c) En déduire que le mouvement de (S) est rectiligne sinusoïdal.

2. A l'aide d'un dispositif approprié, on mesure la vitesse instantanée v du solide (S) pour différentes élongations y du centre d'inertie G de (S).

Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe  $v^2 = f(y^2)$  (fig 2).

a) Justifier théoriquement l'allure de la courbe en établissant l'expression de  $v^2$

b) En déduire les valeurs de : la pulsation  $\omega_0$  et l'amplitude  $y_0$  du mouvement de (S)

- l'allongement  $a_0$  du ressort à l'équilibre

On prendra  $\|\vec{g}\| = 10 \text{ms}^{-2}$

c) Etablir l'équation horaire du mouvement de (S)

d) Sachant que l'énergie mécanique E du système

est égale à 0,625 Joule, calculer les valeurs de la constante de raideur K du ressort et la masse m du solide (S).

3. On exerce maintenant sur le solide (S) une force  $\vec{F} = F_m \sin \omega t \vec{j}$  dont la pulsation  $\omega$  est réglable. Le solide (S) prend alors un mouvement sinusoïdal forcé d'équation :  $y = y_m \sin(\omega t + \varphi)$ .

a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S)

b) Pour quelles valeurs de la pulsation  $\omega$ , les grandeurs y et F sont-elles :

- en phase ?

- en opposition de phase ?

c) Etablir l'expression de  $y_m$  en fonction de  $\omega$ . Que se passe-t-il pour  $\omega = \omega_0$ ?

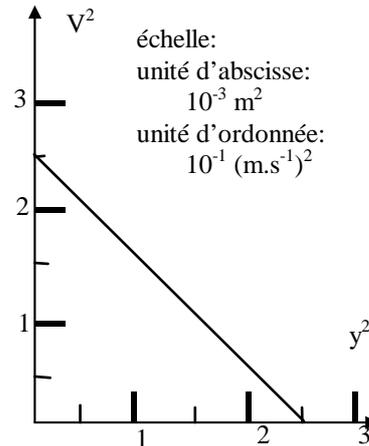


Fig.2

### Exercice N° 12 :

On étudie, le phénomène de résonance d'intensité d'un circuit électrique RLC série, fonctionnant en régime sinusoïdal forcé. L'alimentation fournit une tension  $u(t) = U_m \sin(2\pi f t)$  de valeur efficace  $U = 5,0 \text{ V}$ .

Des mesures ont permis de construire point par point la courbe représentative de la fonction  $I = g(f)$ .

(I : intensité efficace, f fréquence de la tension sinusoïdale).

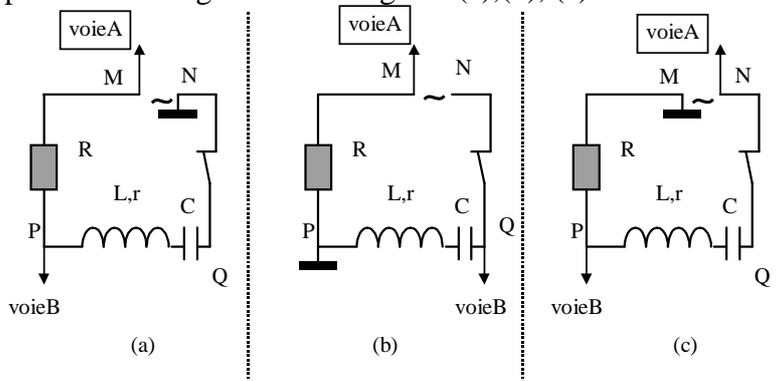
1. Schématiser le circuit d'étude.
2. Le graphique obtenu présente un maximum pour  $f_0 = 218$  Hz, l'intensité est alors  $I_0 = 42,5$  mA.
  - a) Déterminer la valeur de la résistance R du circuit.
  - b) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine sachant que la capacité C du condensateur est égale à  $0,86 \mu\text{F}$ .
3. On utilise maintenant un oscilloscope cathodique pour vérifier le phénomène de résonance étudié.  
Indiquer sur un schéma les branchements de l'oscilloscope permettant de visualiser la tension  $u(t)$  et l'intensité  $i(t)$  traversant le circuit.

**Exercice N° 13 :**

Lors d'une séance de T.P, les élèves sont conduits à étudier des dipôles en régime sinusoïdal forcé. Le professeur demande de réaliser un circuit série comprenant :

- un générateur de tension alternative sinusoïdale, de valeur efficace constante,
- un résistor de résistance R connue,
- une bobine d'inductance L et de résistance r inconnue
- un condensateur de capacité C connue .

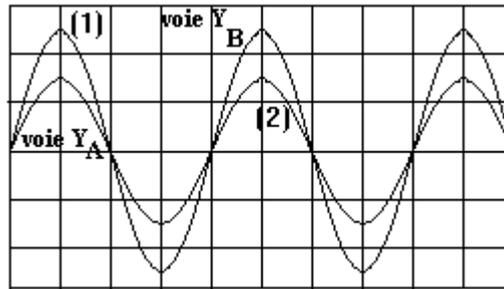
1. Les élèves disposent d'un oscilloscope bicourbe qu'ils doivent brancher convenablement pour obtenir :
  - la tension aux bornes du dipôle constitué par le résistor, la bobine et le condensateur disposés en série ;
  - une tension proportionnelle à l'intensité du courant dans le circuit. Un élève propose les montages suivants figures (a),(b), (c).



- a) Dans chaque cas, quelle est la tension visualisée
  - en voie  $Y_A$  ?
  - en voie  $Y_B$  ?
- b) Le professeur n'accepte que le montage C, pourquoi ?

2. La figure suivante, obtenu avec le montage C, montre l'aspect de l'écran de l'oscilloscope ainsi que les sensibilités adoptées qui sont différentes pour chacune des deux courbes :

courbe 1 : voie Y<sub>B</sub> : 1 carreau → 1V  
 1 carreau → 500 μ.s  
 courbe 2 : voie Y<sub>A</sub> : 1 carreau → 2V  
 1 carreau → 500 μ.s



- Quelles sont la fréquence  $f_0$  et la valeur maximale  $U_m$  de la tension alternative délivrée par le générateur ?
- Dans quelles conditions particulières se trouve le circuit lorsque l'élève obtient ces courbes ?  
- Calculer la valeur de L
- Déterminer les valeurs des résistances  $R_C$  du circuit et r de la bobine.  
On donne  $R = 3.10^2 \Omega$  ;  $C = 3.10^{-6} F$ .

#### Exercice N° 14 :

On considère un circuit électrique comportant en série une bobine B de résistance R et d'inductance L et un condensateur de capacité C. On alimente ce circuit par un courant alternatif sinusoïdal d'intensité instantanée :  $i = \sqrt{2} \sin 314t$  (en A).

Des mesures expérimentales donnent les résultats suivants :

- tension efficace aux bornes du circuit est :  $U = 141,4 V$
- tension efficace aux bornes du condensateur est :  
 $U_C = 50 V$ .
- la tension instantanée aux bornes du circuit est en avance de phase de

$\frac{\pi}{4}$  sur l'intensité i.

- Représenter à l'échelle sur le papier millimétré les vecteurs de Fresnel correspondant aux tensions aux bornes du circuit et aux bornes du condensateur. On prendra  $1 \text{ cm} \rightarrow 10 V$ .

2. Déterminer graphiquement la valeur de la tension  $U_B$  aux bornes de la bobine.
3. Exploiter le diagramme de Fresnel pour déterminer les valeurs de l'inductance  $L$  et de la résistance  $R$  de la bobine.

**Exercice N° 15 :**

Le circuit schématisé figure (a) comprend :

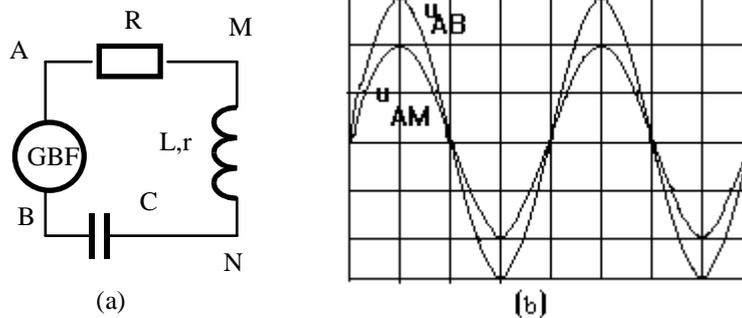
- un générateur de courant alternatif sinusoïdal (GBF)
- un résistor de résistance  $R = 10 \Omega$  ;
- un condensateur de capacité  $C = 1 \mu F$  ;
- une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ .

Un oscilloscope bicourbe permet de visualiser les tensions  $u_{AM}$  et  $u_{AB}$ .

Les caractéristiques de l'oscilloscope sont :

- balayage (horizontal) : 1,25ms par carreau ;
- déviation verticale : 1V par carreau

On observe l'écran de l'oscilloscope. Il présente l'aspect donné par la figure (b).



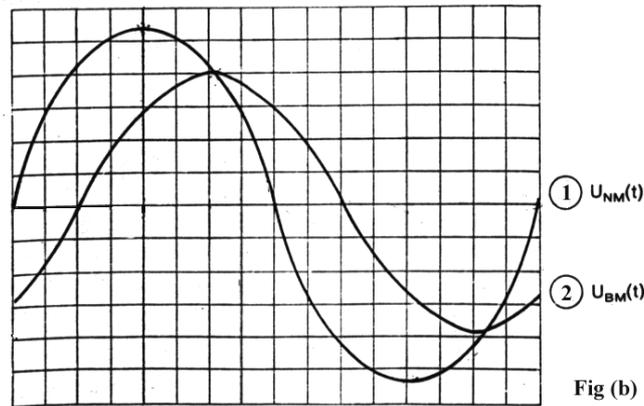
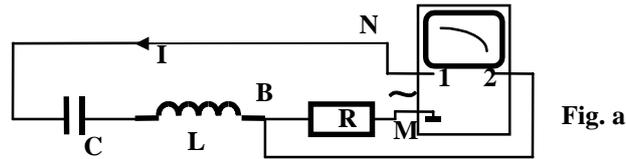
- a) Quelle est la tension qui produit les variations de l'intensité du courant dans le circuit ?
- b) Quelle est l'intensité efficace du courant qui traverse le circuit?
- c) Quelle est la fréquence du courant fourni par le générateur ?
- d) Calculer l'inductance  $L$  de la bobine ainsi que sa résistance  $r$ .

**Exercice N° 16 :**

On réalise le montage représenté figure (a) . La résistance a pour valeur  $R = 10 \Omega$  , la bobine a une résistance négligeable et une inductance  $L$ . Le condensateur a une capacité  $C$ .

La valeur efficace de la tension sinusoïdale  $u_{MN}$  est  $U = 10V$  ; la fréquence est  $N$ . On étudie le circuit avec un oscilloscope bicourbe.  $u_{MN}$  est envoyée sur la voie (1),  $u_{BM}$  est envoyée sur la

voie (2). Le balayage fonctionne et l'écran présente l'aspect reproduit sur la figure (b).



Sur les deux voies, l'échelle des abscisses est  $2,5 \cdot 10^{-3}$  s par cm, celle des ordonnées est 5V par cm. A l'instant  $t = 0$ , la tension  $\mu_{MN}$  est maximale sur le dessin.

1. Déterminer la fréquence de la tension appliquée au circuit. Donner les expressions en fonction du temps des tensions instantanées  $u_{MN}(t)$  et  $u_{BM}(t)$ .
2. Déterminer :
  - La valeur de l'intensité efficace  $I$  ;
  - L'impédance  $Z$  du circuit ;
  - Le déphasage entre  $\mu_{MN}$  et  $i$ .
3.  $C = 210^{-5}$  F. Calculer  $L$

### Exercice N° 17 : (Bac Tunisien)

**A-**  
 Un circuit électrique est constitué d'un générateur de f.é.m  $E = 6V$  et de résistance interne négligeable, d'un condensateur de capacité  $C = 1\mu F$ , d'une bobine d'inductance  $L = 1H$  et de résistance négligeable et de deux interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  (fig 1).

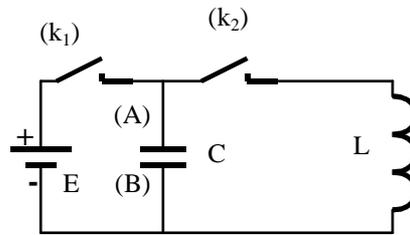


Fig.1

1. Première expérience : ( $K_1$ ) est fermé, ( $K_2$ ) est ouvert.

Calculer la charge  $Q_0$  acquise par le condensateur et exprimer l'énergie électrique  $W$  emmagasinée par le condensateur en fonction de  $E$  et  $C$ .

2. Deuxième expérience : A l'instant  $t = 0$ , on ouvre ( $K_1$ ) et on ferme ( $K_2$ ).

Etablir l'équation différentielle décrivant les variations de la charge instantanée  $q(t)$  de l'armature (A) du condensateur en fonction du temps et en déduire l'expression de  $q(t)$ .

**B-**

Le condensateur et la bobine précédents sont placés en série avec un résistor de résistance  $R$  (fig 2).

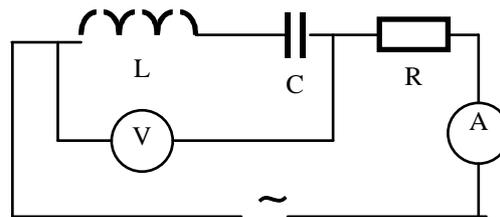


Fig.2

On applique aux bornes de ce circuit une tension alternative

$u(t) = U\sqrt{2} \sin(2\pi ft + \varphi)$  de valeur efficace  $U$  constante et égale à 100 V.

1. En faisant varier la fréquence  $f$ , le voltmètre indique une tension nulle pour une valeur  $f_0$  de  $f$ .

L'ampèremètre indique alors une intensité efficace  $I_0 = 2A$ .

a) Interpréter l'indication du voltmètre et en déduire la valeur de  $f_0$ .

b) Calculer la valeur de la résistance  $R$ .

c) Calculer le coefficient de surtension  $Q$  du circuit.

2. On ajuste la fréquence à une nouvelle valeur différente de  $f_0$ .

a) Etablir l'équation différentielle en  $q$  de l'oscillateur forcé RLC.

b) Sachant que  $i(t) = \frac{dq}{dt} = I\sqrt{2} \sin(2\pi ft)$  et que  $f = f_1 = 162$  Hz,

déduire à partir de la construction de Fresnel :

- le déphasage  $\varphi$  de la tension  $u(t)$  par rapport à  $i(t)$  en précisant si le circuit est inductif ou capacitif.

- l'intensité efficace  $I$ , du courant

- calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit.

### Exercice N° 18 :

Un dipôle  $D$  est relié aux bornes d'un générateur de tension sinusoïdale de fréquence  $f$  et de valeur efficace  $U = 4$  V. Un ampèremètre, monté en série avec le dipôle  $D$  permet de mesurer la valeur efficace  $I$  du courant.

Un wattmètre placé dans le circuit permet de mesurer la puissance électrique moyenne  $P$  dissipée dans le dipôle.

Le dipôle  $D$  est constitué par l'association en série d'un résistor de résistance  $R = 56 \Omega$ , d'un condensateur de capacité  $C = 10$  nF et d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r = 12 \Omega$ .

1. Pour une fréquence  $f = 100$  Hz, l'indication de l'ampèremètre est  $I = 34$  mA, celle du wattmètre  $P = 79$  mW.

A partir de ces résultats de mesure :

a) Calculer l'impédance  $Z$  du dipôle  $D$

b) Déterminer la valeur du facteur de puissance du circuit.

2. On augmente progressivement la fréquence  $f$  de la tension délivrée par le GBF alimentant le circuit RLC, la valeur efficace  $U$  restant constante et égale à 4 V ; on constate que les indications de l'ampèremètre et du wattmètre augmentent simultanément, passent par un maximum pour une fréquence  $f_0 = 159$  Hz, puis décroissent.

a) Justifier cette observation. Comment peut-on caractériser le circuit pour la fréquence  $f_0$  ?

b) Quelle est la valeur maximale indiquée par l'ampèremètre au cours de l'observation ?

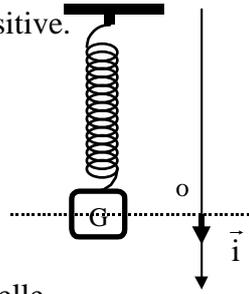
c) Calculer le facteur de surtension  $Q$  du circuit.

### Exercice N° 19 :

Dans le dispositif ci-contre, le ressort est de masse négligeable et de raideur  $K = 40$  N m<sup>-1</sup>. Le solide de masse  $m = 100$  g est soumis à une force excitatrice  $\vec{F} = F_m \sin(\omega_e t + \varphi_e) \vec{i}$  pendant son mouvement il subit l'action d'une force de frottement

$\vec{f} = -hV\vec{i}$ , h étant une constante positive.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de ce solide en fonction de V,  $\frac{dV}{dt}$  et  $\int Vdt$



2. La solution de l'équation différentielle précédente est  $V = V_m \sin(\omega_e t + \varphi_v)$

Trouver, grâce à la construction de Fresnel, l'expression littérale de  $V_m$  en fonction des données du problème ainsi que celle de

$\varphi_e - \varphi_v$ .

3. Par analogie avec le circuit RLC série en régime forcé, établir l'expression littérale de l'impédance mécanique Z en fonction, des données.

4. Pour quelle valeur de  $\omega_e$ , l'amplitude de la vitesse sera-t-elle maximale ? Calculer alors sa valeur ainsi que celle de  $\varphi_e - \varphi_v$ .

Que vaut dans ce cas la puissance moyenne de la force excitatrice?

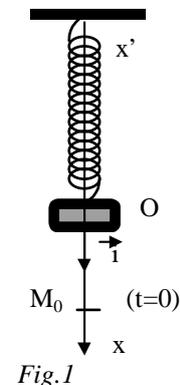
On donne  $h = 0,6 \text{ N.s.m}^{-1}$   
 $F_m = 2,7 \text{ N}$

### Exercice N° 20 :

Les parties A, B et C sont indépendantes. On prendra  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

**L-A-** Un solide (S), supposé ponctuel, de masse  $m = 0,15 \text{ kg}$  est suspendu à un ressort R de masse négligeable et de constante de raideur  $k = 50 \text{ N.m}^{-1}$ , celui-ci s'allonge donc de 3 cm par rapport à sa longueur à vide.

Soit le repère d'espace  $x'x$  vertical selon l'axe du ressort (fig 1); l'origine O correspond à la position d'équilibre de (S) et le vecteur unitaire est  $\vec{i}$ . On tire alors verticalement le ressort en déplaçant vers le bas le solide de  $OM_0 = a = 3 \text{ cm}$  et on l'abandonne à cet instant  $t = 0$  sans vitesse initiale.



1. En l'absence d'amortissement, déterminer l'équation différentielle et donner l'équation horaire du mouvement de (S).

Exprimer la période propre  $T_0$  de ce pendule élastique et calculer sa valeur.

2. a) Exprimer de manière littérale les énergies cinétique et potentielle de ce pendule dans le champ de pesanteur à un instant quelconque, puis calculer leurs valeurs aux instants de dates  $t=0$ ,  $\frac{T_0}{4}$  et  $\frac{T_0}{2}$ .

On prendra énergie potentielle de pesanteur nulle lorsque le solide ponctuel est au point O.

L'énergie potentielle élastique du ressort est nulle lorsqu'il n'est pas déformé.

b) Ecrire l'expression littérale de l'énergie mécanique E de la pendule élastique et montrer qu'elle est constante au cours du mouvement. Calculer sa valeur.

**-B-** L'axe du ressort de raideur  $k = 50 \text{ N.m}^{-1}$  est toujours vertical, mais son extrémité inférieure est fixée à un support horizontal immobile; son extrémité supérieure supporte un plateau P circulaire de masse  $m_1 = 200 \text{ g}$  centré sur l'axe du ressort.

Au centre de ce plateau est creusée une cavité sphérique dans laquelle est placée une bille de masse  $m_2 = 100 \text{ g}$ .

Cet ensemble (plateau + bille) reste horizontal.

L'axe  $z'oz$  vertical descendant, est confondu avec l'axe du ressort. L'origine O coïncide avec le centre de la bille, lorsque le système est en équilibre. (fig 2)

1. Un opérateur comprime le ressort de façon à placer le centre d'inertie G de (plateau - bille) en un point A d'ordonnée  $+0,1 \text{ m}$ .

A l'instant  $t = 0$ , il libère le système sans vitesse initiale.

On néglige les frottements et on suppose que la bille reste solidaire au plateau.

Etablir l'équation différentielle du mouvement du système. Donner l'expression de sa période propre.

2. En fait, la bille, n'étant pas fixée au plateau, peut décoller.

En faisant l'inventaire des forces agissant sur la bille, déterminer la position où la bille quitte le plateau.

On calculera son ordonnée.

**-C-** Le ressort R est maintenant placé sur un plan incliné parfaitement lisse de direction faisant un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale.

A son extrémité inférieure est fixé le plateau de masse  $m_1 = 200 \text{ g}$ .

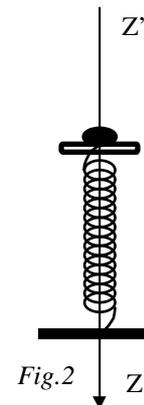


Fig.2

On repère la position du centre d'inertie G du plateau sur un axe  $x'x$  d'origine correspondant à sa position d'équilibre (fig 3).

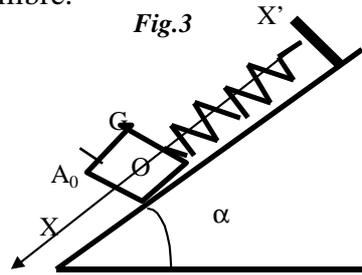
On écarte le plateau de 4 cm de sa position d'équilibre dans le sens positif et on le lâche sans vitesse initiale.

1. Calculer l'allongement  $a_0$  du ressort à l'équilibre.

2. Exprimer l'énergie mécanique E du système {plateau, ressort, terre} à une date t quelconque où l'élongation de G est x et v sa vitesse.

Montrer que cette énergie E est constante.

Calculer sa valeur.



**Exercice N°21 :**

On monte en série un résistor de résistance  $R_1 = 10 \Omega$ , une bobine d'inductance  $L = 0,6 \text{ H}$  et de résistance R, et un condensateur de capacité C. On applique entre les bornes A et M du dipôle ainsi obtenu une tension alternative sinusoidale

$u(t) = U_m \sin(2\pi Nt)$  de fréquence N réglable.

On relie la voie I, la voie II et la masse d'un oscilloscope bicourbe respectivement aux points A, B et M du circuit (fig 1).

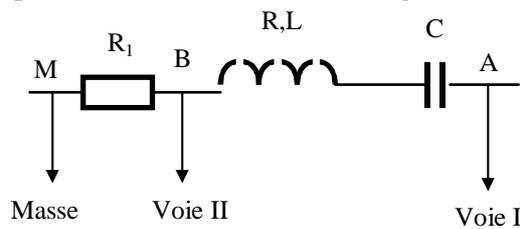
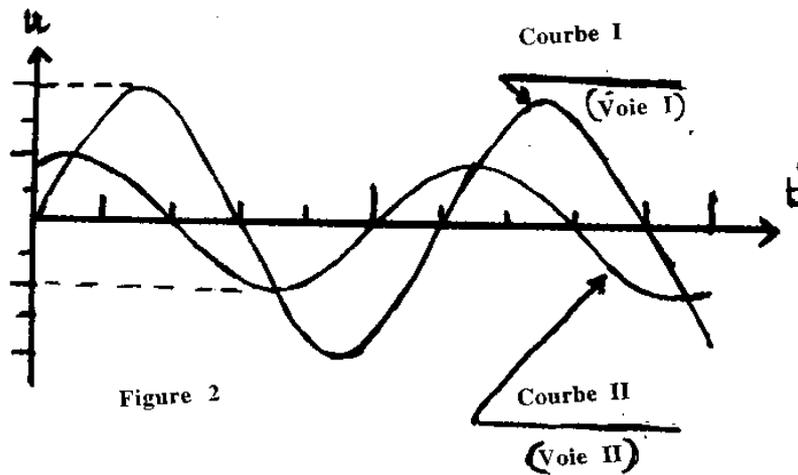


Fig.1

Pour une fréquence  $N = N_1$  de la tension d'alimentation, on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes (I) et (II) de la figure2.



Echelle \_\_\_\_\_ : 1cm sur l'axe des abscisses représente  $10^{-3}$  s  
1cm sur l'axe des ordonnées représente 2V pour la courbe I  
1cm sur l'axe des ordonnées représente 1V pour la courbe II

1. Dédire à partir des courbes de la figure 2 :

a- la fréquence  $N_1$  de la tension d'alimentation

b- les tensions maximales  $U_m$  et  $U_{BM_m}$  respectivement de la tension d'alimentation et de la tension aux bornes de résistor.

c- Le déphasage  $\phi$  de la tension  $U_{BM}(t)$  par rapport à la tension d'alimentation.

2. Déterminer l'intensité instantanée  $i(t)$  du courant qui circule dans le circuit, en précisant sa valeur maximale, sa fréquence et sa phase.

3. Déterminer la valeur de la résistance  $R$  et celle de la capacité  $C$ .

4. On ajuste la fréquence  $N$  à une nouvelle valeur  $N_2$  et on relève les tensions maximales suivantes :

• entre A et B:  $U_{AB_m} = 2V$

• entre B et M :  $U_{BM_m} = 2V$

• entre A et M :  $U_m = 4V$

a) Montrer que le circuit est, dans ces conditions, en résonance d'intensité. Calculer alors d'intensité efficace  $I_0$  du courant.

b) Déterminer la fréquence  $N_2$  de la tension excitatrice.

c) Calculer le coefficient de surtension du circuit.

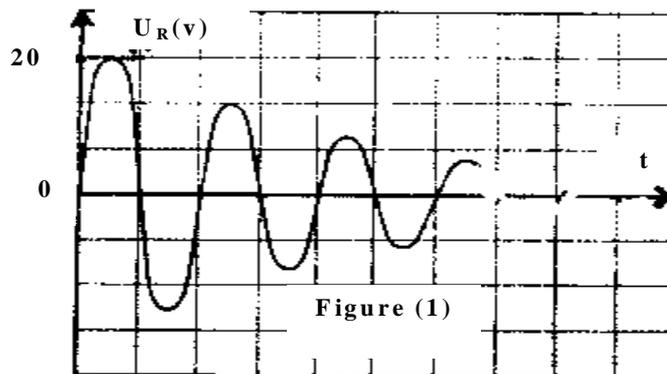
### Exercice N°22 :

On réalise un circuit en série comprenant une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$ , un condensateur de capacité  $C$  et un résistor de résistance  $R$ . Le circuit est alimenté par un générateur délivrant une tension carrée de fréquence  $N_1=160\text{Hz}$ . A l'aide d'un oscilloscope on observe la tension  $u_R(t)$  aux bornes du résistor.

I-

1- Qu'appelle-t-on oscillateur ?

2- On donne la courbe  $u_R = f(t)$  (figure -1-) ; en déduire que l'oscillateur étudié est libre amorti.



- 3- L'énergie électromagnétique de l'oscillateur étant  $E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ , cette énergie vaut au bout de  $\frac{1}{4}$  d'oscillation  $2 \cdot 10^{-3} \text{J}$ . Exprimer  $C$  en fonction de  $(U_R)_m$ ,  $R$ ,  $N$  et  $E$ .  
Calculer sa valeur numérique. On donne  $R = 100 \Omega$ .

II- On retire le résistor du circuit précédent et on l'alimente par un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale et de fréquence  $N$  variable :

$$u(t) = U_m \sin 2\pi N t, \text{ avec } U_m = 2\sqrt{2} \text{ volts.}$$

On branche un ampèremètre en série dans le circuit.

- 1- On fait varier  $N$  entre 100Hz et 200Hz et on relève pour chaque fréquence l'indication de l'ampèremètre et on en déduit une valeur de l'impédance  $Z$  du circuit. Ces mesures nous permettent de tracer la courbe  $Z = g(N)$  (figure -2-). En s'appuyant sur la courbe, déterminer la valeur de la résistance  $r$  de la bobine ainsi que son inductance  $L$ . On prendra  $C = 10 \mu\text{F}$ .

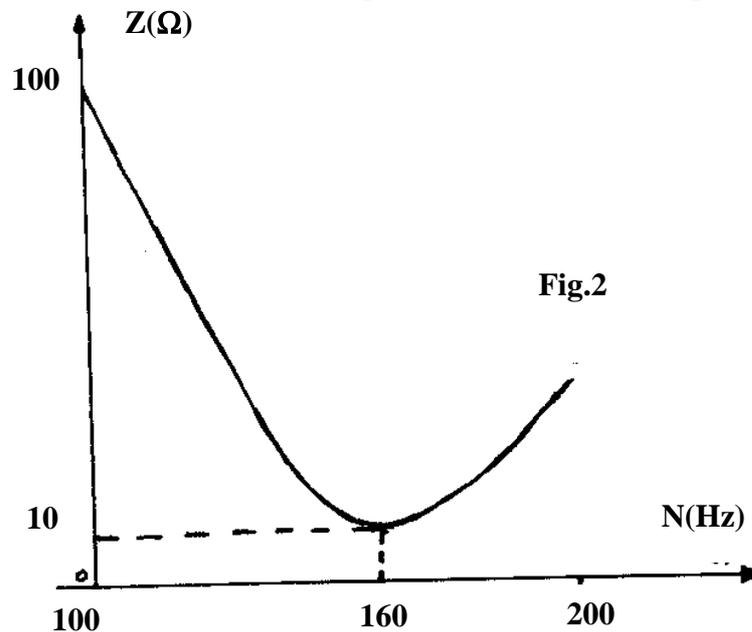


Fig.2

- 2- a- Pour une impédance du circuit qui vaut  $100 \Omega$  et pour une fréquence  $N = 100 \text{Hz}$ , dire si le circuit est inductif ou capacitif. Justifier.  
b- Etablir dans ces conditions les expressions  $U_b(t)$  : tension instantanée aux bornes de la bobine,  $i(t)$  et  $U_c(t)$ .

**Exercice N°23 :**

On considère un ressort de raideur  $k = 40\text{N.m}^{-1}$  à spires non jointives. Une de ses extrémités est fixe, l'autre est attachée à un solide S. Le solide S est en réalité un petit aimant NS de masse  $m = 0,100\text{ Kg}$ . On place, au voisinage de l'aimant, dans la direction de l'axe du ressort R, un électroaimant (E) capable d'exercer une force  $\vec{F}$  portée par cet axe  $(O, \vec{i})$  (fig 1).

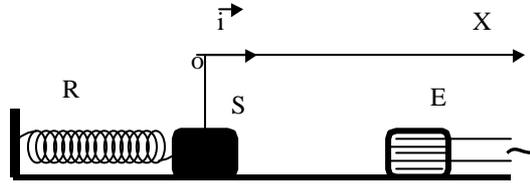


Fig.1

L'électroaimant est alimenté par un courant alternatif sinusoïdal de pulsation  $\omega$  et de fréquence N modifiable.

L'aimant est alors soumis à une force alternative sinusoïdale :

$$\vec{F} = F_m \sin(\omega t) \vec{i} \quad \text{avec } F_m = 0,4\text{N}$$

L'amortissement est caractérisé par une force  $f = -h\dot{x}$

1 - Etablir l'équation différentielle du mouvement forcé.

2 - a) Les oscillations sont définies par :  $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$

Etablir l'expression de  $X_m$  en fonction de  $F_m$ ,  $\omega$ ,  $h$ ,  $m$ , et  $K$  et montrer que  $0 > \varphi > -\pi$ .

c) L'expérience montre que  $X_m$  passe par un maximum pour  $\omega = \omega_r = 19\text{ rad s}^{-1}$ . Justifier l'existence de  $\omega_r$  et calculer  $h$  et  $\varphi$  et en déduire  $X_m$ .

**Exercice N°24 :**

Un solide ( $S_1$ ) de masse  $m_1$ , est attaché à l'une des extrémités d'un ressort, de raideur  $K$  dont l'autre extrémité est fixée. L'ensemble est placé sur un plan incliné dont la ligne de plus grande pente fait un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. On néglige les frottements et on étudie le mouvement du solide relativement à un repère galiléen  $(O, \vec{i})$ , d'origine O, la position d'équilibre du solide (figure-1-)

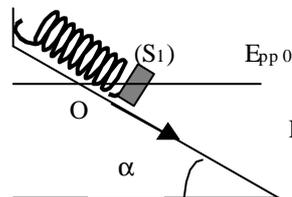


Figure -1-

- 1- déterminer l'allongement  $a_0$  du ressort à l'équilibre en fonction de  $m_1$ ,  $K$  et  $\|\vec{g}\|$ .
- 2- Exprimer l'énergie potentielle  $E_p$  du système  $S = \{S_1, \text{ressort, Terre}\}$  quand le solide passe par une position d'abscisse  $x$ , en fonction de  $K$ ,  $a_0$  et  $x$ .
- 3- On donne, pour quelques valeurs de  $x$ , les valeurs de  $E_p$ .

<b>X(10<sup>-2</sup>m)</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>E<sub>p</sub>(10<sup>-2</sup>J)</b>	<b>5</b>	<b>6,5</b>	<b>8,5</b>	<b>11</b>

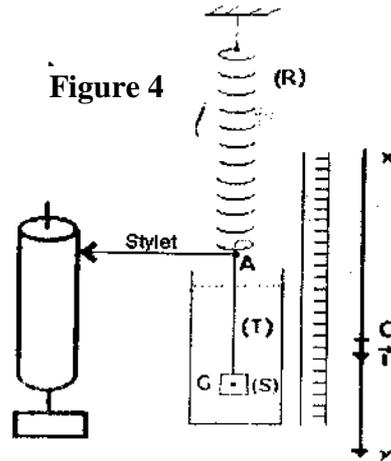
- a- Tracer la courbe  $E_p = f(x^2)$   
Echelle : en abscisse :  $1\text{cm} \leftrightarrow 5 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$  ;  
en ordonnée :  $1\text{cm} \leftrightarrow 10^{-2}\text{J}$ .
- b- Montrer que l'allure de la courbe justifie la relation établie dans la question 2.
- c- Dédurre :
  - La raideur  $K$  ;
  - L'allongement  $a_0$  ;
  - La valeur de la masse  $m_1$ .

**Données numériques** :  $\alpha = 30^\circ$  ;  $\|\vec{g}\| = 10\text{m.s}^{-2}$ .

**Exercice N°25 :**

**U**

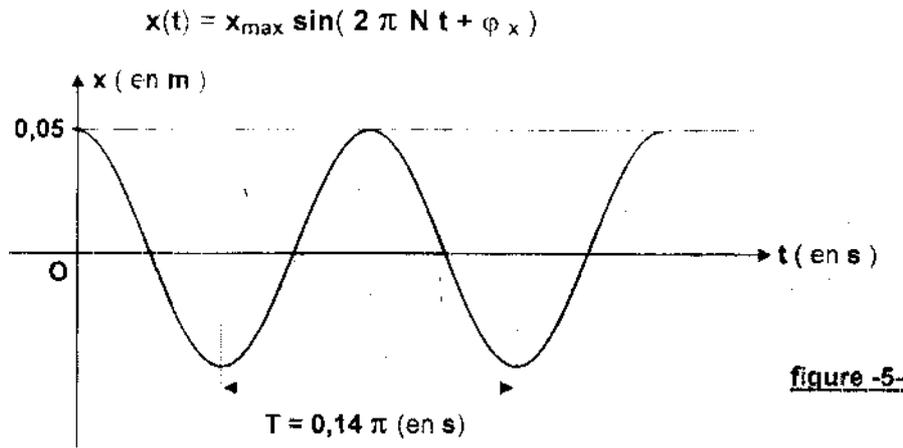
Un oscillateur mécanique en régime forcé est représenté dans la figure (4). Il comporte un solide (S), de masse  $m$  et de centre d'inertie  $G$ , attaché à l'extrémité libre d'un ressort  $R$  de raideur  $k$ , par l'intermédiaire d'une tige (T). L'autre extrémité du ressort est fixe. Les masses de  $R$  et (T) sont négligeables. Le solide (S) est soumis à une force de frottement de type visqueux  $\vec{f} = -h\vec{v}$  ou  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse instantanée de  $G$  et  $h$  est une constante positive. A l'aide d'un dispositif approprié on applique sur (S) une force excitatrice  $\vec{f}(t) = -F_{\max} \sin(2\pi Nt + \varphi F)\vec{i}$ . On désigne par  $x(t)$  l'élongation du centre d'inertie  $G$  en fonction du temps par rapport au repère  $(o, \vec{i})$ ;  $o$  étant la position d'équilibre de  $G$ .



1. Etablir que l'élongation  $x$ , sa dérivée première  $\frac{dx}{dt}$  et sa dérivée seconde

$$\frac{d^2x}{dt^2} \text{ vérifient la relation : } m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F(t)$$

2. Le dispositif d'enregistrement des oscillations de (S) est constitué d'un cylindre enregistreur sur lequel est enroulé un papier millimétré et d'un stylet marqueur, solidaire de la tige (T), et affleurant le papier millimétré. Dans le cas de l'expérience étudiée, ce dispositif permet d'obtenir le diagramme de la figure (5) qui correspond aux variations de l'élongation  $x(t)$  en accord avec l'équation :

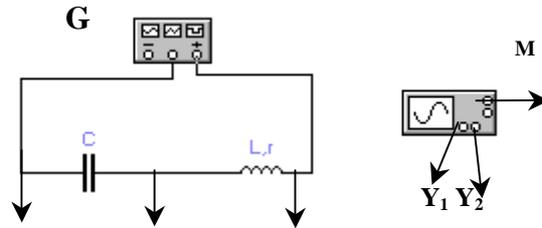


- a- Sachant que les deux oscillations présentées sur le diagramme de la figure (5) correspondent à un tour complet du cylindre enregistreur, en déduire le nombre de tours par minute effectués par ce cylindre. Déterminer, à partir du diagramme de la figure (5).  $x_{\max}$ ,  $N$  et  $\varphi_x$ .
- b- Sachant que  $m = 98\text{g}$  et  $k = 20\text{ N.m}^{-1}$ , montrer que (S) effectue des oscillations mécaniques forcées correspondant à une résonance de vitesse.
- c- En déduire qu'à tout instant  $t$ ,  $x(t)$  vérifie la relation suivante :
- $$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$$
- d- Déterminer les valeurs de  $F_{\max}$ ,  $\varphi_F$  et la puissance mécanique moyenne absorbée par l'oscillateur. On donne  $h = 1,8\text{ kg.s}^{-1}$ .
3. Le point de soudure A, assurant la liaison entre la tige (T) et le ressort (R) ne peut pas supporter une tension de valeur supérieure à 2,1 N.
- a- Indiquer, en le justifiant, si le risque de rupture de la soudure en A a lieu en augmentant ou en diminuant la fréquence de la force excitatrice.
- b- Prouver, en faisant appel aux calculs nécessaires, qu'il peut y avoir rupture de la soudure en A. On donne  $\|\vec{g}\| = 9,8\text{m.s}^{-2}$ .

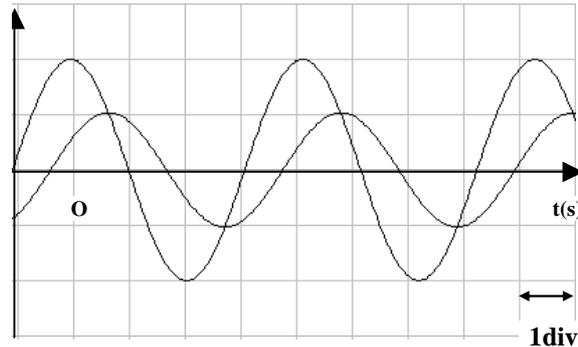
### Exercice N°26 :

Une bobine a une inductance  $L = 2\text{ H}$  et une résistance  $r$  ; on la branche en série avec un condensateur de capacité  $C = 1,25\mu\text{F}$ . La bobine et le condensateur sont branchés aux bornes d'un générateur de tension sinusoïdale de la forme  $u_e = U_{\max} \sin(200\pi t)$  en volts.

Sur l'écran d'un oscilloscope bi-courbe on visualise la tension  $u_1(t)$  aux bornes de la bobine sur l'entrée  $Y_1$ , et la tension  $u_2(t)$  aux bornes du générateur sur l'entrée  $Y_2$  (Figure).



1. Compléter la figure en connectant les trois fils à l'oscilloscope.
2. Vérifier que le circuit est à la résonance des intensités. On prendra  $\pi^2 = 10$ .
3. On obtient les oscillogrammes suivants : la sensibilité verticale est de 1 volt par division pour les deux voies.



- a- Calculer la résistance  $r$  de la bobine.
- b- Exprimer la tension  $u_2 = f(t)$ .
- c- Ecrire l'expression de l'intensité instantanée  $i(t)$ .
4. Soit  $u_c$  la tension instantanée aux bornes du condensateur, écrire  $u_c(t)$ .
5. Calculer le coefficient de surtension.
6. Proposer une autre visualisation des tensions sur l'écran de l'oscilloscope qui montre que le circuit est à la résonance d'intensité.

### Exercice N°27 :

Un oscillateur mécanique en régime forcé est représenté sur la figure (1). Il comporte un solide  $S$  de masse  $m$  et de centre d'inertie  $G$ , attaché à l'extrémité libre d'un ressort  $R$  de raideur  $K$ . Un moteur provoque l'oscillation verticale du pendule élastique grâce à un fil inextensible passant sur la gorge d'une poulie permettant le couplage entre l'excitateur avec le résonateur. On donne  $K = 100 \text{ N.m}^{-1}$ ,  $m = 200\text{g}$ .

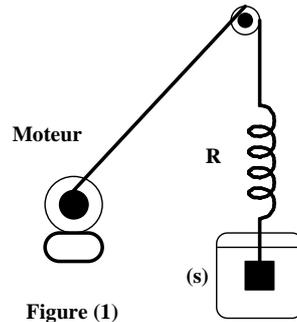


Figure (1)

Le solide immergé dans un liquide qui exerce une force de frottement  $\vec{f}$  tel que  $\vec{f} = -h\vec{v}$ ,  $h$  étant une constante positive,  $\vec{v}$  le vecteur – vitesse du centre d’inertie  $G$  du solide.

Lorsque le moteur tourne avec une vitesse angulaire  $\omega_e$ , le résonateur est soumis à une force excitatrice  $\vec{F}$  tel que  $\vec{F} = Fm \cdot \sin(\omega_e t) \vec{i}$ ,  $\vec{i}$  étant un vecteur unitaire descendant du repère  $(O, \vec{i})$ ,  $O$  est la position d’équilibre de  $G$ .

1. Ecrire l’équation différentielle relative à la variation de l’élongation  $x$  de  $G$  au cours du temps.
2. Cette équation différentielle admet une solution de la forme  $x = X_m \sin(\omega_e t + \phi)$ ; faire le diagramme de Fresnel dans le cas où  $\omega_e < \omega_0$  avec  $\omega_0$  : pulsation propre du résonateur. Déduire l’expression de l’amplitude  $X_m$ .
3. On a représenté les variations de  $F(t)$  et de  $x(t)$  (figure 2) :
  - a) Déterminer à partir des courbes données,  $\omega_e, X_m$ ; en déduire le coefficient de frottement  $h$ .
  - b) Donner l’expression de  $F(t)$  et de  $x(t)$ .
  - c) Donner l’expression de l’énergie mécanique  $E$  de l’oscillateur.

Exprimer  $\frac{dE}{dt}$  en fonction de  $h, v$ , et  $F$ .

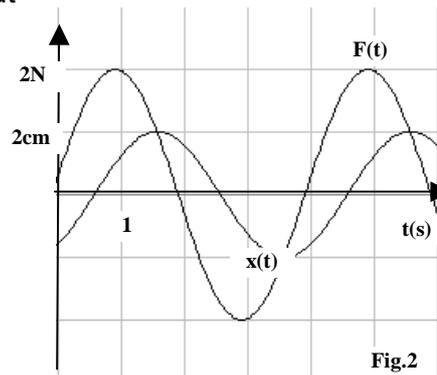
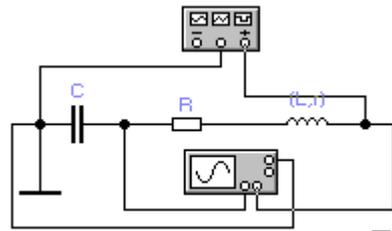


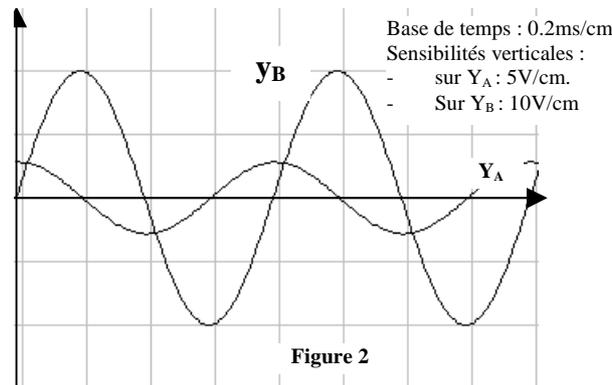
Fig.2

**Exercice N°28 :**

Afin d'étudier les caractéristiques d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , on réalise le montage ci-contre (figure 1).



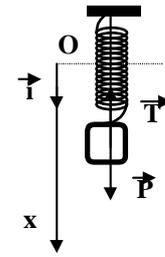
**Fig.1**



La résistance du résistor est  $R=20\Omega$ , la capacité du condensateur est  $C=20\mu F$ .  $G$  est un générateur basse fréquence (G.B.F) délivrant une tension sinusoïdale :  $u(t)=U_m \sin 2\pi Nt$ . Pour une fréquence  $N_1$ , on obtient les oscillogrammes de la figure (2).

- 1- Déterminer les expressions instantanées des tensions qui sont visualisées sur l'écran de l'oscilloscope, en fonction du temps :  $u(t)$  et  $u_c(t)$ .
- 2-
  - a) Dans quel état se trouve le circuit ? Justifier la réponse.
  - b) En déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.
- 3-
  - a) Rappeler la définition du facteur de surtension  $Q$ .
  - b) Calculer sa valeur. En déduire la valeur de la résistance  $r$  de la bobine.
- 4- Exprimer la puissance moyenne consommée dans ces conditions en fonction de  $U_m$ ,  $R$  et  $r$  et calculer sa valeur.

**Exercice N° 20 :**



A-

1. Système choisi = { Solide S } Bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  du solide et la tension  $\vec{T}$  du ressort. D'après la R.F.D on a :  $\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$  Par projection sur l'axe  $(O, \vec{i})$  on a :

$$\|\vec{P}\| - \|\vec{T}\| = ma \quad (1), \quad \text{or} \quad \|\vec{T}\| = k(x_0 + x)$$

$$(1) \text{ devient : } m\|\vec{g}\| - kx_0 - kx = ma \quad (2)$$

d'autre part, à l'équilibre on a :

$$m\|\vec{g}\| - \|\vec{T}_0\| = 0$$

$$m\|\vec{g}\| - kx_0 = 0$$

$$(2) \text{ donne : } -kx = ma \quad \text{avec} \quad a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

l'équation différentielle du mouvement est alors:

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{k}{m}\right)x = 0}$$

Cette équation admet une solution mathématique de la forme

$$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 18,25 \text{ rad s}^{-1}$$

$X_m$  et  $\varphi$  sont déterminés à partir des conditions initiales :  
à  $t = 0$  on a  $OM_0 = a = 3 \text{ cm}$  et  $v_0 = 0$

$$\begin{cases} a = X_m \sin \varphi & (3) \\ 0 = X_m \omega_0 \cos \varphi & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = X_m \sin \varphi & (3) \\ 0 = X_m \omega_0 \cos \varphi & (4) \end{cases}$$

$$(4) \text{ donne } \cos \varphi = 0 \text{ donc } \varphi = +\frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad \text{ou} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{or d'après (3) } \sin \varphi = \frac{a}{X_m} > 0$$

$$\text{donc } \varphi = +\frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad X_m = \frac{a}{\sin \varphi} = a = 3 \text{ cm}$$

$$\text{l'équation horaire s'écrit : } \boxed{x(t) = 3 \cdot 10^{-2} \sin(18,25t + \frac{\pi}{2})}$$

(x en mètre et t en seconde)

La période propre  $T_0$  de l'oscillateur est :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \text{soit} \quad \boxed{T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}$$

**AN :  $T_0 \approx 0,34$  s**

**2. a)\*** énergie cinétique du solide à une date quelconque :

$$E_C = \frac{1}{2} mV^2$$

avec V : vitesse instantanée du solide or  $V = \frac{dx}{dt}$

avec  $x = a \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$  donc  $V = a\omega_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$

il vient  $E_C = \frac{1}{2} m\omega_0^2 a^2 \cos^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$

or  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  donc  $m\omega_0^2 = k$

$E_C$  devient : 
$$E_C = \frac{1}{2} ka^2 \cos^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

Valeurs de  $E_C$  :

à  $t = 0$   $E_C = 0$  ; à  $t = \frac{T_0}{4}$   $E_C = \frac{1}{2} ka^2$  ; à  $t = \frac{T_0}{2}$   $E_C = 0$

\* énergie potentielle du système { Ressort, Solide, Terre }

- Energie potentielle de pesanteur

en tenant compte du plan de référence on a :  $E_{P_e} = -m\|\vec{g}\|x$

- Energie potentielle élastique du ressort:

$E_{P_p} = \frac{1}{2} k(x_0 + x)^2$  l'énergie potentielle du système est :

$E_P = E_{P_e} + E_{P_p}$

$E_P = -m\|\vec{g}\|x + \frac{1}{2} kx_0x + \frac{1}{2} kx_0^2 + \frac{1}{2} kx^2$

or à l'équilibre on a :  $m\|\vec{g}\| = kx_0$  donc  $-m\|\vec{g}\|x + kx_0x = 0$

il vient :  $E_P = \frac{1}{2} kx_0^2 + \frac{1}{2} kx^2$  avec  $x = a \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$

et  $x_0 = \frac{m\|\vec{g}\|}{k} = a$  et  $\frac{m^2 g^2}{k} = ka^2$

on aura finalement :  $E_P = \frac{1}{2} ka^2 + \frac{1}{2} ka^2 \sin^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$

$E_P = \frac{1}{2} ka^2 \left[ 1 + \sin^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) \right]$  . Valeurs de  $E_P$  : à

$t=0 E_P=ka^2$  ; à  $t = \frac{T_0}{4}$   $E_P = \frac{1}{2} ka^2$  ; à  $t = \frac{T_0}{2}$   $E_P = ka^2$

**b)** L'énergie mécanique E du système est :  $E = E_C + E_P$

**Commentaires et conseils**

*Il faut tenir compte de la déformation totale du ressort y compris celle de l'équilibre*

Soit  $E = \frac{1}{2}ka^2 \cos^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2}ka^2 \left[ 1 + \sin^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) \right]$

$E_p = \frac{1}{2}ka^2 \left[ \cos^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) + \sin^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) \right] + \frac{1}{2}ka^2$

or  $\cos^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) + \sin^2(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) = 1$

Il vient  $E = ka^2$

E est constante      **AN : E = 4,5.10<sup>2</sup>J**

**B-**

**1.** Le système {plateau + bille} est soumis à deux forces extérieures :

- son poids  $\vec{P} = (m_1 + m_2)\vec{g}$

- la tension  $\vec{T}$  du ressort

La R.F.D donne :

$\vec{P} + \vec{T} = (m_1 + m_2)\vec{a}$

La projection sur l'axe orienté z'z donne :

$(m_1 + m_2)\|\vec{g}\| - k(z_0 + z) = (m_1 + m_2)a$

$(m_1 + m_2)\|\vec{g}\| - kz_0 = 0$

il vient alors :  $-kz = (m_1 + m_2)a$

avec a : accélération du {plateau + bille}  $a = \frac{d^2z}{dt^2}$

L'équation différentielle du mouvement est alors :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \left(\frac{k}{m_1 + m_2}\right)z = 0$$

le mouvement est donc rectiligne sinusoïdal de pulsation

propre  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$

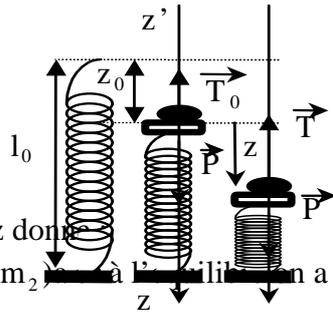
$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$       soit  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$

**2.** Choisissons maintenant comme système {bille}. La bille est soumise à deux forces :

- la réaction  $\vec{R}$  du plateau dont le sens est vers le haut

- le poids de la bille  $m_2\vec{g}$

si la bille est en contact avec le plateau, elle a la même accélération que le plateau;



**Commentaires et conseils**

*On doit respecter les notions de l'énoncé c'est à dire l'abscisse sera notée z et non x !*

l'application de la R.F.D à la bille permet d'écrire :

$$\vec{R} + m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}$$

Projetons sur l'axe z'z :

$$-\|\vec{R}\| + m_2 \|\vec{g}\| = m_2 a \quad (a = \frac{d^2 z}{dt^2})$$

La bille quitte le plateau si  $\|\vec{R}\| = 0$

$$\|\vec{R}\| = m_2 [\|\vec{g}\| - a] = 0 \quad \text{donc } a = \|\vec{g}\|,$$

or le mouvement étant rectiligne sinusoïdal

$$a = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad \text{avec } z = z_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{ce qui donne } a = -\omega_0^2 z; \quad -\omega_0^2 z = \|\vec{g}\|$$

$$z = -\frac{\|\vec{g}\|}{\omega_0^2} \quad \text{avec } \omega_0^2 = \frac{k}{m_1 + m_2}$$

**AN : z = -0,06 m**

**C-**

**1. Système choisi : {le plateau}. Bilan des forces :**

- le poids  $\vec{P}$  du solide
- la réaction  $\vec{R}$  du plan incliné
- la tension  $\vec{T}_0$  du ressort

Le système étant en équilibre alors on a :  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

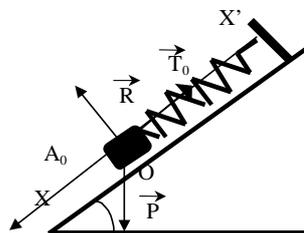
Par projection sur l'axe orienté x'x on a :

$$\|\vec{P}\| \sin \alpha - \|\vec{T}_0\| = 0$$

$$m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha - ka_0 = 0$$

$$\text{il vient : } a_0 = \frac{m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha}{k}$$

**AN : a<sub>0</sub> = 0,02 m = 2 cm**



**2. Exprimons l'énergie mécanique du système {ressort, plateau, terre} à une date t quelconque où l'abscisse de G comptée de la position d'équilibre est OG = x :**

On prendra le plan horizontal passant par la position d'équilibre de G comme plan de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

- $E_p = -m \|\vec{g}\| x$

**Commentaires et conseils**

*On peut choisir le plan horizontal passant par la position A<sub>0</sub> de G ( OA<sub>0</sub> = 4 cm )*

- L'énergie potentielle élastique du ressort :

$$E_p = \frac{1}{2}k(a_0 + x)^2$$

- L'énergie cinétique :  $E_c = \frac{1}{2} m_1 V^2$

L'énergie mécanique E du système est :  $E = E_c + E_p$

$$E = \frac{1}{2} m_1 V^2 + \frac{1}{2} k(a_0 + x)^2 - m_1 \|\vec{g}\|x$$

$$E = \frac{1}{2} m_1 V^2 + \frac{1}{2} k a_0^2 + \frac{1}{2} k x^2 + k a_0 x - m_1 \|\vec{g}\|x$$

or à l'équilibre on a  $k a_0 x - m_1 \|\vec{g}\|x = 0$   $E = \frac{1}{2} m_1 V^2 + \frac{1}{2} k a_0^2 + \frac{1}{2} k x^2$

Pour le système {ressort, plateau, terre}

Le poids du plateau est une force intérieure non dissipative; de même pour la tension  $\vec{T}$  du ressort. Les frottements étant négligeables ( $W_R = 0$ ), le système est donc conservateur ; E est constante en toute position et à tout instant.

Pour  $x = x_0 = OA_0 = 4 \text{ cm}$  on a  $V = 0$ ,

donc  $E = \text{Cte} = \frac{1}{2} k x_0^2 + \frac{1}{2} k a_0^2$ ;  $E = \frac{1}{2} k (a_0^2 + x_0^2)$

**AN :**  $k = 50 \text{ N.m}^{-1}$ ;  $a_0 = 0,02 \text{ m}$ ;  
 $x_0 = 0,04 \text{ m}$

**$E = 5.10^{-2} \text{ J}$**

**Exercice N° 21 :**

1. a) D'après les courbes de la figure 2 une période est représentée par une longueur de

6 cm. Or 1 cm représente  $10^{-3}$ s. Donc la période

$$T_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad \text{soit une fréquence de } N_1 = \frac{1}{T_1} = 166,7 \text{ Hz}$$

b) Sur la voie I est visualisée la tension d'alimentation  $u(t)$  de valeur maximale  $U_m$ .

$U_m$  d'après la courbe correspond à 2 cm ; or 1cm représente 2 V.

Sur la voie II est visualisée la tension  $u_{BM}$ .

$(u_{BM})_m$  correspond à 1 cm. Or 1 cm représente 1V.

d'où  $(u_{BM})_m = 1 \text{ V}$

c) Le déphasage  $\varphi$  de  $u_{BM}(t)$  par rapport à  $u(t)$  est

$$\varphi = \varphi_{u_{BM}} - \varphi_u. \quad \text{Quel est le signe du déphasage ?}$$

d'après la figure 2, on remarque que la courbe  $u_{BM}(t)$  s'annule avant la courbe  $u(t)$ ; donc  $u_{BM}(t)$  est en avance de phase par rapport à  $u(t)$ ;  $\varphi = \varphi_{u_{BM}} - \varphi_u$  est positif.

D'après l'énoncé  $\varphi_u = 0$ . Calcul du déphasage :

$$\text{on a } \varphi = \omega_1 \cdot \theta$$

avec  $\theta$  : le décalage horaire entre  $u_{BM}(t)$  et  $u(t)$ .

$$\varphi \text{ correspond à } \frac{1}{6} T_1$$

$$\text{D'où } \varphi = \frac{2\pi}{T_1} \cdot \frac{1}{6} T_1 \quad \text{soit } \varphi = +\frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

2. D'après la loi d'Ohm  $u_{BM}(t)$  s'écrit :  $u_{BM}(t) = R_1 \times i(t)$

$$\text{or } u_{BM}(t) = (U_{BM}) \sin(2\pi N_1 t + \frac{\pi}{3})$$

$$\text{d'où } i(t) = \frac{1}{R_1} (U_{BM}) \sin(2\pi N_1 t + \frac{\pi}{3})$$

$$\text{avec } I_m = \frac{(U_{BM})_m}{R_1} = 0,1 \text{ A}$$

$$* N_1 = 166,7 \text{ Hz}$$

$$* \text{ phase instantanée } ( 1046,8 t + \frac{\pi}{3} ) \text{ rad}$$

$$i(t) = 0,1 \sin(1046,8 t + \frac{\pi}{3})$$

( i en ampère, t en seconde )

**Commentaires et conseils**

La fréquence  $N_1$  est celle de tension d'alimentation; la fréquence de l'oscillateur RLC est aussi  $N_1$  (régime forcée)

On peut aussi poser le déphasage comme étant  $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_{u_{BM}}$

2. On a :  $\cos \varphi = \frac{R + R_1}{Z}$  ;

$$R = Z \cos \varphi - R_1$$

or  $Z = \frac{U_m}{I_m}$

il vient :  $R = \frac{U_m}{I_m} \cos \varphi - R_1$  **AN : R = 10 Ω**

• On a :  $\text{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1}{R + R_1}$

il vient :  $C = \frac{1}{2\pi N_1 [2\pi N_1 L + (R + R_1) \text{tg} \varphi]}$

**AN : C = 1,44.10<sup>-6</sup>F = 1,44 μF**

4. a) D'après la loi d'additivité des tensions

on a :  $u(t) = u_{AM}(t) = u_{AB}(t) + u_{MB}(t)$

on associe à chaque tension le vecteur de Fresnel correspondant dont les normes représentent les valeurs maximales des tensions instantanées.

On a :  $U_m = (U_{AM})_m = (U_{AB})_m + (U_{MB})_m$ ,

alors les vecteurs associés aux tensions instantanées sont colinéaires et de même sens, Dans ce cas, le circuit est le siège d'une résonance d'intensité;  $u(t)$  et  $i(t)$  sont donc en phase ( $\Delta\varphi = 0$ ).

b) à la résonance l'impédance du circuit vaut  $Z = R + R_1$

d'où  $U_m = (R + R_1).I_m$  avec  $I_m = I_0 \sqrt{2}$  (A)

il vient :  $I_0 = \frac{U_m}{(R + R_1)\sqrt{2}}$  **AN : I<sub>0</sub> = 0,141 A**

b) à la résonance on a :

$\frac{1}{C\omega_2} = L\omega_2$  soit  $LC\omega_2^2 = 1$  avec  $\omega_2 = 2\pi N_2$

il vient :  $N_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  **AN : N<sub>2</sub> = 171,3 Hz**

c) Le coefficient de surtension Q se définit par

$Q = \frac{(U_c)_{\text{résonance}}}{U_m}$  Or  $U_{Cm} = \frac{1}{C\omega_2} I_0$  et  $U_m = (R + R_1) I_0$

**Commentaires et conseils**

$\varphi > 0$   
 $\frac{1}{C\omega_1} > L\omega_1$   
 (circuit capacitif)  
 on peut chercher la capacité C à partir de l'impédance mais faites attention on a une seule solution.  
 $\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1$   
 a un signe connu

$N_2$  est la fréquence propre du résonateur.

D'où  $Q = \frac{1}{(R + R_1)C.2\pi N_2}$  **A.N. : Q ≈ 32**

**Exercice N°22 :**

**I-1.** Un oscillateur est un système dans lequel il se produit des évolutions périodiques autour d'un état d'équilibre.

2. On a visualisé la courbe  $u_R = f(t) = Ri(t)$  d'où

$i(t) = \frac{1}{R} u_R(t)$ . Cette fonction est périodique comme celle

de  $u_R(t)$  mais l'amplitude diminue progressivement. Il s'agit donc d'un oscillateur libre amorti ;

3. On a  $E = \frac{1}{2} \frac{Qm^2}{C}$  ; or  $I_m = \omega Q_m$  et  $I_m = \frac{(U_R)_m}{R}$  d'où

$Q_m = \frac{I_m}{\omega}$  soit  $Q_m = \frac{(U_R)_m}{R\omega}$  L'expression de E devient :

$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{(U_R)_m^2}{C.R^2\omega^2}$  d'où  $C = \frac{(U_R)_m^2}{2R^2E\omega^2}$  avec  $\omega = 2\pi N_1$ .

A.N. :  $C \approx 10 \mu f$ .

**II-1.** Pour un circuit rLC série l'impédance Z

s'écrit :  $Z = \sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$  ; à la résonance d'intensité Z

est minimale :  $Z_{min} = r$  ; d'après le graphe  $Z = g(N)$  on a pour  $N = N_0 = 160$  Hz, Z est minimale d'où  $r = Z_{min} = 10 \Omega$ .

A la résonance d'intensité on a :

$LC\omega_0^2 = 1$  soit  $LC4\pi^2 N_0^2 = 1$

d'où  $L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}$  avec  $N_0 = 160$  Hz.

**A.N. : L = 0,097 (H).**

2- a- Pour  $N = 100$  Hz on a  $Z = 100 \Omega$

On a  $N < N_0 \Leftrightarrow \omega < \omega_0$  soit  $\omega^2 < \omega_0^2$

Soit  $\omega^2 < \frac{1}{LC}$  il vient  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$  ; le circuit est donc capacitif

b- \* l'intensité instantanée s'écrit sous forme :

$i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi_i)$  avec  $\omega = 2\pi N$  soit  $\omega = 200 \pi \text{ rad s}^{-1}$ .

$I_m = \frac{U_m}{Z}$  avec  $U_m = 2\sqrt{2}(v)$  et  $Z = 100 \Omega$ , il vient :

$I_m = 0,02\sqrt{2} (A)$ .

**Commentaires et conseils**

\* Les phénomènes oscillatoires constituent un cas particulier des phénomènes périodiques.  
\* Le générateur de tension carrée peut être remplacé par un générateur d'impulsion.

\* il joue le rôle d'un commutateur K : les oscillations sont libres.

Le déphasage  $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u > 0$  or  $\varphi_u = 0$  rad.

$$\text{tg } \varphi_i = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{r} \text{ soit } \text{tg } \varphi_i = +9,83. \quad \varphi_i = +1,46 \text{ rad.}$$

D'où  $i(t) = 20\sqrt{2} \sin(200\pi t + 1,46)$  (avec  $i$  en mA et  $t$  en secondes).

- Expression de la tension instantanée aux bornes du condensateur :  $u_c(t)$ . on a  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$

$$u_c(t) = \frac{1}{c} q(t) \text{ or } q(t) = \int i dt \text{ soit } u_c(t) = \frac{1}{C} \int i dt.$$

Il vient  $u_c(t) = \frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2})$ , avec :  $\frac{I_m}{C\omega} = (U_c)_m$

Calculons  $(U_c)_m$ .

$$(U_c)_m = Z_c \cdot I_m \text{ soit } (U_c)_m = \frac{1}{C\omega} I_m$$

**A.N. :  $(U_c)_m = 3,18\sqrt{2}$  (v)**

D'où  $u_c(t) = 3,18\sqrt{2} \sin(200\pi t - 0,11)$  (avec  $u_c$  en V et  $t$  en secondes)

- Tension instantanée aux bornes de la bobine :  $u_b(t)$ .

$$u_b(t) = (U_b)_m \sin(\omega t + \varphi'_b)$$

$$(U_b)_m = Z_b \cdot I_m \text{ avec } Z_b = \sqrt{r^2 + L^2 \omega^2} \text{ soit } Z_b = 62\Omega$$

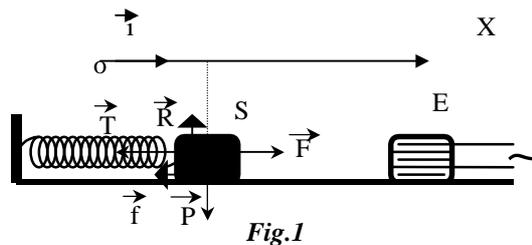
on a  $(U_b)_m = Z_b \cdot I_m$  et  $U_m = Z I_m$  d'où  $\frac{(U_b)_m}{U_m} = \frac{Z_b}{Z}$

il vient  $(U_b)_m = U_m \frac{Z_b}{Z}$  **A.N. :  $(U_b)_m = 1,24\sqrt{2}$  (V)**

$$\text{tg } \varphi_b = \frac{L\omega}{r} = 6,09 \text{ soit } \varphi_b = 1,4 \text{ rad or } \varphi'_b = -\varphi_i + \varphi_b = 2,86 \text{ rad.}$$

$$u_b(t) = 1,24\sqrt{2} \sin(200\pi t + 2,86) \quad (\text{V})$$

**EXERCICE N°23 :**



Appliquons la R.F.D au solide ( aimant ) :  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} + \vec{F} = m \vec{a}_G$

projetons sur l'axe ( O,  $\vec{i}$  ) :  $ma_G = T_x + f_x + F$

or  $T_x = -Kx$

$$f_x = -hV$$

$$\text{et } F = F_m \sin \omega t$$

il vient alors :  $m \frac{d^2x}{dt^2} + hV + Kx = F$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = F_m \sin \omega t \quad (1)$$

C'est l'équation différentielle des oscillations forcées.

**2 - a)** pour déterminer l'amplitude  $X_m$  de

l'élongation  $x(t)$  de l'oscillateur et sa phase initiale  $\varphi$ , on va utiliser la représentation de Fresnel.

Pour cela on associe à chaque fonction de l'équation différentielle le vecteur de Fresnel correspondant.

$$Kx = KX_m \sin(\omega t + \varphi);$$

on associe le vecteur  $\vec{V}_1 [KX_m, \varphi]$ ;

$$h \frac{dx}{dt} = h \omega X_m \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2});$$

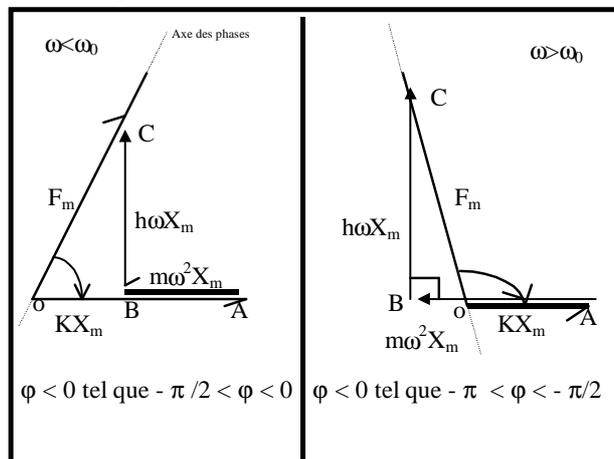
on associe le vecteur  $\vec{V}_2 [h \omega X_m, \varphi + \frac{\pi}{2}]$ ;

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = m \omega^2 X_m \sin(\omega t + \varphi + \pi);$$

on associe le vecteur  $\vec{V}_3 [m \omega^2 X_m, \varphi + \pi]$ ;

$$F = F_m \sin \omega t \quad \text{on associe } \vec{V}[F_m, 0]$$

$$\text{on a donc } \vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$$



D'après la construction de Fresnel quelque soit  $\omega$  on a :

$$0 > \varphi > -\pi \text{ rad}$$

Dans le triangle rectangle OBC on a :

$$OC^2 = OB^2 + BC^2 \text{ avec } OB = |OA - AB|$$

$$\text{soit } F_m^2 = (KX_m - m\omega^2 X_m)^2 + (h\omega X_m)^2$$

$$F_m^2 = X_m^2 [(K - m\omega^2)^2 + h^2\omega^2]$$

$$\text{d'où } X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2\omega^2 + (K - m\omega^2)^2}} \quad (2)$$

**b** -  $X_m$  est maximale si le dénominateur de l'expression (2) est minimum.

$$\text{posons } y(\omega) = h^2\omega^2 + (K - m\omega^2)^2$$

$y(\omega)$  est minimale si la dérivée  $y'(\omega)$  est nulle.

$$y'(\omega) = 2h^2\omega + 2(K - m\omega^2)(-2m\omega) = 0$$

$$\text{il vient : } \omega^2 = \frac{K}{m} - \frac{h^2}{2m^2} \quad \text{or } \omega_0^2 = \frac{K}{m}$$

$$\text{on a donc } \omega^2 = \omega_0^2 - \frac{h^2}{2m^2} \quad (3)$$

\* Valeur de h :

$$\text{on a } \omega = \omega_r = 19 \text{ rad.s}^{-1}, m = 0,100 \text{ kg}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} = 20 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

de la relation (3) on tire h :

$$\boxed{h = m\sqrt{2(\omega_0^2 - \omega_r^2)}} \quad \text{AN: } h \cong 0,88 \text{ N.s.m}^{-1}$$

dans le triangle OBC on écrit :

$$\text{tg}(\varphi_e - \varphi) = \frac{h\omega}{K - m\omega^2};$$

$$\text{or } \varphi_e = 0, \text{ il vient } \text{tg}(-\varphi) = \frac{h\omega}{K - m\omega^2};$$

$$\text{AN : } \text{tg } \varphi \cong -4,287 \quad \varphi \cong -1,57 \text{ rad}$$

L'amplitude  $X_m$  est donnée par

$$\text{l'expression (2): } X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2\omega^2 + (K - m\omega^2)^2}}$$

en divisant le numérateur et le dénominateur par m il vient :

$$\boxed{X_m = \frac{F_m}{m} \times \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{h}{m}\right)^2 \cdot \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega_r^2)^2}}$$

$$\text{AN : } X_m = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ m } \quad X_m = 2,3 \text{ cm}$$

**EXERCICE N°24 :**

Système choisi : {solide  $S_1$ } Bilan des forces :

- ❖ le poids  $\vec{p}$  de  $S_1$ .
- ❖ la réaction  $\vec{R}$  du plan incliné
- ❖ la tension  $\vec{T}_0$  du ressort

$S_1$  étant en équilibre alors on a  $\vec{p} + \vec{T}_0 + \vec{R} = \vec{0}$

La projection de cette relation sur l'axe  $(o, \vec{i})$  donne :

$$m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha - \|\vec{T}_0\| = 0 \text{ il vient } m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha = ka_0$$

Soit  $a_0 = \frac{m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha}{k}$

1- Soit le système  $S = \{(S_1), \text{ressort, Terre}\}$  ; exprimons l'énergie potentielle de ce système :  $E_p = E_{p_p} + E_{p_e}$

Avec  $E_{p_e} = \frac{1}{2}k(a_0 + x)^2$  et  $E_{p_p} = -m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha x$

Il vient :  $E_p = \frac{1}{2}k(a_0 + x)^2 - m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha x$

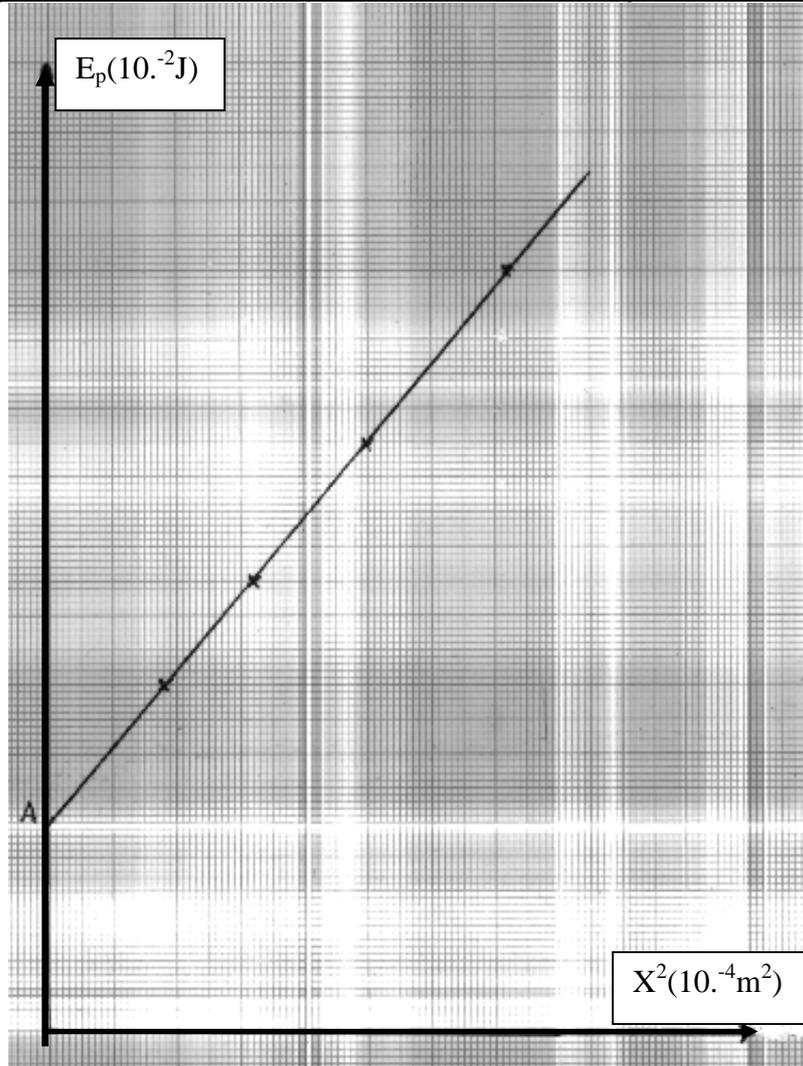
$$E_p = \frac{1}{2}ka_0^2 + \frac{1}{2}kx^2 + ka_0x - m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha x$$

or  $x[ka_0 - m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha] = 0$  (condition d'équilibre)

on a alors :  $E_p = \frac{1}{2}ka_0^2 + \frac{1}{2}kx^2$

2- Courbe  $E_p = f(x^2)$

$x (10^{-2} \text{ m})$	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
$x^2 (10^{-4} \text{ m}^2)$	<b>9</b>	<b>16</b>	<b>25</b>	<b>36</b>
$E_p (10^{-2} \text{ J})$	<b>5</b>	<b>6,5</b>	<b>8,5</b>	<b>11</b>



b- La courbe obtenue est une droite dont l'équation est de la forme  $y=aX+b$

avec  $X = x^2$  or  $E_p = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}ka_0^2$  ; la courbe justifie donc la relation

donnant  $E_p$  avec  $a = \frac{1}{2}k$  et  $b = \frac{1}{2}ka_0^2$ .

c-détermination de la raideur  $k$  du ressort ;  $a$  représente la pente (coefficient

directeur) de la droite tracée. Il vient  $a = 22,22J.m^{-2}$ . Or  $a = \frac{1}{2}k$ ;

Il vient  $k = 2a$  soit  $k = 44,44 N.m^{-1}$ .

- détermination de l'allongement  $a_0$  à l'équilibre pour la courbe, la constante  $b$  représente l'ordonnée à l'origine (ordonnée du point A). Il vient  $b = 3.10^{-2}J$ .

or  $b = \frac{1}{2}ka_0^2$ , d'où  $a_0 = \sqrt{\frac{2b}{k}}$ .

**A.N. :  $a_0 = 0,036\text{m} = 3,6\text{ cm}$ .**

- détermination de la valeur de la masse  $m_1$  ; on a  $ka_0 = m_1 \|\vec{g}\| \sin \alpha$  (condition d'équilibre)

Il vient  $m_1 = \frac{ka_0}{\|\vec{g}\| \sin \alpha}$  A.N. :  $m_1 \cong 320.10^{-3}\text{ kg}$   $m_1 \cong 320\text{g}$

**EXERCICE N°25 :**

- Appliquons la R.F.D au système formé par le

solide (S). Bilan des forces :  $\vec{p}; \vec{F}; \vec{T}; \vec{f}$

$\vec{p}; \vec{F}; \vec{T}; \vec{f} = m\vec{a}$  projetons sur le repère  $(o, \vec{i})$ ,

il vient  $m\|\vec{g}\| - k(x + x_0) - hv + F = ma$

$x_0 =$  étant l'allongement du ressort à l'équilibre.

$m\|\vec{g}\| - kx - kx_0 - hv + F = ma$  or à l'équilibre  $m\|\vec{g}\| - kx_0 = 0$

il vient :  $m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F(t)$

- a/ la solution de l'équation différentielle du mouvement s'écrit sous la forme  $x = x_{\max} \sin(2\pi Nt + \varphi_x)$

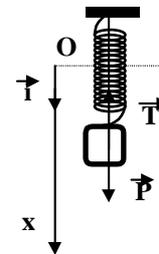
D'après le graphe  $x=f(t)$ , les deux oscillations enregistrées de durée  $t=2xT$  soit  $t=0.28\text{ ms}$ , correspondent à un tour du cylindre. En une

minute soit  $60\text{s}$ , le nombre de tours effectués serait  $n = \frac{60}{0.28\pi}$  soit

$n=68.2\text{tours/min}$ .

- ❖ D'après le graphe  $x_{\max}=0.05\text{m}$
- ❖  $T=0.14\pi\text{s}$  d'où  $N = \frac{1}{T}$  soit  $N=2.27\text{Hz}$ .
- ❖ A  $t=0\text{s}$   $x_0=x_{\max}$  d'où  $x_{\max} \sin \varphi_x = x_{\max}$ . il vient  $\sin \varphi_x = 1$

Alors  $\varphi_x = \frac{\pi}{2}\text{ rad}$ .



b/ Calculons la pulsation propre de l'oscillateur :

$$w_0^2 = \frac{k}{m} \text{ d'où } w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ A.N : } w_0 = 14.28 \text{ rad.s}^{-1}. \text{ La}$$

période de l'excitation est  $T = 0.14\pi$ s. Sa pulsation est

$$w = \frac{2\pi}{T} \text{ soit } w = 14.28 \text{ rad.s}^{-1}.$$

On a donc  $w = w_0$ , l'oscillateur est le siège d'une résonance de vitesse.

c/ On a :  $a = \frac{d^2x}{dt^2} - \omega^2x$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = mw^2x + kx = x(k - mw^2)$$

or  $w = w_0$  donc  $k = mw^2$  il vient alors  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$

d/ A la résonance de vitesse on a  $F = hv$   $F = h \frac{dx}{dt}$  soit

$$Fm \sin(\omega t + \varphi_F) = hwx_{\max} \cos(\omega t + \varphi_x)$$

$$Fm \sin(\omega t + \varphi_F) = hwx_{\max} \cos(\omega t + \varphi_x + \frac{\pi}{2})$$

il vient :

- ❖  $Fm = hwx_{\max}$  A.N.  $Fm \approx 1.29$ N.
- ❖  $\varphi_F = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$  avec  $\varphi_x = \frac{\pi}{2}$  rad ;  $\varphi_F = \pi$  rad.
- ❖ La puissance mécanique absorbée par l'oscillateur est donnée par la relation :

$$p = \frac{1}{2} FmV_m \sin(\varphi_F - \varphi_V)$$

Or à la résonance  $\varphi_F - \varphi_V = 0$  et  $V_m = \frac{Fm}{h}$

Il vient  $p = \frac{1}{2} \frac{Fm^2}{h}$  A.N :  $p = 0.46$  watt.

3. a/ Pour qu'il ait possibilité de rupture du fil, il faut

**Commentaires et conseils**

*\*La résonance de vitesse s'obtient pour  $w_e = w_0$  quelque soit le coefficient d'amortissement.*

*\* à la résonance de vitesse  $F(t)$  et  $V(t)$  sont en phase.*

qu'il ait résonance d'amplitude. Dans ce cas la tension atteint sa valeur la plus élevée possible :

$$\|\vec{T}_{\max}\| = k(x_0 + x_{\max}).$$

Cette résonance d'amplitude s'obtient pour  $N < N_0$ . Il faut donc diminuer la fréquence de l'excitateur.

b/ Déterminons la valeur de N permettant d'avoir la résonance

d'amplitude :  $N_r^2 = N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2 m^2}$  A.N. :  $N_r^2 = 0.8967$

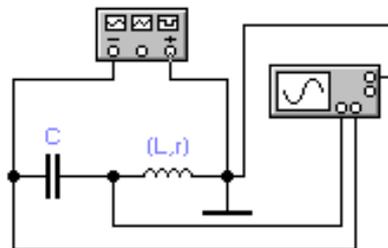
soit  $N_r = 0.946$  Hz.  $x_{\max} = \frac{F_{\max}}{\sqrt{(2\pi N_r h)^2 + [m(2\pi N_r)^2 - k]^2}}$

$$\|\vec{T}_{\max}\| = k(x_0 + x_{\max}) \text{ avec } x_0 = \frac{m\|\vec{g}\|}{k} = 4.8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Le calcul donne  $\|\vec{T}_{\max}\| = 2.28N > 2.1N$  Il y a donc risque de rupture de la soudure.

**EXERCICE N°26 :**

1.



2. Calculons la pulsation propre  $\omega_0$  du résonateur :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

Avec  $L=2\text{H}$  ;  $C=1.25 \cdot 10^{-6}\text{F}$ . A.N. :  $\omega_0^2 = 4 \cdot 10^5$ .

Or la pulsation de l'excitateur est  $\omega_e = 200\pi$ .

$$\omega_e^2 = (200\pi)^2 = 4 \cdot 10^5$$

**Commentaires et conseils**

*Au cours des oscillations forcées, la fréquence du résonateur est imposée par l'excitateur.*

*La comparaison ne peut se faire que si les sensibilités verticales de l'oscilloscope sont identiques.*

On a donc  $\omega_e = \omega_0$ , le circuit est le siège d'une résonance d'intensité.

3. a/ identifions les courbes relatives à  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ .

On a  $U_{2m} = Z I_m$  et  $U_{1m} = Z_b \cdot I_m$  avec  $Z_b = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ . Puisqu'on a une résonance d'intensité l'impédance du circuit  $Z=r$ . On a donc  $Z_b > Z$  alors  $U_{1m} > U_{2m}$ . La courbe ayant l'amplitude la plus grande correspond à  $u_1(t)$ .

$U_{2m}$  correspond à 2 divisions soit  $U_{2m} = 2V$ .

$U_{1m}$  correspond à 4 divisions soit  $U_{1m} = 4V$ .

$$U_{2m} = r I_m \quad (1)$$

$$U_{1m} = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \cdot I_m \quad (2)$$

élevons au carré et prenons le rapport des 2 équations précédentes :

$$\left(\frac{U_{1m}}{U_{2m}}\right)^2 = \frac{r^2 + (L\omega)^2}{r^2} = 1 + \left(\frac{L\omega}{r}\right)^2 ; \text{ d'où } r = \frac{L\omega}{\sqrt{\left(\frac{U_{1m}}{U_{2m}}\right)^2 - 1}}$$

**A.N. :  $r \approx 725 \Omega$ .**

b/ déterminons le déphasage entre  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  soit  $\Delta\phi = \phi_{u2} - \phi_{u1}$ .

D'après les graphes le décalage horaire est  $\Delta t = \frac{1}{6} T$ .

$$|\Delta\phi| = \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad. } u_1(t) \text{ étant en avance de phase par}$$

rapport à  $u_2(t)$  ; donc  $\phi_{u2} - \phi_{u1} = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$  d'autre  $u_1(t) = U_{1m} \sin(\omega t + \phi_{u2})$

avec  $\phi_{u2} = 0 \text{ rad}$  d'où  $\phi_{u1} = +\frac{\pi}{3} \text{ rad}$

$u_2 = f(t)$  s'écrit alors  $u_2(t) = 2 \sin(200\pi t)$  (en volts)

c/ expression de  $i(t)$  :  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi_i)$ .

- Puisque le circuit est le siège d'une résonance d'intensité

$$\phi_{u2} - \phi_i = 0 \text{ rad or } \phi_{u2} = 0 \text{ donc } \phi_i = 0 \text{ rad.}$$

- $I_m = \frac{U}{r} = \frac{2}{725} = 2.75 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

$i(t)$  s'écrit alors  $i(t) = 2.75 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi t)$ .

4.  $u_c(t) = \frac{q}{c} = \frac{1}{c} \int i dt ; u_c(t) = \frac{I_m}{c\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

5.  $Q = \frac{L\omega_0}{r}$  A.N. :  $Q = 1,75$ .

6. On peut visualiser la tension  $u_c(t)$  aux bornes du condensateur et la tension  $u_2(t)$  aux bornes du générateur.  $\varphi_{u_2} - \varphi_{u_c} = \varphi_{u_2} - \varphi_i + \varphi_i - \varphi_{u_c}$ .

Or  $\varphi_i - \varphi_{u_c} = +\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ . à la résonance d'intensité  $\varphi_{u_2} - \varphi_i = 0$  d'où

$\varphi_{u_2} - \varphi_{u_c} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ . donc la courbe  $u_2(t)$  serait en quadrature avancée par

rapport à celle de  $u_c(t)$ .

### EXERCICE N°27 :

1. Voir cours.  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx + h \frac{dx}{dt} = F(t)$ .

2.  $x = x_m \sin(\omega_e t + \varphi) ; kx = kx_m \sin(\omega_e t + \varphi) \mapsto \vec{V}_1[kx_m ; \varphi]$

$h \frac{dx}{dt} = h\omega_e x_m \sin(\omega_e t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \mapsto \vec{V}_2[h\omega_e x_m ; \varphi + \frac{\pi}{2}]$

$m \frac{d^2x}{dt^2} = m\omega_e^2 x_m \sin(\omega_e t + \varphi + \pi) \mapsto \vec{V}_3[m\omega_e^2 x_m ; \varphi + \pi]$

$F(t) = F_m \sin(\omega_e t) \mapsto \vec{V}[F_m ; 0]$

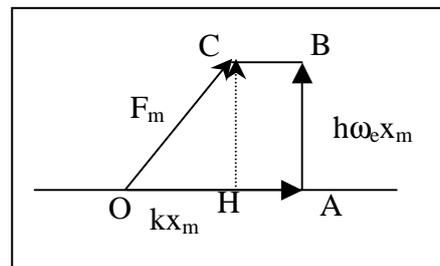
l'équation différentielle précédente implique :  $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$

cas où  $\omega_e < \omega_0$  : dans ce cas on a  $m\omega_e^2 < k$ .

Dans le triangle OCH on applique le théorème de Pythagore :

$OC^2 = OH^2 + CH^2$  soit

$F_m^2 = h^2 \omega_e^2 x_m^2 + (kx_m - m\omega_e^2 x_m)^2$



$$F_m^2 = x_m^2 \left[ h^2 \omega_e^2 + (k - m \omega_e^2)^2 \right]$$

$$D'où x_{\max} = \frac{F_{\max}}{\sqrt{\left(2\pi N_r h\right)^2 + \left[m\left(2\pi N_r\right)^2 - k\right]^2}}$$

3. a/ \* D'après les courbes la période est : T=4s.

$$d'où \omega_e = \frac{2\pi}{T} \text{ soit } \omega_e = 1.57 \text{ rad.s}^{-1}.$$

- $x_m = 2 \text{ cm}$
- $F_m = 2 \text{ N}$ .

$$F_m^2 = h^2 \omega_e^2 x_m^2 + x_m^2 (k - m \omega_e^2)^2$$

$$\text{On tire } h = \frac{1}{\omega_e} \sqrt{\left(\frac{F_m}{x_m}\right)^2 - (k - m \omega_e^2)^2} \quad \text{A.N. : } h = 6.36 \text{ N.m.s}^{-1}$$

b/

- F(t) s'écrit sous la forme  $F(t) = F_m \sin(\omega t + \varphi_F)$  avec  $F_m = 2 \text{ N}$  et  $\omega = 1.57 \text{ rad.s}^{-1}$ .  $F(t) = 2 \sin(1.57t)$  (en newton).
- $x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi)$ . D'après les graphes, le décalage horaire entre F(t)

$$\text{et } x(t) \text{ est } \Delta t = \frac{1}{8} T. |\Delta \varphi| = |\varphi_F - \varphi_x| = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{1}{8} T = \frac{\pi}{4} \text{ rad.}$$

$$\text{On a } \Delta \varphi > 0 \text{ et } \varphi_F = 0 \text{ d'où } \varphi_x = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$x(t) = 2.10^{-2} \sin(1.57t - \pi/4) \text{ (en mètre)}$$

c/ énergie mécanique de l'oscillateur :  $E = E_c + E_p$  avec  $E_p = E_{pe} + E_{pp}$

$E_c = \frac{1}{2} mV^2$ ;  $E_{pe} = \frac{1}{2} k(x+x_o)^2$ ;  $x_o$  étant l'allongement du ressort à l'équilibre on prendra le plan de référence pour  $E_{pp}$  le plan horizontal passant par la

position d'équilibre 0 :  $E_{pp} = -m \vec{g} \parallel x$

$$E = \frac{1}{2} m \vec{V}^2 + \frac{1}{2} k(x+x_o)^2 - m \vec{g} \parallel x \text{ après le développement on aura :}$$

$$E = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} kx_o^2 \text{ dérivons E par rapport au temps:}$$

$$\frac{dE}{dt} = mV \frac{dV}{dt} + kx \frac{dx}{dt} \text{ or } \frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \text{ et } V = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = m \frac{dx}{dt} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + kx \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dt} \left[ kx + m \frac{d^2x}{dt^2} \right]$$

d'après l'équation différentielle du mouvement :

$$kx + m \frac{d^2x}{dt^2} = F(t) - h \frac{dx}{dt} \text{ d'où } \frac{dE}{dt} = \frac{dx}{dt} \left[ F(t) - h \frac{dx}{dt} \right]$$

$$\boxed{\frac{dE}{dt} = V(t) [F(t) - hV(t)]}$$

**EXERCICE N°28:**

1. Sur la voie Y<sub>B</sub> on a visualisé la tension u<sub>c</sub>(t) aux bornes du condensateur :

$$u_c(t) = (U_c)_m \sin(\omega t + \varphi_c).$$

❖ A t=0 on a u<sub>c</sub>(0) = 0 et  $\frac{du_c}{dt} > 0$  ; il vient sin φ<sub>c</sub> = 0

d'où φ<sub>c</sub> = 0 ou π rad or  $\frac{du_c}{dt} > 0$  donc φ<sub>c</sub> = 0 rad.

❖ La période correspond à 2 cm soit T = 2 × 0.2 = 0.4 ms ; la fréquence

$$N_1 = 1/T \text{ soit } N_1 = 25 \text{ Hz}$$

❖ (U<sub>c</sub>)<sub>m</sub> correspond à 2 cm soit (U<sub>c</sub>)<sub>m</sub> = 2 × 10 = 20 Volts.

$$U_c(t) \text{ s'écrit alors : } u_c(t) = 20 \sin(2\pi N_1 t)$$

$$u_c(t) = 20 \sin(50\pi t) \text{ (en volts)}$$

❖ u(t) : tension aux bornes du générateur visualisé sur la voie Y<sub>A</sub> :

u<sub>e</sub>(t) = (U<sub>e</sub>)<sub>m</sub> sin(ωt + φ<sub>e</sub>). D'après les courbes u(t) est en retard de phase par rapport à u<sub>c</sub>(t) Δφ = φ<sub>uc</sub> - φ<sub>u</sub> > 0. Le décalage horaire entre

les deux fonctions est Δt =  $\frac{1}{4} T$

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \text{ soit } \Delta\varphi = \pi/2 \text{ rad.}$$

$$\varphi_u - \varphi_{uc} = \frac{\pi}{2} \text{ d'où } \varphi_u = \varphi_{uc} + \frac{\pi}{2} = +\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$U_m \text{ correspond à } 0.5 \text{ cm soit } U_m = 0.5 \times 5 = 25 \text{ V}$$

D'où  $u(t) = 2.5 \sin(50\pi t + \pi/2)$

2. a/ on a  $\varphi_u - \varphi_{uc} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$   $\varphi_u - \varphi_{uc} = (\varphi_u - \varphi_I) + (\varphi_I - \varphi_{uc})$

Or  $\varphi_{ic} - \varphi_{uc} = +\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

D'où  $\varphi_u - \varphi_I = 0 \text{ rad}$   $u(t)$  et  $i(t)$  sont donc en phase, le circuit est le siège d'une résonance d'intensité électrique.

b/ à la résonance d'intensité on a :  $\frac{1}{C\omega_1} = L\omega_1 \Leftrightarrow LC\omega_1^2 = 1$

avec  $\omega_1 = 2\pi N_1$ .  $L = \frac{1}{4\pi^2 N_1^2 C}$

$N_1 = 25 \text{ Hz}$  ;  $C = 20 \cdot 10^{-6}$  ;  $\pi^2 = 10$  ; A.N.:  $L = 2 \text{ H}$ .

3. a/ Le facteur de surtension se définit comme suit:  $Q = \frac{(U_c)_m}{U_m}$  avec les

tensions maximales mesurées à la résonance d'intensité.

b/  $(U_c)_m = 20 \text{ V}$  ;  $U_m = 2.5 \text{ V}$ . A.N.:  $Q = 8$

$Q = \frac{(U_c)_m}{U_m}$  ;  $(U_c)_m = \frac{1}{C\omega_1} I_m$   $U_m = (R+r)I_m$  d'où  $Q = \frac{1}{(R+r)C\omega_1}$

on en déduit  $(R+r) = \frac{1}{Q \cdot C \omega_1} = \frac{1}{Q \cdot C 2\pi N_1}$

avec  $Q = 8$  ;  $C = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  ;  $N_1 = 25 \text{ Hz}$

A.N. :  $R+r = 39.8 \Omega$  ;  $R = 20 \Omega$  d'où  $r = 19.8 \Omega$

4. Puissance moyenne consommée :  $P = (R+r)I_o^2$

Avec  $I_o$  : intensité efficace du courant à la résonance d'intensité.

Or  $I_o = \frac{U}{R+r}$  et  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$  d'où  $P = (R+r) \frac{U_m^2}{2(R+r)^2}$  soit  $P = \frac{U_m^2}{2(R+r)}$

Avec  $U_m = 2.5 \text{ V}$  ;  $R+r = 39.8 \Omega$  A.N.:  $P = 0.078 \text{ Watts}$ .

## Réponses à « Contrôlez vos connaissances »

**1- c) est juste**

**2- c) est juste**

**3- b) est juste**

**4- b) est juste**

*Propagation d'un  
ébranlement*

## Objectifs

### A- Propagation d'un ébranlement.

- Définir un ébranlement transversal.
- Enoncer le principe de propagation d'un ébranlement.
- Connaître que la célérité d'un ébranlement dans un milieu donné est constante.

### B- Propagation d'une onde sinusoïdale.

- Définir une onde sinusoïdale.
- Reconnaître une onde progressive sinusoïdale.
- Mettre en évidence la double périodicité d'une onde progressive.
- Etablir l'équation horaire d'un point du milieu de propagation connaissant celle de la source de l'onde.
- Représenter graphiquement les sinusoïdes des temps et des espaces.

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

### A- Propagation d'un ébranlement.

- Un ébranlement (ou signal) est une perturbation temporaire d'un ébranlement.
- Exemple de milieu élastique de propagation : Corde ; surface de l'eau, l'air...

Lorsque la perturbation du milieu est perpendiculaire à la direction de propagation, l'ébranlement est dit transversal. C'est le cas d'une corde ou de rides à la surface de l'eau.

Dans un milieu homogène donné, la vitesse de propagation de l'ébranlement est constante.

On rappelle que dans le cas d'une corde, la célérité a pour expression :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{\|\vec{F}\|}{\mu}}; \|\vec{F}\|: \text{tension de la corde}$$

- **Principe de propagation :**

- ✓ La propagation d'un ébranlement correspond à un transport d'énergie et non de matière.
- ✓ Tout point M du milieu élastique, reproduit le même mouvement que la source S mais après un retard  $\theta$ .  
Si  $y_s(t)$  est l'élongation de la source, celle de M est  $y(t) = y_s(t - \theta)$ ,  $\theta$  étant le temps mis par l'ébranlement pour parcourir la distance  $x=SM$  ; soit  $\theta = \frac{x}{v}$ .

### B- Onde progressive :

- Une onde progressive est la propagation d'ébranlements périodiques entretenus produits en un point du milieu de propagation appelé source d'onde.  
On se limitera au cas d'une onde progressive sinusoïdale.
- Le phénomène présente une double périodicité :
  - ✓ Période temporelle.
  - ✓ Période spatiale  $\lambda$  : la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à T. On a  $\lambda = vT$  ou  $\lambda = \frac{v}{N}$ .
  - ✓ Tous les points distants d'un nombre entier de longueur d'onde vibrent en phase.

## Contrôlez vos connaissances



### Répondre par "Vrai" ou "Faux"

1. Dans un même milieu matériel élastique, peuvent se propager à des vitesses différentes des ébranlements mécaniques transversaux longitudinaux.
2. Le long d'une corde homogène où se propage une onde sinusoïdale, les points distants d'un nombre impair de demi-longueur d'onde vibrent en quadrature de phase.
3. Un mouvement vibratoire sinusoïdal de fréquence  $N = 100\text{Hz}$  se propage avec une célérité de  $40\text{ cm s}^{-1}$ , la longueur d'onde est égale à :
  - a-  $0,40\text{ cm}$
  - b-  $0,40\text{ mm}$
  - c-  $40,00\text{ m}$

☞ **EXERCICE N°1 :**

Un vibreur de fréquence 25 Hz émet une onde circulaire en un point source d'une surface d'eau. Une photographie de la surface de l'eau permet de déterminer la distance qui sépare deux lignes de crêtes consécutives soit  $d=1\text{cm}$ . Calculer la célérité de l'onde

☞ **EXERCICE N°2 :**

Une corde élastique de longueur  $l = 5\text{m}$  est tendue entre deux points fixes A et B. On écarte transversalement de quelques centimètres un point de la corde près de l'extrémité A et on relâche ; un ébranlement transversal se propage le long de la corde, se réfléchit en B puis en A, puis en B, etc....

1. L'ébranlement effectue trois allers et retours en 1,48 s. Calculer la célérité  $V_1$  de l'ébranlement le long de la corde .

2- La théorie prévoit et l'expérience confirme que la célérité des

ébranlements le long de la corde est donnée par la relation  $\|\vec{V}\| = \sqrt{\frac{\|\vec{T}\|}{N}}$  avec  $\vec{T}$

tension de la corde et  $\mu$  sa masse linéique. En appliquant cette formule, calculer la célérité  $V_2$  de l'ébranlement sachant que AB a une masse de 12 g et que la tension de la corde est de 0,98B. Comparer les deux valeurs de la célérité.

☞ **EXERCICE N°3 :**

La célérité  $V$  d'une onde de long d'une corde tendue est liée à la valeur de la tension  $\vec{F}$  de la corde à sa masse linéique  $\mu$  par la

relation :  $V = \sqrt{\frac{\|\vec{F}\|}{\mu}}$  .

1- Quelle est la célérité de l'onde dans une corde dont la tension vaut 2N et la masse linéique  $\mu = 20\text{g m}^{-1}$  ?.

2- On impose à l'extrémité de cette corde un mouvement vibratoire de fréquence  $N = 50\text{ Hz}$ .

- Quelle est la longueur d'onde ?.

3- deux points de la corde sont distants de 0,15 m.

- Comparer leurs états vibratoires.

### EXERCICE N°4

Un vibreur de fréquence 60 Hz émet des ondes circulaires à la surface de l'eau d'une cuve à ondes. On provoque l'immobilité apparente du phénomène avec un stroboscope.

- 1- Quelle est la fréquence maximale des éclairs.
- 2- On profite de l'immobilité pour faire une mesure approchée de la distance qui sépare la 2<sup>ème</sup> Crête de la 12<sup>ème</sup> crête. On trouve 5 cm.
  - Quelle est la longueur d'onde ?
  - Quelle est la célérité?

### EXERCICE N° 5

1-

On considère les vibrations transversales, rectilignes de l'extrémité de la lame d'un vibreur de fréquence N.

On l'éclaire par un stroboscope électronique qui émet des éclairs de fréquences  $N_E$  variable.

La Fréquence maximale pour laquelle la lame paraît immobile est de 100Hz.

- En déduire la fréquence de vibration du vibreur.
2. On attache l'extrémité libre de la lame à une corde élastique A B tendue horizontalement. Un dispositif amortisseur est placé en B et supprime toute réflexion des ondes.
    - a- Sachant qu'à  $t = 0$ , le point A passe par sa position d'équilibre avec une vitesse de norme égale à  $0,8 \pi \text{ m.s}^{-1}$  en se dirigeant vers le haut (sens positif choisi); calculer l'amplitude  $a$  des vibrations de la corde.
    - b- Ecrire l'équation d'un point M de la corde situé à la distance  $x$  de la source A en fonction de  $N, a, \lambda, t$  et  $x$ .
    - c- La plus petite distance entre deux points vibrant en quadrature de phase est égale à 3 cm; calculer la célérité des ondes le long de la corde.
  - 2- Sachant que la longueur de la corde  $AB = 48 \text{ cm}$ , indiquer le nombre et la position des points de la corde, en mouvement vers le bas, qui ont une élongation + 2 mm à l'instant  $t_1 = 0,04 \text{ s}$ .

### EXERCICE N° 6

Un vibreur sinusoïdal provoque sans interruption en un point S de la surface de l'eau, des ébranlements transversaux. La célérité

**Propagation d'un ébranlement****Enoncés des exercices proposés**

constante de l'ébranlement vaut  $20 \text{ cm s}^{-1}$  et la fréquence du vibreur  $20 \text{ Hz}$ .

Les points  $M_1$  et  $M_2$  de la surface de l'eau, alignés avec  $S$  et tels que  $d_1 = S M_1 = 10 \text{ cm}$  et  $d_2 = S M_2 = 15 \text{ cm}$  sont astreints à effectuer un mouvement transversal sinusoïdal.

- 1- Déterminer les retards  $\theta_1$  et  $\theta_2$  de leurs vibrations par rapport aux vibrations de  $S$ .
- 2- Déterminer le retard ( ou l'avance) des vibrations qui affectent  $M_1$  par rapport à celles qui affectent  $M_2$ .

**EXERCICE N° 7**

Une lame vibrante de fréquence  $N=50 \text{ Hz}$  est munie d'un stylet qui détermine en un point  $S_1$  de la surface d'une eau initialement au repos, une perturbation transversale sinusoïdale de même période, d'amplitude  $a = 3 \text{ mm}$ , se propageant dans toutes les directions à vitesse constante  $V = 0,25 \text{ ms}^{-1}$ .

- a- Ecrire l'équation du mouvement de  $S_1$  en fonction du temps, puis l'équation du mouvement d'un point  $M_1$  situé au repos à la distance  $d_1$  de  $S_1$ .
- b- On négligera l'amortissement. On prend comme origine des temps, l'instant où débute le mouvement de  $S_1$ ;  $S_1$  se déplaçant dans le sens positif supposé ascendant.  
Déterminer à  $t_1 = 0,15 \text{ s}$ , l'élongation et la vitesse de vibration d'un point  $M_1$  situé à la distance  $d_1 = 0,03 \text{ m}$  de  $S_1$ .

**EXERCICE N° 8**

1-

À l'extrémité d'une lame vibrante verticalement, est fixé un fil de longueur  $l = 2 \text{ m}$ , de masse  $m = 20 \text{ g}$ , soumis à une tension  $\|\vec{F}\| = 4 \text{ N}$ . On suppose qu'il n'y a pas de réflexion aux extrémités du fil. La fréquence de la lame est  $N = 100 \text{ Hz}$ .

- a- quelle est la longueur d'onde de la vibration?.
- b- l'extrémité  $S$  de la lame a un mouvement sinusoïdal d'amplitude  $a=2 \text{ mm}$ .

Ecrire l'équation horaire du mouvement de  $S$ , ainsi que celle du point  $M$  du fil situé au repos à la distance  $S M = x = 65 \text{ cm}$ . On suppose que le mouvement de  $S$  commence à  $t = 0$  dans le sens positif ascendant.

- c- Dessiner dans un même système d'axes les diagrammes des mouvements de  $M$  et de  $S$ .
3. Quel est l'aspect du fil à l'instant  $t_1 = 0,0475 \text{ s}$  ?

➤ **EXERCICE N° 9**

1-

Une onde progressive sinusoïdale se propage le long d'une corde de longueur  $l = 60$  cm et de masse  $m = 8$ g. La tension de la corde vaut 3N . Déterminer la célérité de l'onde.

2- La propagation de cette onde impose au point P de la corde situé au repos à  $x = 22,5$  cm de l'extrémité source S, des vibrations d'équation horaire  $y_p(t) = 6 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi \cdot t)$  (en mètre et t en seconde).

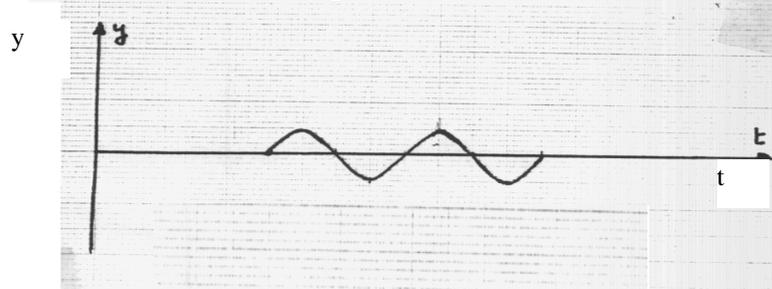
a- Déterminer les périodes temporelle et spatiale de l'onde.

b- Déterminer le déphasage entre le point p et le point source S et écrire l'équation horaire de S.

➤ **EXERCICE N° 10**

Une onde sinusoïdale progresse le long d'une corde élastique tendue. L'onde prend naissance au niveau de l'extrémité source O de la corde à  $t = 0$ .

A l'aide de la figure ci-contre représentant le diagramme du mouvement d'un point A de la corde située au repos à  $x=40$  cm de l'extrémité source :



Echelle : en abscisse :  $1 \text{ cm} \rightarrow 10^{-2} \text{ s}$   
 en ordonnée :  $1 \text{ cm} \rightarrow 2 \text{ cm}$

1- Déterminer :

- le temps mis par l'onde pour se propager de l'extrémité source O au point M.
- la célérité de l'onde.

2- Déterminer la longueur d'onde.

3- Représenter le diagramme du mouvement de l'extrémité source O.

4- Ecrire l'équation horaire de vibration de O et celle du mouvement de M.

➤ **EXERCICE N° 11 :**

L'extrémité d'une lame vibrante horizontale est munie d'un stylet S dont la pointe est animée d'un mouvement vertical rectiligne sinusoïdal d'amplitude  $a = 2 \text{ mm}$  et de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$ .

Lorsque la lame est au repos, la pointe du stylet affleure en un point O la surface libre de l'eau contenue dans une cuve à grandes dimensions.

Quand la pointe du stylet vibre, des ondes transversales se propagent à partir de O dans toutes les directions avec une célérité  $V = 50 \text{ cm s}^{-1}$ .

- Etablir l'équation horaire  $y_0 = f(t)$  du mouvement du point O. On prendra pour axe  $o\vec{y}$ , l'axe orienté positivement vers le haut, et pour origine des dates, l'instant où débute le mouvement de la pointe du stylet en se dirigeant verticalement vers le haut.
- Etablir l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance  $d$  de O; on néglige l'amortissement. Que peut-on dire du mouvement de M par rapport à celui de O dans le cas où  $d = 2,25 \text{ cm}$  ?.
- Représenter la coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par O, à l'instant de date  $t_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

**EXERCICE N° 12 :**

Un fil Sx très long, tendu horizontalement, est parcouru par une onde progressive transversale sinusoïdale, issue de son extrémité S qui vibre avec une fréquence  $N = 100 \text{ Hz}$ . Le mouvement de S ayant commencé à la date  $t = 0$ ; une photographie du fil a été prise à un instant  $t_1$  donné.



- Déterminer à partir du graphe et en le justifiant:
- La longueur d'onde ainsi que la célérité des ondes le long du fil.
  - L'amplitude du mouvement d'un point quelconque de la corde.
  - La date  $t_1$  de la photographie.
  - Le sens dans lequel se dirigeait la source S à l'instant  $t=0$ .
  - En prenant la position d'équilibre comme origine des elongations, écrire l'équation horaire du mouvement de S.
  - écrire l'équation horaire du mouvement d'un point M du fil situé au repos à la distance  $SM = 25 \text{ Cm}$ .
  - Comparer le mouvement de M à celui de S.

**EXERCICE N°1**

Deux crêtes consécutives sont séparées d'une distance égale à la longueur d'onde  $\lambda$ . Soit  $d = \lambda$  or  $\lambda = VT$

avec  $V$ : célérité de l'onde, et  $T$  sa période.

Il vient :  $d = VT$  d'ou  $V = \frac{d}{T} = d \cdot N$ ;

A.N. :  $V = 0,25 \text{ m s}^{-1}$ .

**EXERCICE N°2 :**

La célérité est donnée par le quotient :

$$\|\vec{v}\| = \frac{d}{\Delta t} \text{ avec } d : \text{distance parcourue par}$$

l'ébranlement pendant la durée  $\Delta t$ . Puisque l'ébranlement effectue 3 allers et retours donc  $d = 6 \times l = 30\text{m}$ .  $\Delta t = 1,48\text{s}$ .

A.N. :  $\|\vec{v}\| = 20,2 \text{ m.s}^{-1}$ .

$\|\vec{v}\|$  est donnée par la relation :  $\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{\|\vec{T}\|}{\mu}}$

avec  $\mu$  : masse linéique de la corde (masse par unité de longueur)

soit  $\mu = \frac{m}{l}$ , soit  $\mu = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}$ .

$\|\vec{T}\| = 0,98\text{N}$ . A.N. :  $\|\vec{v}\| = 20 \text{ m.s}^{-1}$ .

Les vitesses de propagation de l'ébranlement déterminées par les deux méthodes sont égales aux erreurs de mesure près.

**Commentaires & conseils**

\* se rappeler de la définition de la longueur d'onde  $\lambda$  : longueur parcourue par l'onde en une période  $T$ .

\* la célérité de l'ébranlement dépend de la nature du milieu de propagation.

\* elle est une constante pour un milieu propagateur donné.

**EXERCICE N° 3**

1- La célérité de l'onde le long d'une corde est

donnée par la relation :  $\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{\|\vec{F}\|}{\mu}}$

$\mu$  masse linéique de la corde =  $\frac{m}{l} = 20 \text{ gm}^{-1}$

$\|\vec{F}\|$  : tension de la corde

**AN :  $\|\vec{v}\| = 10 \text{ ms}^{-1}$**

2- la longueur d'onde est donnée par la relation :

$\lambda = vT$  soit  $\lambda = \frac{v}{N}$ ,

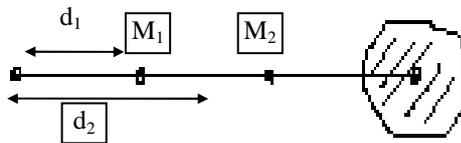
N étant la fréquence de l'onde.

**A N :  $\lambda = 0,20\text{m}$**

3- soit  $d_2 - d_1$  :

la différence des distances de la source.

On a  $d_2 - d_1 = 0,15 \text{ m}$



On a  $d_2 - d_1 = 0,15 \text{ m}$ .

Comparons  $d_2 - d_1$  à la longueur d'onde  $\lambda$  :

$\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k = \frac{0,15}{0,20}$  soit  $k = \frac{3}{4}$

Les deux points sont distants d'un nombre impair de quart de longueur d'onde : ils vibrent donc en quadrature de phase.

**EXERCICE N°4**

1- En observant la surface de l'eau avec un stroboscope, celle-ci paraît immobile si les périodes  $T_e$  des éclairs prennent les valeurs  $T_e = pT$

**Commentaires et conseils**

\* attention, l'obstacle étant fixe, la réflexion se fait avec changement de signe

\* Pour comparer les états vibratoires de 2 points, on peut comparer la différence des distances de la source à  $\lambda$ . pour être en phase on doit avoir  $d_2 - d_1 = p\lambda$  ; p entier.

( $P \in \mathbb{N}^*$ ); les fréquences  $N_e$  des éclairs sont  $N_e = \frac{N}{P}$ ;  $N_e$  est maximale si

$P$  est minimum soit  $P=1$ , d'où  $(N_e)_{\max} = N = 60$  Hz.

2- Deux crêtes consécutives sont séparées d'une distance égale à la longueur d'onde  $\lambda$

La 2<sup>ème</sup> crête et la 12<sup>ème</sup> crête sont donc séparées d'une distance  $d=10$

$\lambda$ ; d'où  $\lambda = \frac{d}{10}$ ; A.N :  $\lambda = 0,50$  cm.

La célérité de l'onde est donnée par la relation :

$$V = \lambda N; \text{ A N : } V = 0,30 \text{ m s}^{-1}$$

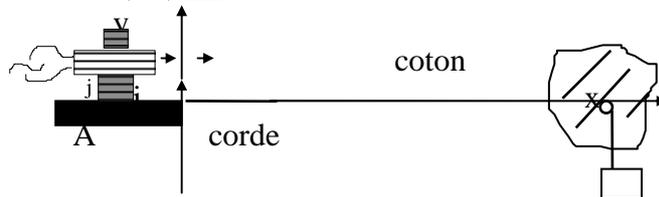
**EXERCICE N°5 :**

1- L'immobilité apparente de la lame s'obtient lorsque la lame effectue, entre 2 éclairs successifs de durée  $T_e$ , un nombre entier d'oscillations

de durée  $T$  chacune; soit  $T_e = pT$  ( $P \in \mathbb{N}^*$ ), d'où  $N_e = \frac{N}{P}$ ; pour  $p = 1$

,  $N_e$  est maximale

2- d'où  $N = (N_e)_{\max} = 100$  Hz.



a- On considère le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ,  $O$  étant confondu avec l'extrémité  $A$  de la corde. L'axe des elongations des différents points de la corde est l'axe  $O\vec{Y}$ . L'abscisse d'un point  $M$  de la corde est repéré par  $OM = x$  suivant l'axe  $(O, \vec{i})$ .

L'extrémité  $A$  de la lame étant animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdale, l'équation horaire de  $A$  s'écrit sous la forme :  $y_A(t) = a \sin(\omega t + \varphi_A)$  avec  $a$  : l'amplitude de vibration de  $A$ . La vitesse de  $A$  s'écrit :

$$V_A(t) = a \omega \cos(\omega t + \varphi_A)$$

D'après les conditions initiales on a :

$$\text{à } t=0: \left\| \vec{V}_{(0)} \right\|_A \text{ est maximale, d'où } \left\| \vec{V}_{(0)} \right\|_A = a\omega \text{ or } \left\| \vec{V}_{(0)} \right\|_A = 0,8\pi \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{d'où } a = \frac{\left\| \vec{V}_{(0)} \right\|}{\omega}; \text{ A N : } a = 410^{-3} \text{ m.}$$

b- On choisit l'instant  $t = 0$ , instant où débute les vibrations du point source  $A$ .

à  $t = 0$  on a  $y_A(0) = 0$  et  $V_A(0) > 0$

**Propagation d'un ébranlement**

il vient  $a \sin \varphi_A = 0$  (1) et  $a \omega \cos \varphi_A > 0$  (2)

d'après (1) on a  $\sin \varphi_A = 0$  d'où  $\varphi_A = 0$  ou  $\varphi_A = \pi$  rad

or d'après (2) on a  $\cos \varphi_A > 0$ , donc  $\varphi_A = 0$  rad

$y_A(t)$  s'écrit alors :  $y_A(t) = a \sin \omega t$

Tout point M de la corde d'abscisse au repos

$x = 0$  M reproduit le même mouvement que la source mais après un retard

$$\theta = \frac{x}{V}$$

il vient  $y_M(t) = y_A(t-\theta)$  soit  $y_M(t) = a \sin \left( 2\pi N t - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$

c) Deux points  $M_1$  et  $M_2$  de la corde vibrent en quadrature de phase si

$x_{M_2} - x_{M_1} = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$  Si la distance séparant les deux points est la plus petite,

alors  $k = 0$  d'où  $x_{M_2} - x_{M_1} = d = \frac{\lambda}{4}$

il vient  $\lambda = 4d$  soit  $\lambda = 12$  cm or  $\lambda = \frac{V}{N} = 4d$

d'où  $V = 4dN$  ;  **$A N : V = 12 \text{ m s}^{-1}$**

3- L'équation horaire d'un point de la corde en fonction du temps s'écrit sous la forme :

$$y_M(t) = a \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$$

Pour  $t = t_1 = 0,04$  s,

on a  $y_x(t_1) = a \sin \left( -2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$ .

Or  $y_x(t_1) = +2$  mm =  $\frac{a}{2}$ , il vient :

$$a \sin \left( -2\pi \frac{x}{\lambda} \right) = \frac{a}{2}$$

d'où  $\sin \left( -2\pi \frac{x}{\lambda} \right) = \frac{1}{2}$

soit  $\sin \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) = \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right)$  (1)

L'équation (1) admet deux familles de solution :

$$\left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad (2)$$

**Commentaires et conseils**

$Y_M(t)$  est une fonction à deux variables t et x non séparées.  
\* son amplitude est celle de la source (en négligeant l'amortissement)

$$\text{et } \left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) = \pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad (3)$$

Or à la date  $t_1$ , la vitesse est négative, c'est à dire

$$\cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) < 0,$$

on retient donc les solutions correspondant à la relation (3)

$$(3) \text{ donne } x = \frac{7}{12} \lambda + k \lambda ; \text{ or } \lambda = 12 \text{ cm},$$

$$\text{il vient } x = 7 + k \lambda \text{ (en cm)} ; \quad x \in [0; 48 \text{ cm}]$$

On a donc  $0 < 7 + k \lambda < 48 \text{ cm}$ .

On en tire les valeurs de  $k$  possibles,

on trouve  $k = [0, 1, 2, 3]$

$$k = 0 ; x_0 = 7 \text{ cm}$$

$$k = 1 ; x_1 = 19 \text{ cm}$$

$$k = 2 ; x_2 = 31 \text{ cm}$$

$$k = 3 ; x_3 = 43 \text{ cm}$$

### EXERCICE N° 6

On choisit l'instant de date  $t = 0$ , instant où débute les vibrations du point source  $S$ . soit  $\theta_1$  : temps mis par

l'onde pour se propager de  $S$  à  $M_1$  on a donc  $\theta_1 = \frac{SM_1}{V}$  ;

A  $N$  :  $\theta = 0,5 \text{ s}$ . soit  $\theta_2$  : le temps que met l'onde pour

atteindre le point  $M_2$  ;  $\theta_2 = \frac{SM_2}{V}$  ;

$$\text{A N : } \theta_2 = 0,75 \text{ s.}$$

$d_2$  étant supérieur à  $d_1$ , l'onde atteint  $M_1$  avant d'atteindre  $M_2$ .  $M_2$  est donc en retard par rapport à  $M_1$  ( $\theta_2 > \theta_1$ ) Le décalage horaire  $\theta$  est le temps nécessaire à l'onde pour se déplacer sur la distance  $d = d_2 - d_1$  le long d'une normale à l'onde.

La célérité  $V$  de l'onde étant constante

$$\text{on a } d = V \cdot \theta \quad \text{soit } \theta = \frac{d_2 - d_1}{V} ;$$

$$\text{A N : } \theta = 0,25 \text{ s}$$

### EXERCICE N° 7

a-  $S_1$  étant animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal; l'équation horaire s'écrit sous la forme :

$$y_{S_1}(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$$

avec l'amplitude  $a = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  et  $\omega = 2\pi \text{ N}$

#### Commentaires et conseils

$$T = \frac{1}{N} = 0,05 \text{ s.}$$

$$\frac{\theta}{T} = 5, \text{ dans ce}$$

cas  $M_1$  et  $M_2$  vibrent en phase

**Propagation d'un ébranlement**

soit  $\omega = 100 \pi \text{ rad s}^{-1}$

on a à  $t = 0$ ,  $y_{S1}(0) = 0$  et  $V_{S1}(0) > 0$

il vient :  $a \sin \varphi = 0$  et  $a \omega \cos \varphi > 0$

$\sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$  ou  $\varphi = \pi \text{ rad}$

or  $\cos \varphi > 0$  donc  $\varphi = 0 \text{ rad}$

d'où  $y_{S1}(t) = 3 \cdot 10^{-3} \sin(314 t)$

( en mètre et t en seconde)

Equation horaire du point  $M_1$  situé au repos à la distance  $d_1 = S_1 M_1$  :

$y_{M1}(t) = y_{S1}(t - \theta)$ , avec  $\theta =$  temps mis par l'onde pour se propager de  $S_1$

à  $M_1$ ;  $\theta = \frac{d_1}{V}$

$$y_{M1}(t) = a \sin \omega \left( t - \frac{d_1}{V} \right)$$

$$y_{M1}(t) = a \sin \left( 2 \pi \frac{t}{T} - 2 \pi \frac{d_1}{\lambda} \right)$$

b) On a  $t_1 = 0,15 \text{ s}$ , or  $T = \frac{1}{N} = 0,02 \text{ s}$

$\frac{t_1}{T} = 7,5$  on a :  $d_1 = 0,03 \text{ m}$ ;  $\lambda = \frac{V}{N} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$   $\frac{d_1}{\lambda} = 6$

Il vient  $y_{M1}(t_1) = 0$ .

La vitesse de  $M_1$  est  $V_{M1}(t) = \frac{dy_{M1}(t)}{dt} = a \omega \cos \left( 2 \pi \frac{t}{T} - 2 \pi \frac{d_1}{\lambda} \right)$

Il vient  $V_{M1}(t_1) = - a 2 \pi N$ ; soit  $V_{M1}(t_1) = - 0,3 \pi \text{ m s}^{-1}$ .

**EXERCICE N°8**

1- a) La longueur d'onde est donnée par la relation :

$$\lambda = VT \quad \text{soit } \lambda = \frac{V}{N}$$

or la célérité de l'onde le long de la corde est donnée par la relation

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{\frac{\|\vec{F}\|}{\mu}} \quad \text{avec } \mu = \frac{m}{l} : \text{ masse linéique de la corde.}$$

Il vient  $\lambda = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\|\vec{F}\|}{\mu}}$ ; A N :  $\lambda = 0,20 \text{ m}$

b) Le mouvement de S étant rectiligne sinusoïdal, l'équation horaire de S

s'écrit sous la forme :  $y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$

avec  $a =$  amplitude des vibrations de S ;  $a = 2 \text{ mm}$

et  $\omega = 2 \pi N$  soit  $\omega = 200 \pi \text{ rad s}^{-1}$

**Propagation d'un ébranlement****Corrigés des exercices proposés**

d'après les conditions initiales on a :

$$\text{à } t=0 \begin{cases} y_s(0) = 0 \\ v_s(0) > 0 \end{cases}$$

Il vient  $a \sin \varphi = 0$  et  $a \omega \cos \varphi > 0$

ces deux conditions donnent  $\varphi = 0$

d'où  $y_s(t) = 2 \cdot 10^{-3} \sin(628t)$  (en mètre et t en secondes)

- Tout point M du fil situé à la distance  $x = SM$  reproduit le même

mouvement que le point source S mais avec un retard  $\theta = \frac{x}{V}$

il vient  $y_M(t) = y_s\left(t - \frac{x}{V}\right)$

soit  $y_M(t) = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right)$

avec  $T = \frac{1}{N} = 10^{-2} \text{ s}$ ,  $\lambda = 0,20 \text{ m}$

et  $a = 2 \text{ mm}$

$$y_M(t) = 2 \cdot 10^{-3} \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{2\pi 65}{20}\right)$$

$$\text{soit } y_M(t) = 2 \cdot 10^{-3} \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2}\right)$$

c) diagrammes des mouvements de S et de M.

le mouvement de S débute à  $t = 0$ ; M ne reçoit l'onde issue de S qu'après

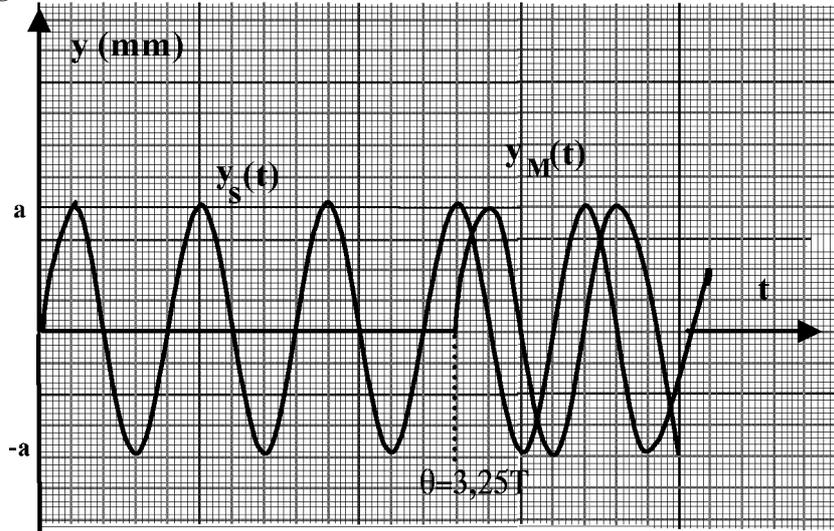
un retard  $\theta = \frac{x}{V}$  avec  $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 20 \text{ ms}^{-1}$ .

Soit  $\theta = 3,25 \cdot 10^{-2} \text{ s}$  or  $T = \frac{1}{N} = 10^{-2} \text{ s}$  d'où  $\theta = 3,25 T$ .

Donc pour  $t < \theta$ ,  $y_M(t) = 0$

et pour  $t > \theta$ ,  $y_M(t)$  est une sinusoïde.

D'où les diagrammes des espaces suivants :



2- aspect du fil à  $t_1 = 0,0475$  s :

$$y_{t1}(x) = a \sin \left( 2\pi \frac{t_1}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$$

or  $\frac{t_1}{T} = 4,75$  soit  $t_1 = 4,75 T$

pendant la durée  $t_1$ , l'onde a parcourue la distance

$$d = V t_1 ; \text{ soit } d = 4,75\lambda$$

On a :  $y_{t1}(x) = - a \cos \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$  avec  $\lambda = 0,20\text{m}$

pour  $0 < x < 4,75\lambda$ ; on a une sinusoïde,

pour  $4,75 \lambda < x < l$  avec  $l = 10\lambda$

on a  $y_{t1}(x) = 0$

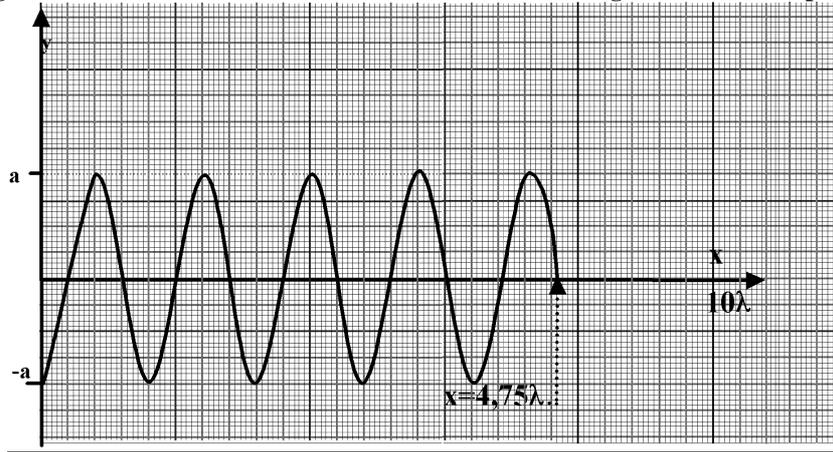
d'où l'aspect du fil ci-après :

**Commentaires et conseils.**

Les fonctions sont périodiques de même période; il suffit de les tracer d'abord sur un domaine égal à T

\*Attention ne pas commencer à tracer  $Y_M(t)$  à partir du point (0,0).

\*Dans ce cas, une fois  $y_S(t)$  est tracé, le traçage de  $y_M(t)$  s'en déduit en remarquant que M est en quadrature de phase



**EXERCICE N°9**

1- La célérité de l'onde est donnée par la relation

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{avec } \mu = \frac{m}{l} ; \quad \text{A N : } V = 15 \text{ m s}^{-1}$$

a- Le point P recevant l'onde issue de S a pour équation horaire

$$y_P(t) = 10^{-3} \sin(200 \pi t).$$

cette équation est de la forme générale

$$y_P(t) = a \sin\left(2 \pi \frac{t}{T}\right)$$

avec T : la période temporelle de l'onde.

$$\text{Il vient : } \frac{2\pi}{T} = 200 \pi \quad \text{soit } T = 10^{-2} \text{ s.}$$

La période spatiale ( $\lambda$ ) est donnée par la relation :

$$\lambda = V T ; \quad \text{A N : } \lambda = 0,15 \text{ m.}$$

le décalage horaire  $\theta$ , temps mis par l'onde pour se propager

$$\text{de S à P est : } \theta = \frac{x}{V} \quad \text{soit } \theta = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ s} \quad \text{Comparons } \theta \text{ et}$$

$$T: \frac{\theta}{T} = 1,5; \quad \text{on a } \frac{\theta}{T} = k = \frac{3}{2}$$

$\theta$  est égal à un nombre impair de demi période, donc P et S vibrent en opposition de phase.

Le déphasage  $\Delta \varphi$  entre P et S est alors

$$\Delta \varphi = 3 \pi$$

\* équation horaire de S :

puisque S vibre en opposition avance par rapport point P.

$$y_S(t) \text{ s'écrit alors : } y_S(t) = a \sin(\omega t + 3 \pi)$$

$$\text{ou encore } y_S(t) = a \sin(\omega t + \pi) \quad \text{avec } a = 610^{-3} \text{ m}$$

**Commentaires et conseils**

\* le décalage horaire permet de comparer les états vibratoires de 2 points.  
( $\Delta \varphi$ ) =  $\omega \theta = 3$

on peut écrire aussi  
 $y_S(t) = y_P(t + \theta)$   
avec  $\theta = \frac{3}{2} T$

et  $\omega = 200 \pi \text{ rad s}^{-1}$

$y_S(t) = 610^{-3} \sin(200 \pi t + \pi)$  (en mètre et t en s)

**EXERCICE N° 10**

1- Soit  $\theta$  : temps mis par le front d'onde pour aller de l'extrémité O de la corde au point M d'abscisse  $x = 40 \text{ cm}$

D'après la courbe  $y_M(t)$ ,  $\theta$  correspond à 2,5 cm; or 1 cm représente  $10^{-2} \text{ s}$ .

il vient  $\theta = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

La célérité V de l'onde étant constante, on a

$$V = \frac{x}{\theta}; \text{ A N : } V = 16 \text{ m s}^{-1}$$

2- D'après la courbe, la période temporelle T correspond à 2 cm, or 1 cm représente  $10^{-2} \text{ s}$ , il vient  $T = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

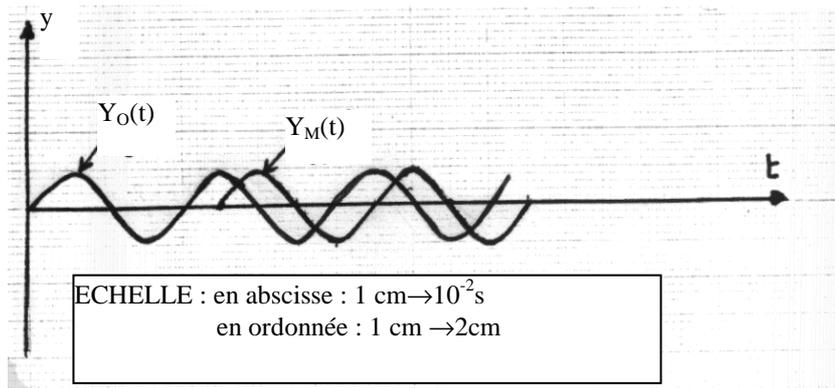
la longueur d'onde  $\lambda$  est donnée par la relation :

$$\lambda = V T \text{ soit } \lambda = 0,32 \text{ m.}$$

3- Lorsque l'onde atteint le point M, celui-ci reproduit le même mouvement que celui de la source mais après un retard

$$\theta = \frac{x}{V} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ soit } \theta = 1,25T$$

Donc, le diagramme de mouvement de S s'obtient en translatant celui du point M de  $\theta = 1,25 T$  sur l'axe des temps vers la gauche. On obtient le diagramme suivant ci-contre :



4- Equation horaire de S :

$y_S(t)$  s'écrit sous la forme ;  $y_S(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$

avec a amplitude de vibration de S, c'est à dire celle de M

Or d'après la courbe  $y_M(t)$  l'amplitude a correspond à 0,5 cm; en tenant compte de l'échelle

on aura  $a = 1 \text{ cm}$ ;  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  soit  $\omega = 100\pi \text{ rad s}^{-1}$

d'après le diagramme des espaces de S on a :

**Propagation d'un ébranlement**

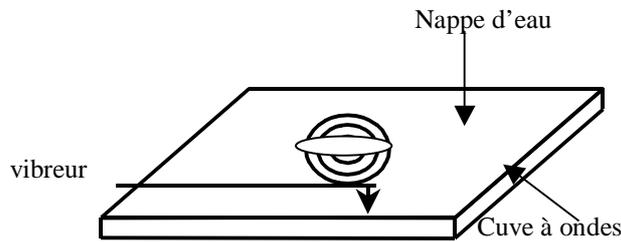
**Corrigés des exercices proposés**

à  $t = 0$   $y_s(t) = 0$  et  $V_s(0) > 0$

Les conditions donnent  $\varphi_s = 0$

Il vient  $y_s(t) = 10^{-2} \sin(100\pi t)$  (en mètre et  $t$  en secondes)

**EXERCICE N°11**



a-  $y_O = f(t)$  s'écrit sous la forme :

$y_O(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$  avec  $a = 2 \text{ mm}$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad s}^{-1}$$

D'après les conditions initiales on a :

$$\text{à } t = 0 \begin{cases} y_O(0) = 0 \\ V_O(0) > 0 \end{cases}$$

Il vient  $a \sin \varphi = 0$

et  $V_O(0) = a \omega \cos \varphi > 0$

$\sin \varphi = 0$  alors  $\varphi = 0$  où  $\varphi = \pi \text{ rad}$

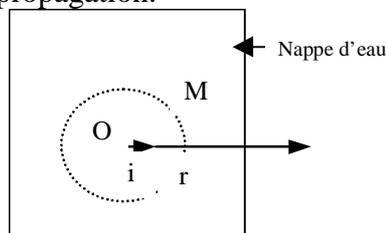
or  $\cos \varphi > 0$  donc  $\varphi = 0 \text{ rad}$ .

L'équation  $y_O = f(t)$  s'écrit alors :

$$y_O(t) = 210^{-3} \sin(100\pi t)$$

(en mètre et  $t$  en s)

On néglige l'amortissement et la dilution d'énergie au cours de la propagation.



Le point M situé à la distance  $r = OM$  reproduit le même mouvement que le point source O mais après un retard  $\theta$

$$= \frac{r}{V}, \text{ il vient: } y_M(t) = y_O\left(t - \frac{r}{V}\right)$$

$$\text{soit } y_M(t) = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{2r\pi}{\lambda}\right) \text{ avec } a = 210^{-3} \text{ m}$$

$$T = \frac{1}{N} = 0,02 \text{ s} \text{ et } \lambda = V T \text{ soit } \lambda = 1 \text{ cm}$$

**Commentaires et conseils**

la cuve étant supposée à grandes dimensions, on évite alors la réflexion des ondes au niveau des parois de la cuve.

\* Tous les points situés à la même distance  $r$  de  $O$  ont le même état vibratoire

si  $a_0$  est l'amplitude du point source  $O$ , celle du point  $M$  situé à la distance  $r$  est  $a_1 < a_0$ ; en s'éloignant de la source

l'amplitude diminue.

la propagation se fait dans toutes les directions; on trace  $y_M(t)$  pour  $r > 0$  et puis on prend son symétrique par rapport à l'axe vertical  $Oy$ .

Connaissant le front d'onde, on peut tracer aussi l'allure de la courbe  $y_M(t)$ .

**Propagation d'un ébranlement**

pour  $r = 2,25 \text{ cm}$ , on a :

$$y_M(t) = 210^{-3} \sin(100 \pi t - 4,5 \pi)$$

$$\text{soit } y_M(t) = 210^{-3} \sin\left(100 \pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

( en mètre et t en s)

Le déphasage de M par rapport à O est :

$$\varphi_M - \varphi_O = -\frac{\pi}{2} \text{ rad,}$$

donc M vibre en quadrature retard par rapport à O.

coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par O à la date  $t_1 = 510^{-2} \text{ s}$  :

le mouvement de O débute à  $t = 0 \text{ s}$ ; pendant la durée  $t_1$ , l'onde se propage d'une distance  $d = V t_1$ ; la période T est égale à  $210^{-2} \text{ s}$ ;

on a donc  $t_1 = 2,5 T$ , il vient  $d = 2,5 \lambda$

$$y_{t_1}(r) = a \sin\left(2\pi \frac{t_1}{T} - 2\pi \frac{r}{\lambda}\right)$$

$$\text{avec } \frac{t_1}{T} = 2,5$$

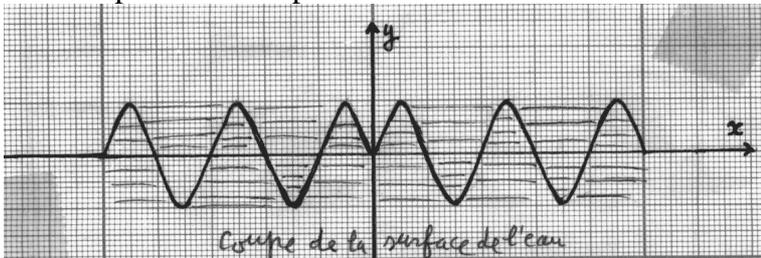
$$\text{il vient } y_r(t_1) = a \sin\left(5\pi - 2\pi \frac{r}{\lambda}\right)$$

$$\text{soit } y_{t_1}(r) = a \sin\left(\pi - 2\pi \frac{r}{\lambda}\right) \text{ avec } a = 210^{-3} \text{ m}$$

pour  $0 < r < 2,5 \lambda$   $y_M(t_1)$  est une sinusoïde

pour  $r > 2,5 \lambda$   $y_M(t_1) = 0$  ;

d'où l'aspect de la coupe de la surface d'eau suivante.



**EXERCICE N°12**

a) La période spatiale de  $y = f(x)$  est égale à la longueur d'onde  $\lambda$ . La distance parcourue par l'onde  $d = 90 \text{ cm}$  correspond à  $4\lambda + \frac{1}{2} \lambda = 9/2 \lambda$

**Commentaires et conseils**

La sinusoïde des espaces  $y=f(x)$  donne l'aspect de la corde à un instant donné.

$y=f_t(x)$  est périodique de période spatiale égale à  $\lambda$ .

Ce résultat est prévisible : d correspond à  $4,5 \lambda$  donc  $t_1=4,5T$ .

**Propagation d'un ébranlement**

$$d = \frac{9}{2} \lambda \text{ d'où } \lambda = \frac{2d}{9} \text{ soit } \lambda = 20 \text{ Cm.}$$

Célérité de l'onde :  $\|\vec{V}\| = \lambda \cdot N$  ; A.N.:  $\|\vec{V}\| = 20 \text{m.s}^{-1}$

b) La valeur maximale de l'élongation est égale à 1mm ; l'amplitude est donc  $a = 1 \text{mm}$ .

c) L'aspect de la courbe représentée par la courbe  $y=f_{t_1}(x)$  est près à la date  $t_1$ . Pendant la date  $t_1$ , l'onde a parcourue la distance  $d$  à la vitesse constante  $\|\vec{V}\| = 20 \text{m.s}^{-1}$

$$d \text{ où } \|\vec{V}\| = \frac{d}{t_1}$$

Il vient :  $t_1 = \frac{d}{\|\vec{V}\|}$  ; A.N. :  $t_1 = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{s}$ .

Soit  $t_1 = 4,5T$  avec  $T = 10^{-2} \text{s}$ .

d) On remarque que le front d'onde (point d'abscisse  $x=90 \text{Cm}$ ) est ascendant ; la pente en ce point est positive, donc le point sources se dirigeait à  $t=0 \text{s}$ , vers les élongations positives.

S étant animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal son équation horaire s'écrit sous la forme :  $y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi_s)$  avec  $a=1 \text{mm}$  ;  $\omega=2\pi N$

Soit  $\omega=200\pi \text{ rad s}^{-1}$  à  $t=0 \text{s}$ , on a  $y_s(0)=0$  et

$$y_{(0)} = a \sin \varphi_s = 0 \quad (1)$$

$v_{(0)} > 0$ . Il vient  $v_{(0)} = a\omega \cos \varphi_s > 0 \quad (2)$

(1) donne  $\sin \varphi_s = 0$  soit  $\varphi_s = 0$  ou  $\pi \text{ rad}$  or d'après (2)  $\sin \varphi_s > 0$ , il vient alors  $\varphi_s = 0 \text{ rad}$ .

$Y_s(t) = 10^{-3} \sin(200 \pi t)$  ( $y$  en mètre et  $t$  en secondes).

a/ tout point  $M$  de la corde d'abscisse au repos  $x=SM$ , reproduit le même mouvement que la

source mais après un retard  $\varphi = \frac{x}{V}$  d'où  $y_M(t)$

$$= y_s(t-\varphi)$$

**Commentaires et conseils**

Se rappeler  $\sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha$   
 $k \in \mathbb{Z}$

Deux points  $M_1$  et  $M_2$  sont en quadrature si :  
 $\Delta\varphi = \varphi_{M_1} - \varphi_{M_2} = (2k+1) \pi/2$

$$y_M(t) = a \sin \left( \omega \left( t - \frac{x}{V} \right) \right)$$

il vient :  $y_M(t) = a \sin \left( \omega t - \frac{\omega x}{V} \right)$  avec  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$y_M(t) = a \sin \left( \omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$$

$\lambda = 20 \text{ Cm}$  ;  $x = 25 \text{ Cm}$  ;  $a = 10^{-3} \text{ m}$ .

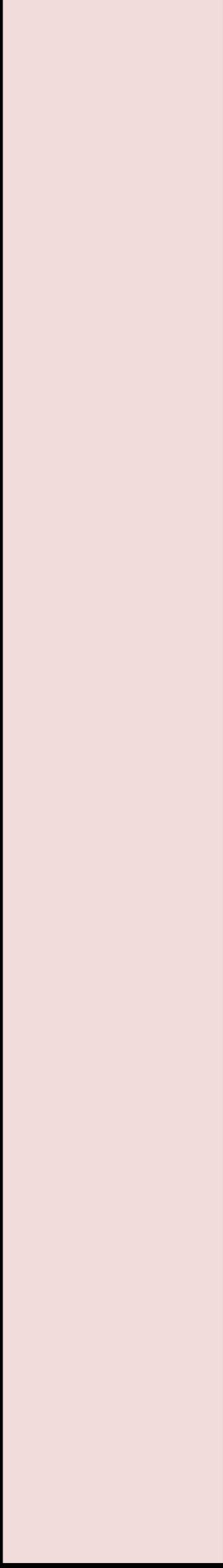
$$y_M(t) = 10^{-3} \sin \left( 200\pi t - 2\pi \cdot \frac{25}{20} \right)$$

soit  $y_M(t) = 10^{-3} \sin \left( 200\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$  (en mètre et t en s)

b/ Le déphasage de M par rapport à S est :

$$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_S = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

d'où M est en quadrature retard par rapport à S



*Interférences  
mécaniques*

## Objectifs

- ✓ Définir le phénomène d'interférence.
  
- ✓ Mettre en évidence expérimentalement le phénomène d'interférences mécaniques et interpréter théoriquement les résultats expérimentaux.
  
- ✓ Reconnaître les deux types de franges d'interférences.

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

- ✓ Soient deux sources  $S_1$  et  $S_2$  vibratoires, synchrones se propageant dans un même milieu; et soit un point  $M$  de ce milieu. Il y a une onde issue de  $S_1$  qui arrive en  $M$  et aussi une onde issue de  $S_2$  qui atteint le point  $M$ . En  $M$ , il y a superposition des deux ondes, on dit que les deux ondes interfèrent en  $M$ . on a donc un phénomène d'interférence.
- ✓ Soit  $y_{1M}(t)$  la vibration en  $M$  due à  $S_1$  et  $y_{2M}(t)$  celle due à  $S_2$ . La vibration résultante en  $M$  est :  $y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$ . C'est le principe de superposition des petits mouvements.
- ✓ L'interférence est dite constructive si les deux ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$  arrivent en phase au point  $M$ . Ceci se traduit à la surface de l'eau par l'apparition de franges brillantes : lieu des points d'amplitude maximale.
- ✓ L'interférence est dite destructive si  $y_{1M}(t)$  et  $y_{2M}(t)$  sont en opposition de phase, il y a apparition de franges sombres : lieu des points constamment immobiles. On a donc :  
**mouvement + mouvement  $\Rightarrow$  mouvement**  
**mouvement + mouvement  $\Rightarrow$  immobilité**
- ✓ La différence de marche  $\delta_1 = S_1M - S_2M$   
 $\delta$  est de la forme :  $\delta = P \times \lambda$  ( $P \in \mathbb{Z}$ )  
si  $P$  est entier  $M$  appartient à une frange brillante;  
si  $P$  est un multiple impair de demi-longueur d'onde,  
 $M$  appartient à une frange sombre.
- ✓ Pour avoir un phénomène d'interférences avec deux sources synchrones, il faut que celles-ci soient cohérentes. C'est à dire le déphasage entre les deux sources est constant au cours du temps.

## Contrôlez vos connaissances



Répondre par oui ou par non :

1. Deux sources synchrones sont-elles nécessairement cohérentes.
2. Dans une expérience d'interférences mécaniques à la surface de l'eau, pourquoi les franges sont-elles peu discernables à proximité des sources ?
3. On réalise une expérience d'interférence, à la surface de l'eau avec deux sources  $S_1$  et  $S_2$  cohérentes et en phase. Tous les points d'amplitude maximale sont définis par  $d_2 - d_1 = k \lambda$  et les points d'amplitude minimale sont définis par  $d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  si  $S_1$  et  $S_2$  vibrent en opposition de phase, ces relations restent-elles valables ?
4. Les points appartenants à la médiatrice du segment  $[S_1 S_2]$  constituent toujours une frange brillante.

➤ **EXERCICE N° 1 :**

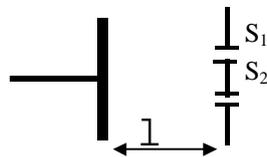
Une lame vibrante est pourvue d'une fourche dont les deux branches sont distantes de  $d = 2 \text{ cm}$ . Elles déterminent en deux points  $S_1$  et  $S_2$  de la surface de l'eau deux perturbations synchrones sinusoïdales de fréquence  $N = 100 \text{ Hz}$  et d'amplitude  $1 \text{ mm}$ . Les ondes se propagent dans toutes les directions avec la célérité de  $37 \text{ cm s}^{-1}$

1. Déterminer les élongations  $y_{1M}$  et  $y_{2M}$  du point M dues respectivement aux ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$ .
2. Déterminer le lieu des points M où l'amplitude est soit maximale, soit nulle.

➤ **EXERCICE N° 2**

Une règle animée d'un mouvement vibratoire rectiligne de fréquence  $N = 100 \text{ Hz}$ , produit à la surface d'un liquide une onde plane rectiligne se propageant à la célérité  $V = 0,6 \text{ m s}^{-1}$ .

1. Ecrire l'équation horaire de la règle  $y_S(t) = a \sin(\omega t + \phi_S)$  sachant qu'à  $t = 0$ , la règle passe par sa position d'équilibre dans le sens positif. On prendra  $a = 2 \text{ mm}$ .
2. Calculer la valeur de la longueur d'onde  $\lambda$ .
3. A une distance  $l = 13,5 \text{ mm}$  de la règle, et parallèlement à celle-ci, on place une plaque munie de deux fentes  $S_1$  et  $S_2$  d'épaisseur négligeable, distantes de  $d = S_1 S_2 = 2 \text{ cm}$ .
  - a- déterminer les équations horaires de  $S_1$  et  $S_2$ .
  - b- écrire l'équation horaire d'un point M tel que  $S_1 M = d_1$  et  $S_2 M = d_2$
  - c- comparer les états vibratoires des points  $M_1$  et  $M_2$



tels que  $S_2 M_1 = 6 \text{ cm}$ ;  $S_1 M_1 = 9 \text{ cm}$  et  $S_2 M_2 = 11 \text{ cm}$ ,  $S_1 M_2 = 12,5 \text{ cm}$ .

- d- déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et minimale.
- e- préciser leurs positions sur le segment  $[S_1 S_2]$

**EXERCICE N° 3 :**

Deux lames vibrantes de fréquence  $f = 100 \text{ Hz}$  munies de deux stylets, déterminent en deux points  $S_1$  et  $S_2$  d'une nappe d'eau des perturbations transversales d'amplitude  $1 \text{ mm}$ .

La perturbation produite en  $S_2$  est en retard de phase de  $\frac{\pi}{2}$  rad par rapport à celle en  $S_1$ . on donne  $S_1 S_2 = 2 \text{ cm}$ ,  $V = 0,4 \text{ ms}^{-1}$ .

1. Déterminer l'état vibratoire d'un point  $M$  situé à  $2.4 \text{ cm}$  de  $S_1$  et  $1.8 \text{ cm}$  de  $S_2$ .
2. où sont situés les points au repos ?  
- combien sont-ils sur le segment  $[S_1 S_2]$  ?

**EXERCICE N° 4 :**

Un vibreur porte une pointe  $S_1$ , un autre vibreur porte une pointe  $S_2$ . À  $t = 0$ , les deux pointes affleurent la surface libre de l'eau d'une cuve à ondes. Les deux pointes  $S_1$  et  $S_2$  constituent deux sources de vibrations transversales verticales, en phase et de même amplitude  $a = 510^{-3} \text{ m}$  et de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$ .

On donne :  $S_1 S_2 = 16 \text{ cm}$ .

1.
  - a- Qu'observe-t-on en lumière ordinaire dans la zone entre  $S_1$  et  $S_2$
  - b- établir l'expression de l'élongation d'un point  $M$  de la surface de l'eau situé à  $d_1$  de  $S_1$  et à  $d_2$  de  $S_2$ .
2. On considère le point  $M$  sur une ligne d'amplitude maximale de rang  $n$  et l'on mesure  $\delta = S_2 M - S_1 M = 8 \text{ cm}$ . On considère un point  $M'$  sur une ligne d'amplitude maximale de rang  $(n + 1)$  telle que  $\delta' = S_2 M' - S_1 M' = 12 \text{ cm}$ 
  - a- Calculer la longueur d'onde  $\lambda$  et la célérité des ondes.
  - b- Trouver les points immobiles sur le segment  $[S_1 S_2]$ .
  - c- Ecrire l'équation du mouvement du point  $I$  milieu de  $[S_1 S_2]$ . Comparer sa phase à celle de  $S_1$  et  $S_2$ .
3. Les deux pointes vibrent encore en phase mais leurs amplitudes sont différents  $a_1 = 310^{-3} \text{ m}$  et  $a_2 = 510^{-3} \text{ m}$ . Déterminer l'équation horaire d'un point  $M$  tel que  $d_1 = S_1 M = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  et  $d_2 = S_2 M = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  en utilisant la construction de Fresnel.
4. Les deux pointes vibrent avec la même amplitude  $a_1 = a_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  mais elles sont décalées dans le temps l'une par rapport à l'autre d'un quart de période ( $S_2$  étant en retard par rapport à  $S_1$ )

- Calculer le nombre et la position des points constamment immobiles du segment  $[S_1S_2]$ .

**EXERCICE N° 5 :**

Deux points excitent périodiquement la surface d'une nappe d'eau en deux points  $S_1$  et  $S_2$ . Les vibrations de  $S_1$  et  $S_2$  sont verticales d'équations horaires  $y_{S_1}(t) = a \sin 40 \pi t$  ;  
 $y_{S_2}(t) = a \sin (40 \pi t + \varphi)$  avec  $a = 2 \text{ mm}$ .  
Les ondes se propagent à la surface de l'eau à la célérité constante  $V$ .

1.
  - a- Quel est le phénomène observé à la surface d'eau ?
  - b- sachant que la distance séparant deux points successifs vibrant avec l'amplitude maximale  $A = 2a$ , situés sur le segment  $[S_1S_2]$  est égale à  $1 \text{ cm}$  déterminer la longueur d'onde  $\lambda$  et déduire la célérité des ondes.
2. Soit  $M$  un point de la surface de la nappe d'eau repéré par  $S_1M = d_1$  et  $S_2M = d_2$  et soit  $\varphi_{1M}$  et  $\varphi_{2M}$  les phases initiales des vibrations produites en  $M$  issues respectivement de  $S_1$  et de  $S_2$ . Exprimer le déphasage  $\varphi_{2M} - \varphi_{1M}$  en fonction de  $\delta = d_1 - d_2$ ,  $\lambda$  et  $\varphi$ .
3. On prend  $\varphi = \pi$ 
  - a- quelle relation doit satisfaire  $\delta$ :
    - pour que  $M$  soit immobile,
    - pour que  $M$  soit un point vibrant avec une amplitude  $A = 2a$  ?
  - b- Quel est l'état vibratoire d'un point  $P$ , de la surface de la nappe d'eau représenté par  $S_2P = 10 \text{ cm}$  et  $S_1P = 11,5 \text{ cm}$  ?

**EXERCICE N° 6 :**

*Première Partie*

Une lame vibrante est munie d'un stylet, dont l'extrémité  $S$  détermine en un point  $O$  de la surface de l'eau, des perturbations transversales sinusoïdales d'amplitude  $a = 2 \text{ mm}$ . La célérité des ondes est  $V = 0,25 \text{ ms}^{-1}$

1. Un stroboscope dont la fréquence des éclairs est  $f_E = 25 \text{ Hz}$ , éclaire la surface de l'eau. On augmente progressivement, à partir de zéro, la fréquence  $f$  de la lame. Pour une certaine valeur  $f_0$  de  $f$ , on observe pour une première fois, l'immobilité apparente des ondes. Calculer :
  - a- la valeur  $f_0$  de  $f$ .
  - b- la longueur d'onde  $\lambda$  de vibration qui se propagent à la surface de l'eau.

2. Pour la fréquence  $f_0$  ci dessus calculée, et en prenant comme origine des temps, l'instant où débute la perturbation en S, le point S se déplaçant dans le sens positif ascendant; déterminer :
- l'équation horaire  $y_S(t)$  du mouvement de S puis l'équation horaire  $y_M(t)$  du mouvement de M situé à la distance  $d$  de O.  
**A.N :  $d = OM = 1,5 \text{ cm}$ .**
  - Dessiner, dans le même repère octogonal  $(O_t, O_y)$  les courbes représentatives de  $y_S(t)$  et  $y_M(t)$ .
  - Représenter graphiquement l'aspect de la surface de l'eau le long d'un rayon quelconque OX à l'instant  $t_1 = 0,07 \text{ s}$ .

**Deuxième Partie :**

- Deux lames identiques à la lame précédemment utilisée, déterminent par leurs extrémités  $S_1$  et  $S_2$  en deux points  $O_1$  et  $O_2$  de la surface de l'eau deux perturbations identiques à celle produite dans la première partie. On donne  $O_1O_2 = 2,3 \text{ cm}$ . En utilisant la construction de Fresnel déterminé l'équation horaire  $y_{M_1}(t)$  d'un point  $M_1$  situé à la distance  $d_1 = O_1M_1 = 1,6 \text{ cm}$  et à la distance  $d_2 = O_2M_1 = 1,8 \text{ cm}$ . Quel est l'état vibratoire de  $M_1$ .
- La vibration de  $S_2$  représente maintenant un retard de  $\frac{\pi}{2}$  rad sur la vibration de  $S_1$ . On se propose d'étudier les états vibratoires des points P alignés avec  $O_1O_2$ . Déterminer l'équation horaire  $y_P(t)$  du mouvement du point p dans les deux cas suivants :
  - P est situé entre  $O_1$  et  $O_2$ .
  - P est situé à l'extérieur du segment  $[O_1O_2]$  orienté de  $O_1$  vers  $O_2$ . Préciser le type d'onde dans chacun des cas ; justifier.

**EXERCICE N° 7**

- Une source alternative sinusoïdale est utilisée pour exciter un vibreur.
- Le vibreur est muni d'une pointe S affleurant la surface libre d'un liquide au repos.
    - Décrire ce qu'on observe à la surface de l'eau en lumière ordinaire.
    - On observe la surface du liquide en l'éclairant à l'aide d'un stroboscope qui émet des éclairs très brefs ; la plus grande fréquence des éclairs qui donne l'immobilité apparente est  $N' = 100 \text{ Hz}$ . Quelle est la fréquence  $N$  du vibreur ?
    - Sachant que dans ces conditions, la distance entre la 2<sup>ème</sup> et la 12<sup>ème</sup> ride est de 8 Cm. Calculer la longueur d'onde et en déduire la célérité de l'onde.

2. Le vibreur est muni maintenant d'une petite fourche dont les pointes  $S_1$  et  $S_2$  distantes de  $d = 3,8\text{cm}$ , trempent légèrement dans le liquide. Les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  vibrent en phase avec la même amplitude  $a = 2\text{mm}$ .
- Trouver, entre  $S_1$  et  $S_2$ , le nombre de franges d'amplitude maximale.
  - Déterminer l'amplitude d'un point  $M$  de la surface du liquide se trouvant à une distance  $d_1 = 4\text{cm}$  de  $S_1$  et à une distance  $d_2 = 5,8\text{cm}$  de  $S_2$ .

**EXERCICE N° 8 :**

On négligera l'amortissement et toute réflexion aux bords de la cuve à ondes. La surface d'une nappe d'eau contenue dans une cuve à ondes est excitée périodiquement en deux points  $O_1$  et  $O_2$ . ceux-ci, séparés d'une distance  $d$ , prennent respectivement les élongations  $y_{O_1}(t) = a \sin(\omega t + \varphi_1)$  et  $y_{O_2}(t) = a \sin(\omega t + \varphi_2)$  où on désigne par :

- $a$ , l'amplitude des excitations.
  - $\omega$ , la pulsation des excitations
  - $\varphi_1$ , la phase initiale du mouvement de  $O_1$ .
  - $\varphi_2$ , la phase initiale du mouvement de  $O_2$ .
- Soit  $x$  l'axe orienté de  $O_1$  vers  $O_2$  et d'origine  $O$ , milieu du segment  $[O_1O_2]$ . Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point  $M$  d'abscisse  $x$  situé sur le segment  $[O_1O_2]$ . On notera  $\lambda$  la longueur d'onde à la surface de la nappe d'eau utilisée.
  - Déterminer les positions des points du segment  $[O_1O_2]$  vibrant avec une amplitude maximale en fonction de  $\lambda$  et  $\Delta\varphi$  (déphasage entre  $O_1$  et  $O_2$ ).
    - Déterminer la valeur de  $\Delta\varphi$  pour que, deux points d'amplitude maximale correspondants à deux entiers opposés, soient symétriques par rapport à  $O$ .
  - $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  étant nulles, déterminer en fonction de  $\lambda$ , la valeur minimale de  $d$  pour que  $O$  vibre en phase avec  $O_1$ .

**EXERCICE N° 9 :**

La surface d'une nappe d'eau est excitée transversalement par deux pointes  $S_1$  et  $S_2$  d'élongations respectives :  $y_{S_1}(t) = 4.10^{-3} \sin(50\pi t + \varphi)$  ;  $y_{S_2}(t) = 4.10^{-3} \sin 50\pi t$

- $y$  en mètre et  $t$  en secondes.
  - $\varphi$  est une constante  $\varepsilon [0, \pi]$ .
  - On donne : la longueur d'onde  $\lambda = 16 \text{ cm}$ , ;  $S_1S_2 = d = 6,4 \text{ cm}$ .
- Montrer que l'équation horaire des vibrations d'un point  $M$  de la surface de l'eau repéré par  $S_1M = d_1$  et  $S_2M = d_2$  s'écrit :

$$y_M(t) = 8 \cdot 10^{-3} \cos \left[ \pi(d_1 - d_2) \frac{1}{\lambda} + \frac{\varphi_2}{2} \right] \sin \left[ 50\pi t + \frac{\varphi}{2} - \pi(d_1 + d_2)/\lambda \right]$$

2- Sachant que l'équation horaire des vibrations du milieu :

$$O \text{ de } [S_1 S_2] \text{ s'écrit : } y_0(t) = \sqrt{2} 4 \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t + \varphi_0).$$

- a- Déterminer le déphasage  $\varphi$  entre  $S_1$  et  $S_2$ .
  - b- En déduire la phase initiale  $\varphi_0$  du mouvement de  $O$ .
  - c- Retrouver l'équation horaire du mouvement de  $O$  en utilisant la construction de FRESNEL.
3. Déterminer le nombre et la position par rapport à  $S_2$  des points vibrant avec une amplitude maximale, situés sur le segment  $S_1 S_2$ .

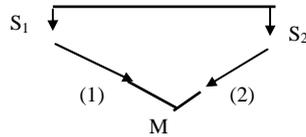
**EXERCICE N° 1 :**

1. Dans les conditions de l'expérience, les points  $S_1$  et  $S_2$  vibrent en phase et sont synchrones

On a  $y_{S_2}(t) = \sin(\pi t + \varphi_0)$

On peut choisir l'instant  $t = 0$  l'instant où  $S_1$  et  $S_2$  passent par leur position d'équilibre en se déplaçant dans le sens positif

il vient alors  $\varphi_0 = 0$



Le point M reçoit l'onde (1) issue de  $S_1$  après un retard  $\theta_1$  ;

avec  $\theta_1 = \frac{S_1M}{V} = \frac{d_1}{V}$

d'où  $y_{1M}(t) = y_{S_1}(t - \theta_1)$

soit  $y_{1M}(t) = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{d_1}{\lambda}\right)$  le point M reçoit

aussi l'onde (2) issue de  $S_2$  après un retard  $\theta_2$  ;

avec  $\theta_2 = \frac{S_2M}{V} = \frac{d_2}{V}$

d'où  $y_{2M}(t) = y_{S_2}(t - \theta_2)$ , il vient

$$y_{2M}(t) = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{d_2}{\lambda}\right)$$

2. D'après le principe de superposition des petits mouvements, l'élongation résultante de M est :

$$y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$$

Il vient :

$$y_M(t) = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{d_1}{\lambda}\right) + a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{d_2}{\lambda}\right)$$

$$y_M(t) = 2a \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right) \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right]$$

$$\text{Soit } y_M(t) = A_M \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \phi\right)$$

$$\text{avec } A_M = 2a \left| \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right) \right| : \text{ amplitude de M}$$

**Points d'amplitude maximale :****Commentaire et conseils**

\* Les points  $S_1$  et  $S_2$  sont excités de la même manière par le vibreur, leurs amplitudes sont égales à celle du vibreur

\* On rappelle que :  $\sin P + \sin Q = 2 \sin$

$$\left(\frac{P+Q}{2}\right) \cos\left(\frac{P-Q}{2}\right)^*$$

$\phi =$

$$\frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)$$

$$\text{si } \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right)$$

$(d_1, d_2) > 0$

\*  $\phi =$

$$\pi - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) \text{ si}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right) < 0$$

$$A_M \text{ est maximale si } \left| \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) \right| = 1$$

$$\text{soit } \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = \pm 1,$$

$$\text{il vient } \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = k \pi ; k \in \mathbb{Z} \quad \text{soit}$$

$$d_1 - d_2 = k \lambda$$

on a une famille d'hyperboles de foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

### Points d'amplitude minimale

(amplitude nulle). si  $A =$

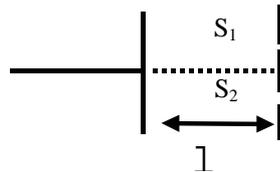
$$0 \text{ on a alors } \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = 0$$

$$\text{il vient } \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = (2k' + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$\text{soit } d_1 - d_2 = (2k' + 1) \frac{\lambda}{2} ; k' \in \mathbb{Z}$$

on a une autre famille d'hyperboles

### **EXERCICE N°2**



$$1. y_S(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$$

à  $t = 0$  on a  $y_S(0) = 0$  et  $V_S(0) > 0$ .

$$\text{il vient } a \sin \varphi = 0 \quad (1)$$

$$a \omega \cos \varphi > 0 \quad (2)$$

(1) donne  $\sin \varphi = 0$

$$\text{soit } \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi \text{ rad}$$

$$\text{or d'après (2), } \cos \varphi > 0, \text{ donc } \varphi = 0; y_S(t)$$

s'écrit alors :  $y_S(t) = a \sin \omega t$

avec  $a = 2 \text{ mm}$  et  $\omega = 2 \pi N$

$$\text{soit } \omega = 200\pi \text{ rad s}^{-1}. y_S(t) = 2 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi t)$$

(en m et t en s)

2. la longueur d'onde est donnée par la relation

$$\lambda = V T \text{ ou } \lambda = \frac{V}{N}; \text{A.N : } \lambda = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 6 \text{ mm}$$

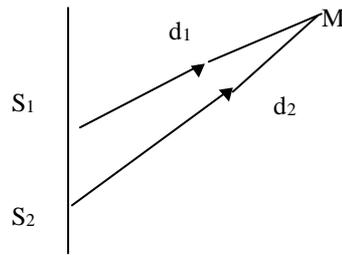
### Commentaire et conseils

\*  $k = 0 \Rightarrow$   
 $d_1 = d_2$  ces points appartiennent à la médiatrice du segment  $S_1 S_2$  : c'est la frange centrale.

\*  $A = 0 \Rightarrow$   
 points constamment au repos.

\* la règle donne naissance à une onde plane rectiligne : les lignes d'ondes sont des segments de droite parallèle à la règle et sont équidistantes de  $\lambda$ .

3-



a-  $y_{S1}(t) = y_{S2}(t) = y_S(t - \theta)$  avec  $\theta$  : temps mis par l'onde rectiligne pour parcourir la distance  $\ell$ . il vient :

$$y_{S1}(t) = y_{S2}(t) = a \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{\ell}{\lambda} \right)$$

avec  $T = \frac{1}{N} = 10^{-2} \text{ s}$  ;  $\ell = 13.5 \text{ mm}$  ;  $\lambda = 6 \text{ mm}$ .

$$y_{S1}(t) = y_{S2}(t) = a \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - 4,5\pi \right)$$

soit  $y_{S1}(t) = y_{S2}(t) = 210^{-3} \sin \left( 200\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$  (en m et t en s)

b- Si  $S_1$  vibrait seule, l'élongation de M serait :

$$y_{1M}(t) = y_{S1}(t - \theta_1), \text{ avec } \theta_1 = \frac{d_1}{V}$$

soit  $y_{1M}(t) = \sin \left( \omega t - 2\pi \frac{d_1}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right)$

Si  $S_2$  vibrait seule, l'élongation de M serait :

$$y_{2M}(t) = y_{S2}(t - \theta_2) ; \text{ avec } \theta_2 = \frac{d_2}{V}$$

soit :  $y_{2M}(t) = \sin \left( \omega t - 2\pi \frac{d_2}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right)$

D'après le principe de superposition des petits mouvements; on a l'élongation résultante de M :  $y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$

il vient  $y_M(t) = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) - \frac{\pi}{2} \right]$

c- la différence de marche  $\delta$  est  $\delta = d_1 - d_2$ .

\* pour le point  $M_1$  on a  $\delta_1 = S_1 M_1 - S_2 M_1 = 3 \text{ cm}$

Comparons  $\delta_1$  à la longueur d'onde  $\lambda$ . ( $\lambda = 6 \text{ mm}$ )

$\frac{\delta_1}{\lambda} = P = 5$  ; P étant un entier, alors  $M_1$  appartient à une frange d'amplitude maximale.

**Commentaire et conseils**

\* se rappeler de la définition de la longueur d'onde  $\lambda$

\*  $S_1$  et  $S_2$  sont deux sources secondaires cohérentes.

\*  $S_1$  et  $S_2$  se comportent comme des sources ponctuelles d'une onde diffractée circulaire

\* pour le point  $M_2$

$$\text{on a } \delta_2 = S_1 M_2 - S_2 M_2 = 1,5 \text{ cm soit } P' = \frac{\delta_2}{\lambda} = 2,5 = \frac{5}{2}.$$

Donc  $M_2$  est un point d'amplitude nulle.  
(point au repos).

d-\* les points d'amplitude maximale sont tels que

$$A = 2a \left| \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) \right| = 1 \text{ soit } \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = k \pi ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{il vient } (d_1 - d_2) = k \lambda \quad (1)$$

$$\text{le point M appartient au } [S_1 S_2] \text{ donc } (d_1 + d_2) = S_1 S_2 = d \quad (2)$$

$$(1) + (2) \text{ donne } d_1 = \frac{d}{2} + k \frac{\lambda}{2} \text{ or } 0 \leq d_1 \leq d \text{ avec } d = 2 \text{ cm}$$

$$\text{il vient } 0 \leq \frac{d}{2} + k \frac{\lambda}{2} \leq d \text{ ce qui donne } -\frac{d}{\lambda} \leq k \leq +\frac{d}{\lambda}$$

soit  $-3 \leq k \leq +3$  ; on a donc 7 franges brillantes

\* Les points d'amplitude minimale sont tels que :

$$A = 0, \text{ alors } \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = 0$$

$$\text{il vient } \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ soit } \mathbf{d_1 - d_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}} \quad (1)$$

$$\text{Or } d_1 + d_2 = d \quad (2)$$

la somme membre à membre de ces deux équations (1) et (2)

$$\text{donne } \mathbf{d_1 = \frac{d}{2} + (2k + 1) \frac{\lambda}{4}} ; \text{ or } 0 \leq d_1 \leq d$$

$$\text{on trouve alors : } -\frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

soit  $\mathbf{-3 \leq k \leq +2}$  , on a donc 6 franges d'amplitude nulle.

e- positions des points sur le segments  $S_1 S_2$  .

\* points d'amplitude maximale; on a

$$d_1 = \frac{d}{2} + k \frac{\lambda}{2} ; \text{ avec } d = 20 \text{ mm et } \lambda = 6 \text{ mm.}$$

Soit  $d_1 = 10 + 3k$  (mm) avec  $k = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

<b>k</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>d<sub>1</sub>(mm)</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>13</b>	<b>16</b>	<b>19</b>

**Commentaire et conseils**

\* P est l'ordre d'interférence .

\* au point  $M_1$  on a une interférence constructive.

\* les franges brillantes et sombres sont alternées

\* points d'amplitude nulle : on a : 
$$d_1 = \frac{d}{2} + (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$$

$$\text{soit } d_1 = 10 + (2k + 1) \frac{3}{2} \quad (\text{en mm})$$

$$k = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$$

k	-3	-2	-1	0	1	2
d <sub>1</sub> (mm)	2,5	5,5	8,5	11,5	14,5	17,5

### EXERCICE N° 3 :

A- L'équation horaire de S<sub>1</sub> s'écrit sous la forme

$$y_{S1}(t) = a \sin \omega t \quad S_2 \text{ étant en retard de}$$

phase de  $\frac{\pi}{2}$  rad par rapport à S<sub>1</sub>,

alors y<sub>S2</sub>(t) s'écrit : y<sub>S2</sub>(t) = a sin (ωt -  $\frac{\pi}{2}$ )

soit M un point du champ d'interférence

.M reçoit l'onde (1) issue de S<sub>1</sub>; y<sub>1M</sub>(t)

$$\text{est : } y_{1M}(t) = y_{S1}(t - \theta_1) \text{ avec } \theta_1 = \frac{d_1}{V}$$

$$\text{il vient } y_{1M}(t) = \sin \left( \omega t - 2\pi \frac{d_1}{\lambda} \right)$$

M reçoit l'onde (2) issue de S<sub>2</sub>; son élongation y<sub>2M</sub>(t) s'écrit:

$$y_{2M}(t) = y_{S2}(t - \theta_2) \text{ avec } \theta_2 = \frac{d_2}{V}$$

$$\text{il vient } y_{2M}(t) = a \sin \left[ \omega t - 2\pi \frac{d_2}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right]$$

D'après le principe de superposition, l'élongation résultante de M est :

$$y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$$

$$\text{soit } y_M(t) = 2a \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\sin \left[ 2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) - \frac{\pi}{4} \right]$$

c'est de la forme y<sub>M</sub>(t) = A sin (ωt + φ)

#### Commentaire et conseils

$$* |\Delta\phi| = \omega\theta$$

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{T} \theta$$

$$= \frac{\pi}{2} \text{ rad ce}$$

qui entraîne un décalage horaire  $\theta =$

$$\frac{T}{4} \text{ alors } y_{S2}$$

$$(t) = y_{S1}$$

$$\left( t - \frac{T}{4} \right); \text{ si on}$$

veut tracer les franges, on pourra tracer des cercles de rayon kλ, centrés sur S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub>. les points d'intersection de ces cercles sont tels que d<sub>2</sub> - d<sub>1</sub> = cte

avec  $A_M = 2a \left| \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} \right] \right|$  : amplitude de M

A.N :  $d_1 = 2,4 \text{ cm}$  ;  $d_2 = 1,8 \text{ cm}$  ,  $\lambda = \frac{V}{f}$

soit  $\lambda = 4 \text{ mm}$  ,  $a = 1 \text{ mm}$

il vient :

$$y_M(t) = 10^{-3} \sqrt{2} \sin \left( 200 \pi t - 3 \frac{\pi}{4} \right)$$

( en m et t en s )

$$\text{soit } y_M(t) = 10^{-3} \sqrt{2} \sin \left( 200 \pi t + \frac{\pi}{4} \right).$$

2. les points au repos sont les points où l'amplitude est nulle quelque soit t :

$$A_M = 0 \text{ alors } \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} \right] = 0$$

$$\text{il vient : } \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$\text{soit } d_2 - d_1 = k \lambda + \frac{\lambda}{4} ; k \in \mathbb{Z}.$$

on a une famille d'hyperboles de foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

- nombre de points immobiles sur  $[S_1 S_2]$  :

$$\text{on a } d_2 - d_1 = k \lambda + \frac{\lambda}{4} \quad (1)$$

$$\text{d'autre part } M \in [S_1 S_2], \text{ alors } (d_1 + d_2) = S_1 S_2 \quad (2)$$

les relations (1) et (2) donnent :

$$d_2 = k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{8} + \frac{S_1 S_2}{2} ; \text{ or } 0 \leq d_2 \leq S_1 S_2 ,$$

$$\text{il vient : } 0 \leq k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{8} \leq S_1 S_2$$

$$\text{soit } -\frac{S_1 S_2}{\lambda} - \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{S_1 S_2}{\lambda} - \frac{1}{4}$$

$$\mathbf{A N : -5 \leq k \leq 4 ;}$$

on a donc 10 points immobiles.  $d_2 \text{ (mm)} = 10,5 + 2k$

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$d_2$ (mm)	0.5	2.5	4.5	6.5	8.5	10.5	12.5	14.5	16.5	18.5

**EXERCICE N° 4 :**

**1- a)** Observation de la surface de l'eau en lumière ordinaire:  
Dans le champ d'interférence, la surface de l'eau paraît sous forme d'un ensemble de crêtes.

Les lignes de franges présentent une symétrie par rapport à la médiatrice de  $[S_1 S_2]$ .

Ces lignes ont une forme hyperboliques.

Par projection sur un écran de la surface de l'eau, les images de ces lignes paraissent sous forme de franges brillantes et sombres qui alternent.

b- L'élongation résultante d'un point M de la surface de l'eau s'écrit : (**voir exercice N° 3**)

avec  $y_{S_1}(t) = y_{S_2}(t) = a \sin \omega t$ ,

$$y_M(t) = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$$

(même raisonnement que dans l'exercice N°3)

**2- a)** Les points d'amplitude maximale sont tels que :

$$A = 2a \left| \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \right| = 1$$

soit  $\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = k \pi$ , il vient  $d_2 - d_1 = k \lambda$

Pour le point M on a :  $\delta = S_2 M - S_1 M$  ;  $\delta = n \lambda$  (1)

Pour le point M' on a  $\delta' = (n + 1) \lambda$  (2)

Il vient  $\delta' - \delta = 4 \text{ cm}$  or  $\delta' - \delta = \lambda$  d'où  $\lambda = 4 \text{ cm}$

b- Points immobiles sur  $[S_1 S_2]$

on a  $A = 0$  alors  $\cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = 0$

il vient  $d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  (1)

Or  $M \in [S_1 S_2]$  alors  $d_2 + d_1 = S_1 S_2$  (2)

les relations (1) et (2) donnent en faisant la somme membre à membre

$$d_2 = \frac{S_1 S_2}{2} + (2k + 1) \frac{\lambda}{4} ; \text{ or } 0 \leq d_2 \leq S_1 S_2 ,$$

on a donc  $0 \leq \frac{S_1 S_2}{2} + (2k + 1) \frac{\lambda}{4} \leq S_1 S_2$

on en tire les valeurs de k possibles

avec  $S_1 S_2 = 16 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 4 \text{ cm}$

on aura  $-4 \leq k \leq 3$ , on a donc 8 points immobiles

Commentaire et  
conseils

\*n'apprenez  
pas par cœur  
l'expression de  
 $y_M(t)$ .

$$d_2 = 8 + (2k + 1)\lambda = 9 + 2k\lambda \quad (\text{en cm})$$

k	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
d <sub>2</sub> (cm)	1	3	5	7	9	11	13	15

C-  $I = S_1 * S_2$  alors  $d_1 - d_2 = 0$

et  $d_1 + d_2 = S_1 S_2$

on a donc :

$$y_I(t) = 2a \sin(100\pi t) \quad \text{avec } a = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

$$y_I(t) = 10^{-2} \sin(100\pi t) \quad (\text{en m et t en s})$$

$$\varphi_I = 0 \text{ rad} = \varphi_{S1} = \varphi_{S2}$$

alors I vibre en phase avec  $S_1$  (ou  $S_2$ )

3- on a  $y_{S1}(t) = a_1 \sin \omega t$  et  $y_{S2}(t) = a_2 \sin \omega t$

avec  $a_1 = 3 \cdot 10^{-3}$  et  $a_2 = 5 \cdot 10^{-3}$  m

Le point M reçoit l'onde (1) issue de  $S_1$ , on a alors

$$y_{1M}(t) = y_{S1}(t - \theta_1) \quad \text{avec } \theta_1 = \frac{d_1}{V}$$

$$\text{soit } y_{1M}(t) = a_1 \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{d_1}{\lambda}\right)$$

c'est de la forme  $y_{1M}(t) = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$  avec  $\varphi_1 = -2\pi \frac{d_1}{\lambda}$

$$d_1 = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \lambda = 410^{-2} \text{ m}; y_{1M}(t) = a_1 \sin(\omega t - 1,6\pi)$$

$$y_{1M}(t) = a_1 \sin\left(\omega t + 2\frac{\pi}{5}\right)$$

$$\varphi_1 = 2\frac{\pi}{5} \text{ rad} = 72 \text{ degrés.}$$

Le point M reçoit l'onde provenant de  $S_2$ ,

on a donc

$$y_{2M}(t) = y_{S2}(t - \theta_2) \quad \text{avec } \theta_2 = \frac{d_2}{V}$$

$$\text{il vient donc } y_{2M}(t) = a_2 \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{d_2}{\lambda}\right)$$

avec  $d_2 = 2,7 \cdot 10^{-2}$  m,  $\lambda = 410^{-2}$  m

$$y_{2M}(t) = a_2 \sin(\omega t - 1,35\pi)$$

$$y_{2M}(t) = a_2 \sin(\omega t + 0,65\pi)$$

c'est de la forme  $y_{2M}(t) = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$

avec  $\varphi_2 = 0,65 \pi = 117$  degrés.

Utilisons la construction de Fresnel pour déterminer l'élongation résultante de M.

D'après le principe de superposition des petits mouvements on a :

$$y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$$

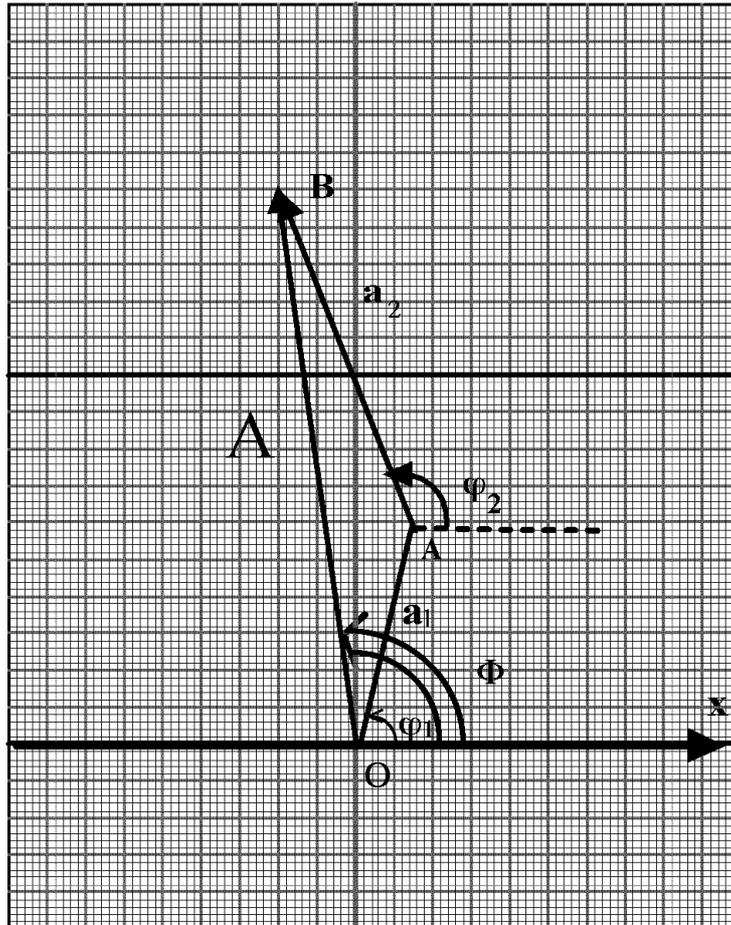
$$y_M(t) = A \sin(\omega t + \phi) \rightarrow \vec{V} [A, \phi]$$

$$y_{1M}(t) = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \rightarrow \vec{V}_1 [a_1, \varphi_1]$$

$$y_{2M}(t) = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \rightarrow \vec{V}_2 [a_2, \varphi_2]$$

$$\text{On a } \vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

échelle : 1 cm représente 1 mm d'amplitude.



D'après la construction de Fresnel on a

$$A = \|\vec{OB}\| \text{ soit } A \cong 7,5\text{mm}$$

$$\phi = (\vec{OX}, \vec{OB}) \cong 101 \text{ deg rés soit } \phi = 0,56\pi \text{rad}$$

$$\phi \cong 1,76 \text{ rad}$$

L'équation horaire du point M s'écrit alors :

$$y_M(t) = 7,5 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi + 1,76) \text{ ( en m et t en s)}$$

4- Les pointes vibrent avec la même amplitude.

$S_2$  est en retard de  $\frac{T}{4}$  par rapport à  $S_1$ ,

$$\text{Soit } y_{S_1}(t) = a \sin \omega t ; y_{S_2}(t) = y_{S_1}(t - \frac{T}{4})$$

$$\text{soit } y_{S_2}(t) = a \sin [ 2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2} ]$$

Un point M du champ d'interférence reçoit simultanément les ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$ .

Si  $S_1$  vibrait seule, l'élongation de M serait :

$$y_{1M}(t) = y_{S_1}(t - \theta_1), \text{ avec } \theta_1 = \frac{d_1}{V}; y_{1M}(t) = a \sin(\omega t - 2\pi \frac{d_1}{\lambda})$$

Si  $S_2$  vibrait seule, l'élongation de M serait :

$$y_{2M}(t) = y_{S_2}(t - \theta_2) \text{ avec } \theta_2 = \frac{d_2}{V}; y_{2M}(t) = a \sin(\omega t - 2\pi \frac{d_2}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

D'après le principe de superposition on a :

$$y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t);$$

$$\text{soit } y_M(t) = 2a \cos [ \frac{\pi}{\lambda} ((d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4}) ] \sin$$

$$[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) - \frac{\pi}{4} ]; \text{ c'est de la forme } y_M(t) = A_M \sin(\omega t + \phi)$$

avec  $A_M = 2a \left| \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} \right|$  : amplitude du mouvement du point M.

M est immobile alors  $A_M = 0$  ce qui donne:

$$\cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} = 0 \text{ alors } \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$\text{soit } \mathbf{d_2 - d_1 = k\lambda + \frac{\pi}{4}} \quad \mathbf{(1)}$$

or  $M \in [S_1 S_2]$  donc  $d_1 + d_2 = S_1 S_2$  (2)

les relations (1) et (2) donnent :

$$d_2 = \frac{S_1 S_2}{2} + k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{8} ; S_1 S_2 = 16 \text{ cm}, \lambda = 4 \text{ cm} \text{ or } 0 < d_2 < S_1 S_2, \text{ il}$$

$$\text{vient } 0 \leq \frac{S_1 S_2}{2} + k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{8} \leq S_1 S_2 ; \text{ ce qui donne } -4 \leq k \leq 3 ;$$

on a donc 8 points immobiles.  $d_2 = 2k + 8,5$  (en cm)

k	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$d_2$ (cm)	0.5	2.5	4.5	6.5	8.5	10.5	12.5	14.5

### EXERCICE N° 5 :

1- a) Les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  sont cohérentes. En se propageant à la surface de l'eau, les ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$  se rencontrent, elles interfèrent. On observe donc une figure d'interférence mécanique.

b) Deux points successifs situés sur  $[S_1 S_2]$  et vibrant avec une amplitude maximale sont séparés d'une distance égale à  $\frac{\lambda}{2}$

$$\text{il vient } d = \frac{\lambda}{2} = 1 \text{ cm. Soit } \lambda = 2 \text{ cm}$$

la longueur d'onde est donnée par la relation :  $\lambda = \frac{V}{N}$

$$\text{soit } V = \lambda N$$

or d'après les équations horaires de  $S_1$  et de  $S_2$

(sources synchrones) on a  $\omega = 40 \pi \text{ rad s}^{-1}$

or  $\omega = 2 \pi N$  alors  $N = 20 \text{ Hz}$

il vient  $V = \lambda N : V = 0,40 \text{ ms}^{-1}$ .

$$2- y_{1M}(t) = y_{S1}(t - \theta_1) \text{ avec } \theta_1 = \frac{d_1}{V}$$

$$y_{1M}(t) = a \sin \left( 2 \pi \frac{t}{T} - 2 \pi \frac{d_1}{\lambda} \right)$$

La valeur de la phase initiale de  $y_{1M}(t)$  est :

$$\varphi_{1M} = -2 \pi \frac{d_1}{\lambda} \quad y_{2M}(t) = y_{S2}(t - \theta_2) \text{ avec } \theta_2 = \frac{d_2}{V}$$

$$y_{2M}(t) = a \sin \left( 2 \pi \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} + \varphi \right) \text{ avec } \varphi_{2M} = -2 \pi \frac{d_2}{\lambda} + \varphi ; \text{ phase initiale}$$

de  $y_{2M}(t)$ . Le déphasage  $\varphi_{2M} - \varphi_{1M}$  vaut alors  $\Delta \varphi = 2 \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) + \varphi$

avec  $\lambda = 2 \text{ cm}$ .

3- On prend  $\varphi = \pi$  rad

$$a- \Delta \varphi = 2 \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) + \pi$$

• Si M est un point immobile

alors, les ondes issues de  $S_1$  et de  $S_2$  arrivent au point M en opposition de phase donc  $\Delta \varphi = (2k + 1) \pi$

$$\text{il vient } 2 \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) + \pi = (2k + 1) \pi$$

$$\text{alors } \delta = d_1 - d_2 \text{ vaut : } \delta = k\lambda \quad (1).$$

• pour que M vibre avec une amplitude maximale, il faut que les ondes arrivent en phase au point M.

Soit  $\Delta \varphi = 2k\pi$  il vient :

$$2 \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) + \pi = 2k\pi$$

$$\text{soit } \delta = d_1 - d_2 = k\lambda - \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

b) Pour le point P on a  $\delta = d_1 - d_2 = 1,5$  cm

$$\text{or } \lambda = 2 \text{ cm, comparons } \delta \text{ à } \lambda ; n = \frac{\delta}{\lambda} = 0,75 \quad n = \frac{3}{4}$$

n vérifie la relation (2) ; donc P appartient à une frange d'amplitude maximale

Commentaire et conseils

\* dans ce cas la frange centrale ( $\delta = 0$ ) constitue une frange sombre.

\* on a une interférence destructive.

**EXERCICE N°6 :****Première partie**

1-a)

pour que la lame paraît immobile, il faut que les périodes  $T_E$  des éclairs soient un multiple entier de la période de vibration de la lame .

soit  $T_E = P T$  ( $P \in \mathbb{N}$ )

Les fréquences  $f_E$  des éclairs correspondantes sont alors

$$f_E = \frac{f}{P} \text{ ce qui donne } f = P f_E$$

il y a l'immobilité apparente, tout en augmentant  $f$ , chaque fois que  $P$  est un entier, la 1<sup>ère</sup> immobilité se manifeste alors pour  $P=1$  soit  $f_0 = f_E = 25$  Hz

La longueur d'onde  $\lambda$  est donnée par la relation  $\lambda = \frac{V}{f_0}$

$$\text{A N : } \lambda = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm.}$$

2- a)

$$y_S(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$$

d'après les conditions initiales on a :

$$\text{à } t = 0 : y_S(0) = 0 \text{ et } v_S(0) > 0.$$

$$\text{il vient } a \sin \varphi = 0 \text{ (1) } \quad a \omega \cos \varphi > 0 \text{ (2)}$$

(1) donne  $\varphi = 0$  ou  $\varphi = \pi$  rad.

Or d'après (2) :  $\cos \varphi > 0$ , on a donc  $\varphi = 0$  rad

$$y_S(t) \text{ s'écrit alors : } y_S(t) = 210^{-3} \sin(50\pi t) \text{ ( en m et t en s)}$$

Equation horaire du point M :

Le point M reproduit le même mouvement que celui de la source S mais

$$\text{après un retard } \theta = \frac{OM}{V} \text{ il vient : } y_M(t) = y_S(t - \theta)$$

$$\text{soit } y_M(t) = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{OM}{\lambda}\right)$$

$$\text{A N } d = OM = 1,5 \text{ cm; } \lambda = 1 \text{ cm, } a = 210^{-3} \text{ m}$$

$$y_M(t) = 210^{-3} \sin(50\pi t - \pi) \text{ ( en m et t en s)}$$

**b) Diagrammes des mouvements des points S et M.**

Cherchons le temps que met l'onde pour atteindre le point M;

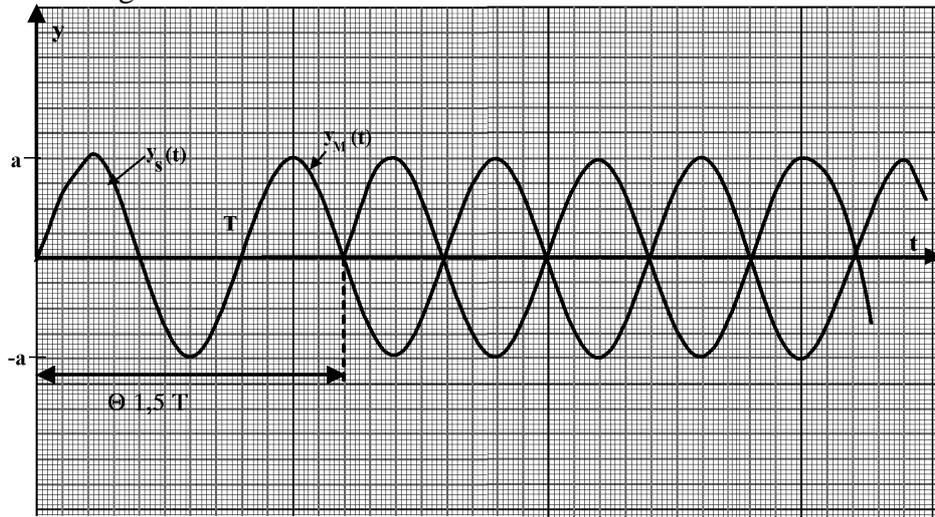
$$\theta = \frac{OM}{V} \text{ soit } \theta = 0,06 \text{ s}$$

$$\text{or la période } T = \frac{1}{f_0} \text{ soit } T = 0,04 \text{ s on a donc } \theta = 1,5 T$$

pour  $t < \theta$ , M est encore au repos alors  $y_M(t) = 0$

pour  $t \geq \theta$ , M vibre, alors  $y_M(t)$  est une sinusoïde

d'où les diagrammes suivants :



C- aspect de la surface de l'eau à  $t_1 = 0,07$  s :

$$y_{t_1}(x) = a \sin \left( 2\pi \frac{t_1}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right); \text{or } \frac{t_1}{T} = \frac{0,07}{0,04} = 1,75$$

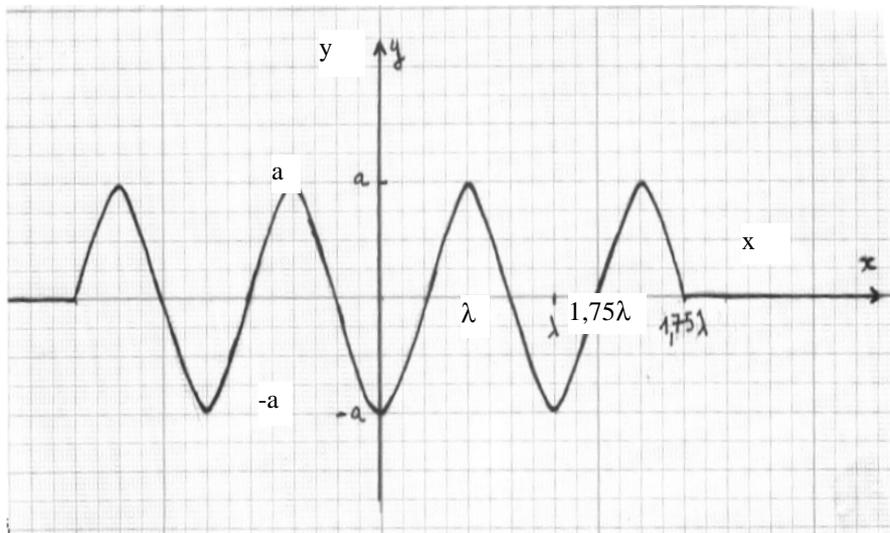
$$\text{il vient } y_{t_1}(x) = a \sin \left( 3,5\pi - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$\text{ou encore } y_{t_1}(x) = a \sin \left( -\frac{\pi}{2} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right); y_{t_1}(x) = -a \cos \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$$

pendant la durée  $t_1$ , l'onde a parcourue la distance  $d = V t_1$  ; or  $t_1 = 1,75 T$   
donc  $d = 1,75 \lambda$

pour  $0 \leq \alpha \leq 1,75 \lambda$  ;  $y_{t_1}(x)$  est une sinusoïde

pour  $\alpha \geq 1,75 \lambda$  ;  $y_{t_1}(x) = 0$  ; d'où l'aspect suivant:



**Deuxième partie**

$$1- y_{1M}(t) = y_{O1} \left( t - \frac{d_1}{V} \right) \text{ il vient } y_{1M}(t) = a \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{d_1}{\lambda} \right)$$

$$\text{soit : } y_{1M}(t) = a \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} + 0,8\pi \right)$$

$$y_{2M}(t) = y_{O2} \left( t - \frac{d_2}{V} \right); \text{ il vient } y_{2M}(t) = a \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} + 0,4\pi \right)$$

avec  $a = 2 \text{ mm}$

L'élongation résultante de M est :  $y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$

la somme de deux fonctions sinusoïdales est une fonction sinusoïdale, alors :

$y_M(t)$  est de la forme :  $y_M(t) = A \sin(\omega t + \phi)$

on associe à chaque fonction sinusoïdale le vecteur de Fresnel

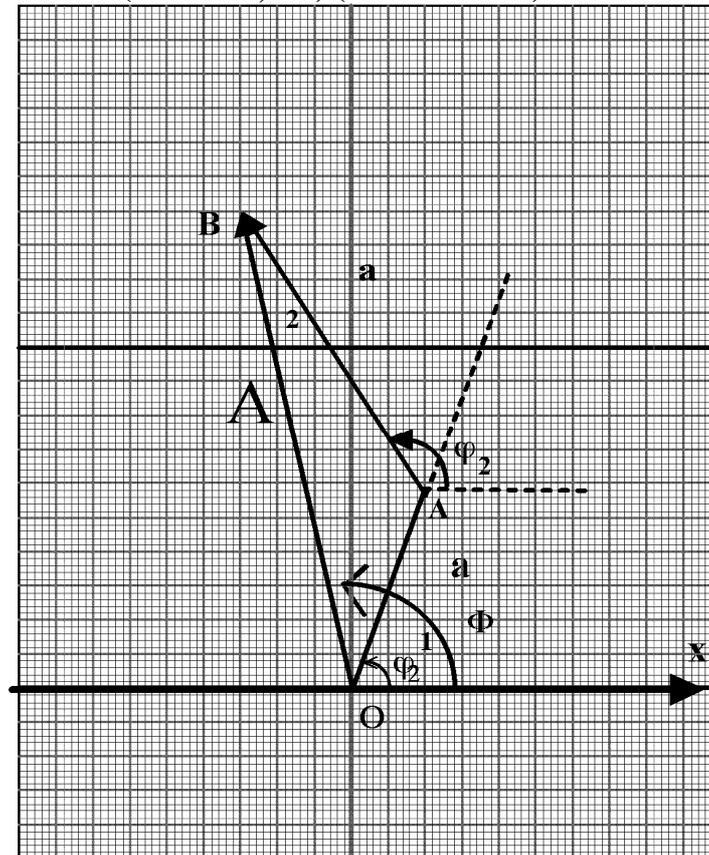
correspondant, d'où le diagramme ci-dessous : échelle 1 cm représente 0,5 mm

d'après la construction on a :

$$A = \|\vec{OB}\| \text{ soit } A = 3,5 \text{ mm} \text{ et } \phi = (\vec{OX}, \vec{OB}) = 0,6\pi \text{ rad}$$

L'équation de M s'écrit alors :

$$y_M(t) = 3,510^{-3} \sin(50\pi t + 0,6\pi) \text{ (en m et t en s)}$$



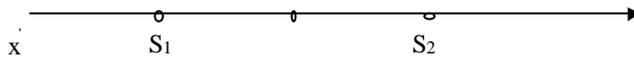
2- soit  $y_{S1}(t) = a \sin \omega t$  ;  $S_2$  présente un retard de  $\frac{\pi}{2}$

par rapport à  $S_1$ ; d'où  $y_{S2}(t) = a \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

L'équation résultante du point P situé à  $d_1 = O_1P$  de  $S_1$  et à  $d_2 = O_2P$  de  $S_2$  est

a) 1<sup>ère</sup> cas :  $P \in [O_1 O_2]$

$$y_P(t) = 2a \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) - \frac{\pi}{4} \right] \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) - \frac{\pi}{4} \right] \quad (1)$$



On pose  $\overline{O_1P} = d_1 = x$ ,  $d_2 = \overline{O_2P}$  et  $d = \overline{O_1O_2}$

$\overline{O_2M} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_1P}$  qui par projection sur l'axe  $x'x$  donne  $d_2 = -d + x$

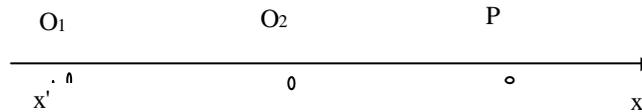
d'où  $d_2 = d - x$  ; l'équation (1) s'écrit alors :

$$y(P,t) = 2a \left[ \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (2x - d) - \frac{\pi}{4} \right] \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} d - \frac{\pi}{4} \right] \right]$$

C'est l'équation de la forme  $y(P,t) = A(x) f(t)$ .

La variable  $x$  figure dans l'expression de l'amplitude, tandis que la variable  $t$  figure dans celle de la phase : Il s'agit de l'équation d'une onde stationnaire.

b) 2<sup>ème</sup> cas : P appartient à la droite  $(O_1O_2)$ , du côté de  $O_2$



On a  $d_1 = O_1P = x$  et  $d_2 = O_2P = O_2O_1 + O_1P$

qui par projection sur  $\overrightarrow{x'x}$  donne :  $d_2 = -d + x$  l'équation (1) prend alors la forme :

$$y(P,t) = 2a \cos \left( \frac{\pi}{\lambda} d \right) \sin \left[ \omega t + \frac{\pi}{\lambda} d - \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{4} \right]$$

avec  $\lambda = 1 \text{ cm}$ ,  $d = 2,3 \text{ cm}$

C'est l'équation d'une onde progressive; en effet, les variables  $x$  et  $t$  figurent toutes les deux dans l'expression de la phase.

**EXERCICE N°7**

1- a- Il s'agit de la propagation d'une onde progressive circulaire à la surface d'un liquide. En lumière ordinaire, on observe des rides circulaires qui progressent à la surface de l'eau, sans se déformer.

b- Pour des fréquences  $N$  des éclairs tel que  $N_e = \frac{N}{p}$ , les rides

paraissent immobiles.  $(N_e)_{\text{maximale}}$  correspond à  $p$  minimum soit  $p = 1$  d'où  $N = (N_e)_{\text{max}} = 100 \text{ Hz}$ .

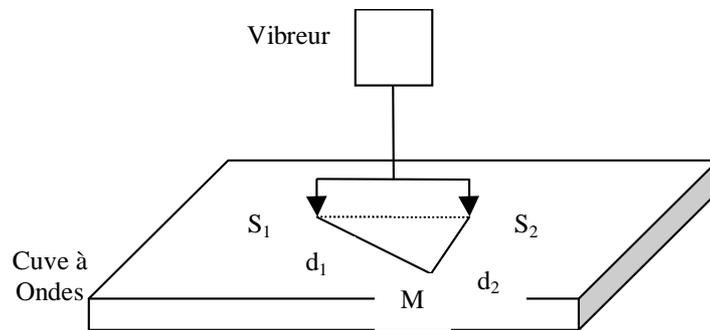
c- Les rides sont équidistantes d'une distance égale à  $\lambda$ . La distance entre

la 2<sup>ème</sup> ride et la 12<sup>ème</sup> ride est  $d = 3,8 \text{ cm} = 10\lambda$  d'où  $\lambda = \frac{d}{10}$  soit  $\lambda =$

$0,38 \text{ cm} = 3,8 \text{ mm}$ .

La célérité de l'onde est :  $\|\vec{V}\| = \lambda \cdot N$ ; A.N.:  $\|\vec{V}\| = 0,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

2- a-



$S_1$  et  $S_2$  vibrant en phase; le lieu des points à amplitude maximale est un ensemble d'axes d'hyperboles d'équation:

$d_2 - d_1 = k\lambda$ ;  $k \in \mathbb{Z}$  or  $|d_2 - d_1| \leq d$ .

Il vient  $|k| \lambda \leq d \Leftrightarrow -\frac{d}{\lambda} \leq k \leq \frac{d}{\lambda}$  avec  $d = 3,8 \text{ cm}$  et  $\lambda = 0,38 \text{ cm}$ .

A.N.:  $-10 \leq k \leq +10$  on a donc 21 franges brillantes.

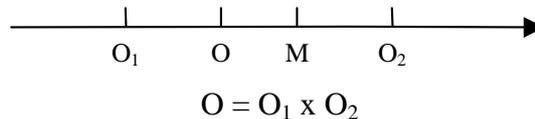
b- L'amplitude d'un point M est:

$$A_M = 2a \left| \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \right| \quad d_1 = 4 \text{ cm}; d_2 = 5,8 \text{ cm}.$$

A.N.:  $A_M = 2 \cdot a \cdot 0,58$ ;  $A_M = 1,17 \text{ cm}$ .

**EXERCICE N°8 :**

1-



On pose  $\overline{OM} = x$ ;  $d_1 = O_1M$ ;  $d_2 = O_2M$ .

Soit  $y_{o1}(t) = a \sin(\omega t + \varphi_1)$  et  $y_{o2}(t) = a \sin(\omega t + \varphi_2)$ .

\* **équation du point M dûe à l'onde issue de O1 seule:**

$$y_{1M}(t) = y_{o1}(t - \varphi_1) \text{ avec } \varphi_1 = \frac{\overline{O_1M}}{V}$$

$$y_{1M}(t) = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{d_1}{V}\right) + \varphi_1\right]$$

$$y_{1M}(t) = a \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{d_1}{\lambda} + \varphi_1\right)$$

\* équation du point M dûe à l'onde issue de O2 seule:

$$y_{2M}(t) = y_{o2}(t - \varphi_2); \text{ avec } \varphi_2 = \frac{\overline{O_2M}}{V}$$

$$\text{il vient : } y_{2M}(t) = a \sin\left[\omega t - 2\pi \frac{d_2}{V} + \varphi_2\right]$$

D'après le principe de superposition, l'équation résultante du mouvement de M est :  $y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$

Il vient :

$$y_M(t) = 2a \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right] \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right]$$

exprimons  $d_1$  et  $d_2$  en fonction de  $x = \overline{Om}$

$$\text{On a } \overline{O_1M} = \overline{O_1O} + \overline{OM} \text{ soit } d_1 = \frac{\overline{O_1O_2}}{2} + x \quad (1)$$

$$\text{Et } \overline{O_2M} = \overline{O_2O} + \overline{OM} \text{ il vient } -d_2 = -\frac{\overline{O_1O_2}}{2} + x \quad (2)$$

(1)+(2) donne :  $d_1 - d_2 = 2x$  (1)-(2) donne :  $d_1 - d_2 = \overline{O_1O_2} = d$  On a alors :

$$y_M(t) = 2a \cos\left[\frac{\pi}{\lambda} 2x + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right] \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda} d + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right]$$

2-) a- points vibrant avec une amplitude maximale sont tel que :

$$A_M = 2a \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} 2x + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \right| = 2a$$

$$\text{d'où } \cos\left[\frac{\pi}{2} 2x + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right] = \pm 1$$

$$\frac{\pi}{2} 2x + \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{2} = k\pi$$

$$\text{soit } x = k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\phi$$

b- Pour les deux points on a :

$$\frac{x}{k} = \frac{-x}{(-k)} \Leftrightarrow \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\phi = 0; \quad \text{d'où } \Delta\phi = 0$$

3- Cas où  $\phi_1 = \phi_2 = 0$

$$y_M(t) = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} 2x \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} d \right]$$

pour le point O milieu de  $[O_1O_2]$  on a  $x=0$

$$\text{d'où } y_O(t) = 2a \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} d \right]; \quad y_{O_1}(t) = a \sin \omega t$$

Le déphasage entre O et  $O_1$  est  $\Delta\phi = \phi_{O_1} - \phi_O = \frac{\pi}{\lambda} d$ .

$O_1$  et  $O_\lambda$  vibrent en phase alors  $\Delta\phi = 2k\pi$

$$\text{D'où } \frac{\pi}{\lambda} d = 2k\pi \quad \text{il vient : } d = 2k\lambda$$

d minimale correspond à  $k = 1$  soit  $d = 2\lambda$

### EXERCICE N°9 :

$$1- y_{S_1}(t) = a \sin(\omega t + \phi)$$

$$y_{S_2}(t) = a \sin(\omega t)$$

$$\text{avec } a = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m ; } \omega = 50\pi \text{ rad.s}^{-1} \text{ et } \phi \in [0 ; \pi]$$

\* équation du point M s'il recevait l'onde issue de  $S_1$  :

$$y_{1M}(t) = y_{S_1}(t - \theta) \text{ avec } \theta = \frac{d}{V}$$

$$y_{1M}(t) = a \sin \left( \omega t - 2\pi \frac{d_1}{\lambda} + \phi \right)$$

\* équation du point M s'il recevait seulement l'onde venant de  $S_2$  :  $y_{2M}(t) =$

$$y_{S_2}(t - \theta_2) \text{ avec } \theta_2 = \frac{d_2}{V}$$

$$y_{2M}(t) = a \sin \left( \omega t - 2\pi \frac{d_2}{\lambda} \right)$$

D'après le principe de superposition on écrit :

$$y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t).$$

On utilise la formule trigonométrique :

$$\sin p + \sin q = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

il vient :  $y_M(t) = 2a \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \frac{\varphi}{2}\right] \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1) + \frac{\varphi}{2}\right]$

$$y_M(t) = 8 \cdot 10^{-3} \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \frac{\varphi}{2}\right] \sin\left[50\pi t - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1) + \frac{\varphi}{2}\right] \quad (1)$$

2- a/ Pour le milieu O de [S<sub>1</sub>S<sub>2</sub>] on a d<sub>1</sub> = d<sub>2</sub>.

l'amplitude du point O est alors :

$$A_0 = 8 \cdot 10^{-3} \cos \varphi / 2. \text{ m}$$

$$\text{Or } A_0 = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

il vient  $8 \cdot 10^{-3} \cos \frac{\varphi}{2} = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot 10^{-3}$

Soit  $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ; il vient  $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  ; d'où  $\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

b/ On a  $y_0(t) = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t + \varphi_0)$

par identification avec la relation (1) on a :

$$\varphi_0 = -\frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \frac{\varphi}{2}$$

avec d<sub>1</sub> = d<sub>2</sub> = d/2 = 3,2cm ; λ = 1,6cm et φ = π/2 rad.

d'où  $y_0(t) = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t - 2\pi + \frac{\pi}{4})$

Ou encore  $y_0(t) = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t + \frac{\pi}{4})$

φ<sub>0</sub> est alors égale à  $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$

C/ Soit y<sub>1</sub>(t) : équation du mouvement du point O dûe à S<sub>1</sub> seule : y<sub>1</sub>(t) =

$$y_{01}(t - \frac{d_1}{V})$$

$$y_1(t) = a \sin(50\pi t - 2\pi \frac{d_1}{\lambda} + \varphi) \text{ avec } d_1 = \frac{d}{2} \text{ et } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

il vient :  $y_1(t) = a \sin(50\pi t + \frac{\pi}{2})$  (2) ; avec a = 4 · 10<sup>-3</sup> m

Soit y<sub>2</sub>(t) équation du mouvement du point O due à S<sub>2</sub> seule

$$Y_2(t) = y_{02}(t - \frac{d_2}{V}) \text{ avec } d_2 = d/2.$$

$$y_2(t) = a \sin(50\pi t - 2\pi \frac{d_2}{\lambda})$$

$$y_2(t) = a \sin(50\pi t - 4\pi) \text{ ou encore : } y_2(t) = a \sin(50\pi t) \quad (3)$$

D'après le principe de superposition l'élongation résultante du point O est

$$y_0(t) = y_1(t) + y_2(t).$$

$$Y_0(t) \text{ s'écrit sous la forme : } y_0(t) = A_0 \sin(50\pi t + \Phi) \quad (4).$$

On associe aux fonctions des relations (2), (3) et (4), le vecteur de FRESNEL correspondant :

$$y_1(t) \longrightarrow \vec{V}_1 \left[ a; +\frac{\pi}{2} \right]$$

$$y_2(t) \longrightarrow \vec{V}_2 [a; 0]$$

$$y_0(t) \longrightarrow \vec{V} [A_0; \Phi]$$

$$\text{On a } \vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

On prend une échelle : 1cm représente  $10^{-3}$  m d'amplitude. D'après la

construction on a :  $A_0 = \|\vec{OB}\|$  or  $\|\vec{OB}\|$  correspond à 5,7cm environ ; d'où  $A_0$

$$\cong 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

$$\Phi = (\vec{OA}, \vec{OB}) = \frac{\pi}{4} \text{ rad ; d'où } y_0(t) \cong 5,7 \cdot 10^{-3} \sin(50\pi t + \frac{\pi}{4}).$$

3- a/ Soit un point M  $\in [S_1S_2]$  tel que :  $d_1 = S_1M$  et  $d_2 = S_2M$ .

M  $\in$  frange brillante d'où  $A_M = 2a$ .

$$\text{Or } A_M = 2a \left| \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\Phi}{2} \right] \right| \text{ avec } \Phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{d'où } \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} = \pm 1$$

$$\text{Il vient : } \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} = k\pi \quad d_2 - d_1 = k\lambda - \frac{\lambda}{4}$$

Or M  $\in [S_1S_2]$  donc  $d_1 + d_2 = d$

$$\text{On a alors les relations : } d_2 - d_1 = k\lambda - \frac{\lambda}{4} \quad (1)$$

$$d_1 + d_2 = d \quad (2)$$

(1) et (2) donnent :

$$d_2 = \frac{d}{2} + k \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{8} = \frac{d}{2} + \frac{\lambda}{2} (k - \frac{1}{4})$$

on a  $0 \leq d_2 \leq d$ . La résolution donne  $-3,75 \leq k \leq 4,25$

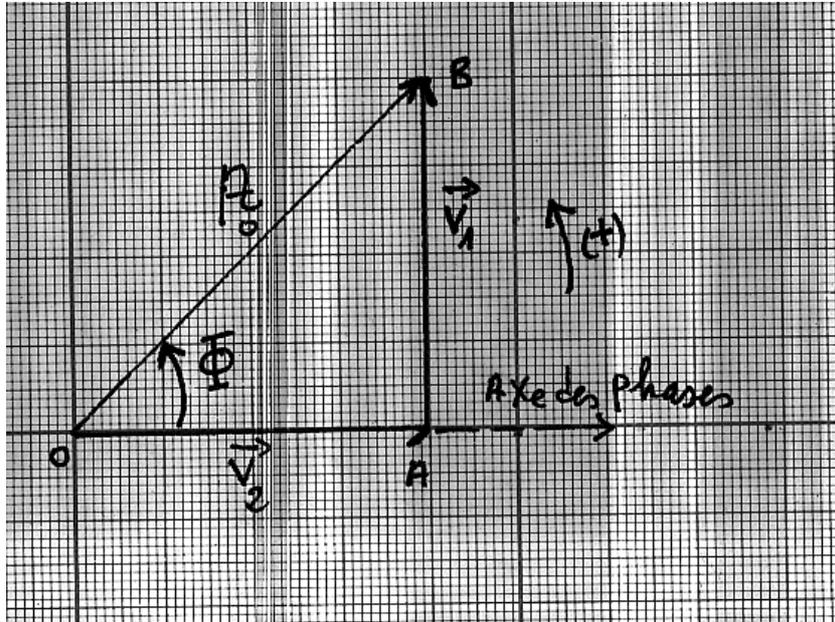
or  $k \in \mathbb{Z}$  d'où  $-3 \leq k \leq 4$

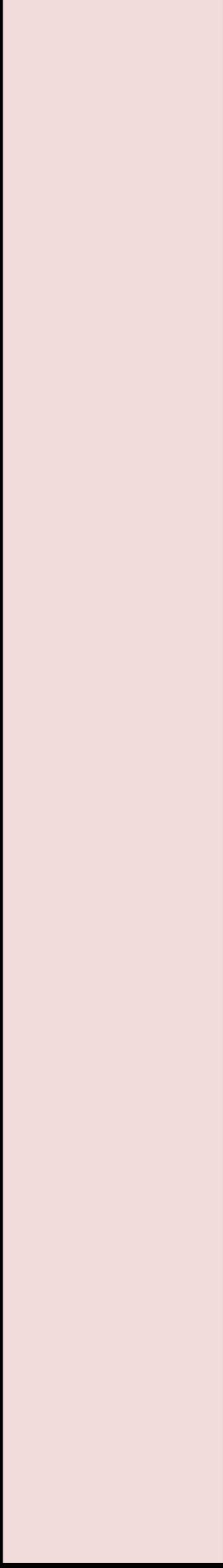
$$k = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$$

on a donc 8 points d'amplitude maximale

Position de ces points par rapport à  $S_2$  :  $d_2 = 3 + 0,8 k$  (cm)

k	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$d_2$ (cm)	+0,6	+1,4	2,2	3	3,8	4,6	5,4	6,2





*Interférences  
lumineuses*

## Objectifs

- ✓ Réaliser une expérience d'interférences lumineuses en lumière monochromatique et l'interpréter.
  
- ✓ Confirmer la nature vibratoire de la lumière par analogie avec les interférences mécaniques.
  
- ✓ Expliquer la forme des franges observées et calculer l'interfrange.

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

- ❖ la lumière se diffracte lors de son passage à travers une ouverture étroite. Les faisceaux lumineux s'élargissent quand ils passent à travers un trou (ou une fente). Soit  $d$  la largeur de la fente et  $\lambda$  la longueur d'onde de la radiation lumineuse.  
Si  $d \cong \lambda$  il y a une figure de diffraction assez nette.  
Cette diffraction montre que l'on ne peut pas isoler un rayon lumineux.  
On obtient le phénomène d'interférence lumineuse grâce à 2 sources images synchrones et cohérentes. Pour cela on utilise deux dispositifs interférentiels :
  - les miroirs de Fresnel
  - les fentes d'Young.
- ❖ Grâce à ces dispositifs, on obtient d'une même source lumineuse, deux images virtuelles
- ❖ les longueurs d'ondes dans le vide de la lumière visible sont comprises entre  $0,4 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,8 \mu\text{m}$
- ❖ Les ondes électromagnétiques sont des ondes qui se propagent dans le vide ou dans l'air à la même vitesse que la lumière :  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ . Elles permettent de réaliser des expériences de réflexion, de réfraction, de diffraction et d'interférences.

## Contrôlez vos connaissances



1. Indiquer si l'affirmation est juste ou fausse.  
Une onde a pour fréquence 5 MHz. Sa longueur d'onde dans le vide est égale à :
  - a) 60 m;
  - b)  $6 \cdot 10^7$  m;
  - c)  $15 \cdot 10^{14}$  m
2. Lorsqu'une onde lumineuse passe d'un milieu transparent à un autre milieu transparent:
  - a- sa longueur d'onde change ?
  - b- sa fréquence change ?
  - c- sa vitesse de propagation change ?
3. Il est possible d'obtenir des interférences lumineuses avec deux sources monochromatiques synchrones mais différentes.  
L'interfrange est d'autant plus grande que :
  - a)  $\lambda$  est grande
  - b)  $\lambda$  est faible

**EXERCICE N°1 :**

Deux fentes d'Young sont distantes de 0,2 mm. L'écran d'observation est situé à 1 m du plan des deux fentes.

1. le milieu de la 3<sup>ème</sup> frange brillante est à 7,5 mm du milieu de la frange centrale, calculer la longueur d'onde de la radiation utilisée.
2. C'est maintenant la 3<sup>ème</sup> frange sombre qui est 7,5 mm de la frange centrale; Calculer la longueur d'onde de la nouvelle radiation utilisée.

**EXERCICE N°2 :**

A l'aide d'un dispositif interférentiel (fentes d'Young) éclairé par une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,510 \mu\text{m}$ , on observe sur un écran placé parallèlement au plan des fentes, à une distance  $D = 2,4 \text{ m}$ , un système de franges d'interférences sur une largeur  $\ell = 11 \text{ mm}$

- a- sachant que la distance entre les deux fentes est  $a = 1,53 \text{ mm}$ , calculer l'interfrange
- b- Combien de franges brillantes observe-t-on, quel est le nombre de franges sombres observées.

**EXERCICE N°3 :**

1. Une source ponctuelle  $S$  éclaire deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  formant un dièdre d'arête  $O$ . L'angle des deux plans est faible et égale à  $\alpha$ . Soient  $S_1$  et  $S_2$  les images de  $S$ .

Montrer que  $S_1$  et  $S_2$  sont sur un cercle de centre  $O$ . Evaluer l'angle  $(OS_1, OS_2)$ . Représenter le champ d'interférence.

2. Soit  $M$ , un point du champ d'interférence. On coupe le champ d'interférence par un écran parallèle à  $S_1S_2$ .

Soit  $d$  la distance de l'écran à l'arête commune des miroirs. Soit  $d'$  la distance de la source  $S$  à l'arête commune.

- a- quel est l'angle  $\alpha$  des deux miroirs

**A.N :  $S_1S_2 = 1 \text{ mm}$ ;  $d = 25 \text{ cm}$ ;  $d' = 275 \text{ cm}$**

- b- la source  $S$  émet dans l'air une radiation monochromatique de longueur d'onde

$\lambda = 0,500 \mu\text{m}$ . Quelle est la valeur de l'interfrange. Combien peut-on compter de franges sombres ?

### EXERCICE N°4 :

On réalise l'expérience des fentes d'Young. Une fente  $F$ , perpendiculaire au plan de la figure 1 et éclairée par une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , envoie de la lumière sur deux fentes  $F_1$  et  $F_2$ , elles aussi perpendiculaires au plan de la figure 1 et situées à égales distances de  $F$ .

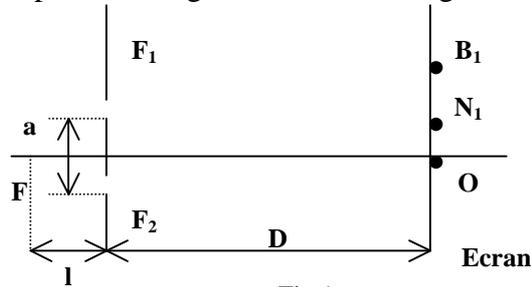


Fig.1

- Déterminer la durée que met la lumière pour aller de  $F$  à  $F_1$  puis de  $F$  à  $F_2$ . (On donne des expressions littérales). Dire pourquoi  $F_1$  et  $F_2$  constituent des sources lumineuses vibrant en phase.  $F_1$  et  $F_2$  sont-elles des sources cohérentes ?
- Déterminer la durée que met la vibration lumineuse pour aller de  $F_1$  à  $O$  (centre de l'écran), puis pour aller de  $F_2$  à  $O$ . Que peut-on dire de la différence de marche optique en  $O$  et de l'état lumineux en ce point ?
- On se déplace sur l'écran dans le plan de la figure 1 et vers le haut, on rencontre d'abord un premier point obscur noté  $N_1$ . Ecrire la relation entre  $F_1N_1$ ,  $F_2N_1$  et la longueur d'onde  $\lambda$ .
- En continuant le déplacement, on rencontre ensuite un premier point brillant noté  $B_1$ . Ecrire la relation entre  $F_1B_1$ ,  $F_2B_1$  et  $\lambda$ .
- Qu'observe-t-on sur l'écran ?
- On change la source monochromatique qui éclaire  $F$  ; on la remplace par une source de longueur d'onde  $\lambda' > \lambda$ . Outre le changement de couleur, qu'observe-t-on sur l'écran ?

### EXERCICE N°5 :

1-

Une fente lumineuse  $F$  éclaire deux fentes fines et parallèles  $F_1$  et  $F_2$ .  $F$  se trouve sur la perpendiculaire au plan des fentes et à égale distance de chacune d'elles. Un écran est placé parallèlement au plan des fentes.

- Faire le schéma du dispositif et construire le champ d'interférence.
- Qu'observe-t-on sur l'écran si la fente  $F$  est éclairée par une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,60 \mu\text{m}$  ?
- Où se situe la frange centrale ? Justifier la réponse.

**Les interférences lumineuses énoncés des exercices proposés PHYSIQUE**

- 2- Les vibrations lumineuses émises par les fentes  $F_1$  et  $F_2$  sont-elles cohérentes ? Sont-elles en phase ? Justifier les réponses.
- 3- Soit M un point de l'écran caractérisé par ses distances aux deux fentes  $MF_1 = d_1$  et  $MF_2 = d_2$ . dans quel cas les vibrations issues de  $F_1$  et  $F_2$  et parvenant en M sont-elle :
  - a- En phase
  - b- En opposition de phase.Qu'en résulte-t-il pour l'éclairement de l'écran au point m ?
- 4- Déterminer l'état d'interférences et l'éclairement de l'écran aux points M définis par :
  - a-  $d_1 - d_2 = 0$  ;
  - b-  $d_1 - d_2 = 4,2\mu.m$
  - c-  $d_1 - d_2 = 1,5\mu.m$

**EXERCICE N°6 :**

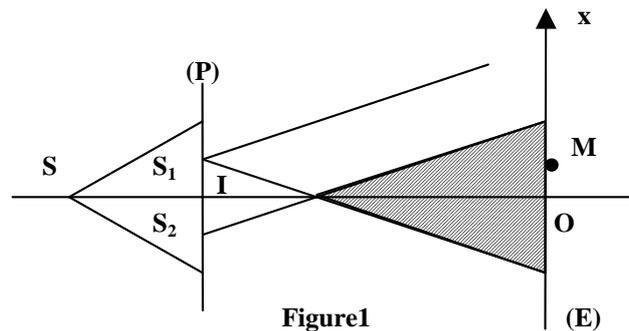
- 1- Calculer la longueur d'onde dans le vide, de la radiation lumineuse de fréquence  $N = 6,0.10^{14}Hz$ .
- 2- On veut mettre en évidence la diffraction des ondes lumineuses par une ouverture circulaire en envoyant cette lumière sur des trous de diamètre :
  - a) 1,0cm ; b) 1,0mm ; c) 1,0 $\mu$ m ; d) 0,1  $\mu$ m.Dans quels cas le phénomène sera-t-il observé nettement ?
- 3- Avec cette lumière et les miroirs de FRESNEL, on veut observer des interférences lumineuses. Faire le schéma du dispositif et montrer qu'il permet d'obtenir deux sources lumineuses synchrones et cohérentes  $S_1$  et  $S_2$ .
- 4- Définir l'interfrange  $i$  du système observé. L'angle entre les deux miroirs est tel que la distance entre les sources  $S_1$  et  $S_2$  est  $a = 80Nm$  ; on observe les interférences sur un écran parallèle à la distance  $D=1,0$  m de ces sources. L'interfrange est donnée par la relation  $i = \frac{\lambda D}{a}$  ; calculer  $i$ .
- 5- Comment évolue l'interfrange si :
  - a- On éloigne l'écran des sources ?
  - b- On augmente l'angle des deux miroirs ?

**EXERCICE N°7 :**

Le dispositif des fentes d'Young schématisé sur la figure 1 permet de réaliser une expérience de mise en évidence d'interférences lumineuses. La source S émet une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,6.10^{-6}m$ . (P) est un plan opaque comportant deux fentes fixes  $S_1$  et  $S_2$  distantes de  $a=1mm$  et assimilables à deux sources ponctuelles

monochromatiques symétriques par rapport à un point I milieu de  $S_1S_2$ . Un écran (E) est disposé parallèlement à (P) et à une distance  $D=2m$  de celui-ci. On observe des interférences lumineuses dans la zone représentée hachurée sur le schéma où les deux faisceaux issus de  $S_1$  et  $S_2$  couvrent une partie commune. L'intersection de cette zone hachurée avec l'écran (E) est un ensemble de franges brillantes équidistantes ayant la couleur de la lumière monochromatique. Deux franges brillantes successives sont séparées par une frange sombre et la frange centrale en O est brillante. Un point M du champ d'interférences est repéré par son abscisse  $x = \overline{OM}$ . Lorsque M appartient à une frange brillante, il vérifie la relation  $S_2M - S_1M = k\lambda$  (k entier). Par contre s'il appartient à une frange sombre, il vérifie la relation :

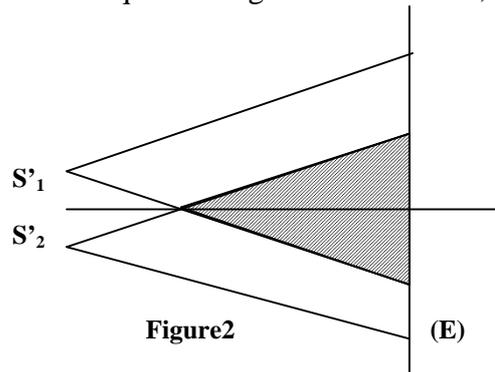
$$S_2M - S_1M = (k+1) \frac{\lambda}{2} \text{ avec k entier.}$$



- 1-
  - a- Montrer que la différence de marche a pour expression  $S_2M - S_1M = \frac{ax}{D}$ .
  - b- En déduire l'expression de l'abscisse x d'un point M de l'écran en fonction de  $\lambda$ , D et a :
    - lorsqu'il appartient à une frange brillante.
    - Lorsqu'il appartient à une frange sombre.
- 1-
  - a- déterminer l'expression de l'interfrange i en fonction de  $\lambda$ , D et a. Calculer i.
  - b- Préciser, en le justifiant, la nature (brillante ou sombre) de la frange d'abscisse  $x = -4,2mm$ .
- 2- On apporte les changements suivants au dispositif expérimental de la figure 1 :
  - On supprime la source (S) et le plan opaque (P).

**Les interférences lumineuses énoncés des exercices proposés PHYSIQUE**

- A l'emplacement des deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  on dispose de deux sources  $S'_1$  et  $S'_2$  totalement indépendantes, émettant chacune la lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda=0,6.10^{-6}\text{m}$  (figure2).



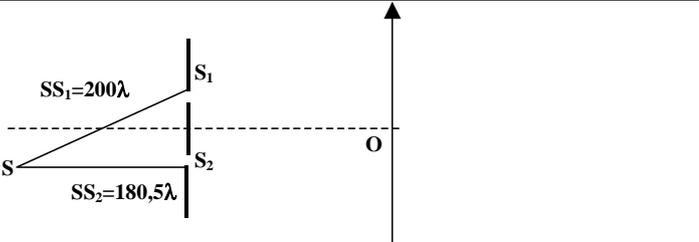
On n'observe pas d'interférences lumineuses. Expliquer pourquoi ?

- 3- Citer un dispositif, autre que les fentes d'Young, permettant de réaliser une expérience de mise en évidence d'interférences lumineuses :
- On tracera la marche des rayons lumineux.
  - Et on hachurera la zone où les deux faisceaux lumineux, issus des deux sources secondaires couvrent une partie commune correspondant aux interférences lumineuses.

**Exercice N° 8 :**

**R**épondre par **VRAI** ou **FAUX** en justifiant :

- a) Dans une expérience d'interférence mécanique, on constate, quand on ajoute de l'eau dans la cuve à ondes, le nombre de franges d'interférence diminue. On explique ce résultat par :
- la diminution de la fréquence.
  - L'augmentation de la longueur d'onde.
  - La diminution de la célérité.
- b) Dans une expérience d'interférence mécanique, un point M du champ d'interférence tel que  $S_1M=S\lambda$  et  $S_2M=18\lambda$ , appartient nécessairement à une frange d'amplitude maximale.
- c) Avec un même dispositif interférentiel de Young on obtient plus de franges d'interférence avec de la lumière rouge qu'avec la verte.
- d) S est une source de lumière monochromatique  $S_1$  et  $S_2$  sont deux fentes d'Young.
- $S_1$  et  $S_2$  Sont deux sources en phase.
  - Le centre de l'écran O tel que  $S_1O=S_2O$  est le milieu d'une frange sombre.



**EXERCICE N°1 :**

1- L'abscisse  $x$  d'une frange mesurée à partir de la frange

centrale est donnée par la relation :  $x = Pi$  avec  $i = \frac{\lambda D}{a}$  :

l'interfrange pour la 3<sup>ème</sup> frange brillante correspond à ( $P=3$ )

on a  $x = 7,5 \text{ mm}$  il vient  $\lambda = \frac{x a}{PD}$  ;

A . N  $\lambda = 0,500.10^{-6} \text{ m}$ ;  $\lambda = 0,500 \mu\text{m}$

2- Pour les franges sombres on a :

$$x = (2k+1) \frac{\lambda' D}{2a}$$

la 3<sup>ème</sup> frange sombre est une frange correspondant à  $k=2$

$$\text{soit } x = \frac{5}{2} \frac{\lambda' D}{a}$$

$$\text{d'où } \lambda' = \frac{2ax}{5D}$$

A N :  $\lambda' = 0,600 \mu\text{m}$

**EXERCICE N°2 :**

a- l'interfrange  $i$  est donnée par la relation

$$i = \frac{\lambda D}{a} ; \text{ A . N : } i = 0,8 \text{ mm}$$

l'abscisse d'une frange brillante est donnée par la relation  $x =$

$$k i \quad k \in \mathbb{Z}$$

or  $-\frac{\ell}{2} \leq x \leq +\frac{\ell}{2}$  avec  $\ell$  : largeur du champ d'interférence

$$\text{d'où } -\frac{\ell}{2} \leq k i \leq +\frac{\ell}{2}$$

**Commentaire et conseils**

\*se rappeler de la définition de l'interfrange : distance séparant les milieux de deux franges consécutives et de même nature.

\* P définit l'ordre d'interférence il est entier pour les franges brillantes; il est demi-entier pour les franges sombres  $P = k + \frac{1}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$

## Les interférences lumineuses

## PHYSIQUE

il vient  $-\frac{\ell}{2i} \leq k \leq \frac{\ell}{2i}$

A . N :  $-6,8 \leq k \leq 6,8$

k étant entier alors  $-6 \leq k \leq 6$

on a donc **13 franges brillantes**

\* l'abscisse d'une frange sombre est donnée par la relation :

$$x = (2k + 1) \frac{i}{2} \quad \text{or} \quad -\frac{\ell}{2} \leq x \leq +\frac{\ell}{2}$$

d'où  $-\frac{\ell}{2} \leq (2k + 1) \frac{i}{2} \leq +\frac{\ell}{2}$

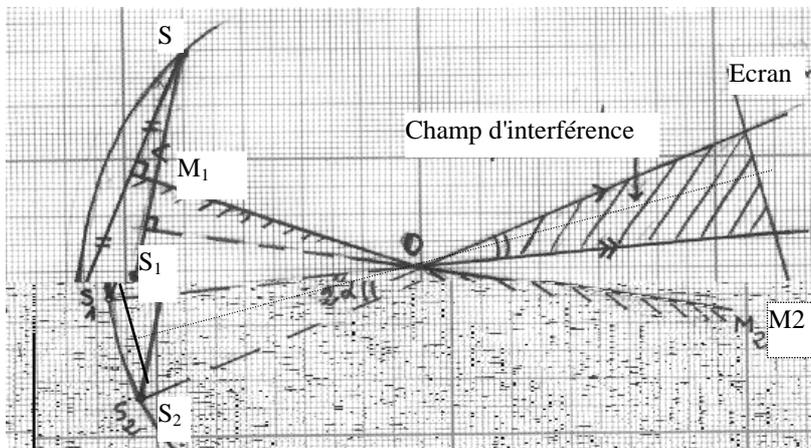
il vient  $-\frac{\ell}{2i} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{\ell}{2i} - \frac{1}{2}$  soit  $-7 \leq k \leq 6$

on a donc 14 franges sombres

### EXERCICE N°3 :

#### Commentaires et conseils

\*pour  $k=6$ , l'abscisse de la frange brillante correspondant e est de 4,8mm. On remarque le champ est limité par deux franges sombres d'où on en déduit que le nombre de franges sombres serait  $13+1=14$



1-  $S_1$  est l'image de S donnée par le miroir  $M_1$ ; donc  $S_1$  et S sont symétriques par rapport à  $M_1$ ;

alors on a :  $SO = OS_1$

de même,  $S_2$  est l'image de S donnée par le miroir  $M_2$  alors on a  $OS_2 = OS$  ;

on a donc  $OS = OS_1 = OS_2$ ; alors, S,  $S_1$  et  $S_2$  appartiennent à un cercle de centre O et de rayon OS.

L'angle  $\widehat{S_1OS_2}$  est un angle au centre interceptant l'arc  $S_1S_2$ . On a l'angle

$\widehat{S_1SS_2} = \widehat{M_1M_2} = \alpha$  (angles à côtés perpendiculaires). L'angle  $\widehat{S_1SS_2} = \alpha$  intercepte l'arc  $S_1S_2$

on a donc  $\widehat{S_1OS_2} = 2(\widehat{S_1SS_2}) = 2\alpha$

(l'angle au centre est double de l'angle inscrit interceptant le même arc)

Par un phénomène de réflexion, on a pu dédoubler S et avoir 2 sources secondaires ponctuelles  $S_1$  et  $S_2$  cohérentes. La lumière reçue sur l'écran semblerait provenir de  $S_1$  et  $S_2$ . Le champ d'interférence est la région commune des 2 faisceaux réfléchis qui sembleraient provenir de  $S_1$  et  $S_2$  (voir schéma).

2- \* on a  $\widehat{S_1S_2} = OS_1 \cdot 2\alpha$       or  $\alpha$  est petit

on a  $\widehat{S_1S_2} \cong S_1S_2 = a$     d'où  $a \cong 2\alpha d$  ( $\alpha$  étant en rad)      soit  $\alpha \cong \frac{a}{2d}$  ;

**A.N :**  $\alpha \cong 2.10^{-3}$  rad.

- l'interfrange  $i$  est donnée par la relation :  $i = \frac{\lambda D}{a}$

avec  $D = d + d'$  soit  $i = \frac{\lambda(d+d')}{a}$  ; **AN :**  $i = 1,5 \text{ mm}$

\* nombre de franges sombres : Déterminons la largeur  $\ell$

du champ d'interférence. On a  $\tan \alpha = \frac{\ell}{d'} \cong \alpha$  (rad)

car  $\alpha$  est petit ; d'autre part on a  $\tan \alpha = \frac{a}{d} \cong \alpha$

il vient  $\frac{\ell}{d'} \cong \frac{a}{d}$  d'où  $\ell \cong a \times \frac{d'}{d}$     **AN :**  $\ell \cong 11 \text{ mm}$

\* l'abscisse d'une frange sombre est donnée par la relation

$$x = (2k+1) \frac{i}{2} ; \text{ or } -\frac{\ell}{2} \leq x \leq +\frac{\ell}{2}$$

il vient  $-\frac{\ell}{2} \leq (2k+1) \frac{i}{2} \leq +\frac{\ell}{2}$  soit  $-4 \leq k \leq +3$       on

a donc **8 franges sombres.**

**EXERCICE N°4 :**

a- Soit  $t_1$  : durée que met la lumière pour aller de F à  $F_1$ .

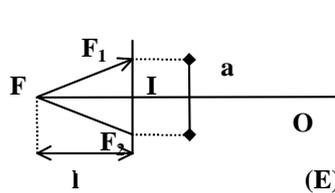
$$t_1 = \frac{FF_1}{c} \text{ avec } c : \text{ célérité de la lumière dans le vide. } c=3.10^8 \text{ms}^{-1}.$$

Soit  $t_2$  : durée que met la lumière pour aller de F à  $F_2$ .  $t_2 = \frac{FF_2}{c}$

puisque la source F se trouve sur la médiatrice de  $F_1F_2$  alors

$$FF_1=FF_2 \text{ il vient } t_1 = t_2 = \frac{FF_1}{c}.$$

Déterminons la distance  $FF_1$  :



Dans le triangle rectangle  $FF_1I$  on a :

$$(FF_1)^2 = (FI)^2 + (F_1I)^2$$

$$\text{soit } (FF_1)^2 = l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{ il vient : } FF_1 = \sqrt{l^2 + \frac{a^2}{4}}$$

on a alors :  $t_1 = t_2 = \frac{\sqrt{l^2 + \frac{a^2}{4}}}{c}$  puisque  $t_1=t_2$ ,  $F_1$  et  $F_2$  reproduisent les

vibrations de F avec le même retard (différence de phase nulle).  $F_1$  et  $F_2$  sont donc deux sources en phase.

Puisque  $F_1$  et  $F_2$  reproduisent les variations en phase de F, elles sont donc des sources secondaires cohérentes.

b- Puisque  $F_1O=F_2O$ , alors la lumière met le même temps pour aller de  $F_1$  à O

$$\text{et de } F_2 \text{ à O. } t'_1=t'_2=\frac{F_1O}{c}=\frac{F_2O}{c}.$$

Dans le triangle rectangle  $F_1OI$  on a :  $(F_1O)^2=(OI)^2+(IF_1)^2$

$$\text{Soit } (F_1O)^2 = D^2 + \frac{a^2}{4} \text{ il vient } F_1O = \sqrt{D^2 + \frac{a^2}{4}}$$

$$\text{D'où : } t'_1=t'_2=\frac{\sqrt{D^2 + \frac{a^2}{4}}}{c}$$

$F_1$  et  $F_2$  étant en phase et  $t'_1 = t'_2$ , donc les vibrations issues de  $F_1$  et  $F_2$  arrivent en O en phase. La différence de marche est nulle ; on a donc une interférence constructive, c'est à dire que O constitue un point brillant appartenant à une frange brillante.

c-  $N_1$  est un point obscur, il appartient à une frange sombre

Par analogie avec les interférences mécaniques on a :  $S=F_2M-F_1M$ .

Si  $S=k\lambda$  M est frange brillante.

Si  $S=(2k+1) \frac{\lambda}{2}$

M est frange sombre

Lumière + lumière  $\Rightarrow$  Lumière

Lumière + lumière  $\Rightarrow$  Obscurité

Au point  $N_1$ , l'interférence est

$\delta = F_2N_1 - F_1N_1$  s'écrit sous la forme :  $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  puisque  $N_1$  est le premier point rencontré à partir de O (point brillant) on prendra alors k la plus petite valeur soit  $k=0$ .

Il vient  $F_2N_1 - F_1N_1 = \frac{\lambda}{2}$ .

d- Pour le point  $B_1$  (brillant) on écrit :  $\delta = F_2B_1 - F_1B_1 = k\lambda$

Puisque  $B_1$  est le 1<sup>er</sup> point brillant on prendra  $k=1$

Il vient  $F_2B_1 - F_1B_1 = \lambda$ .

$B_1$  appartient à une frange d'ordre 1.

e- On observe sur l'écran un système de franges brillantes et sombres qui alternent. Elles sont équidistantes et parallèles aux fentes  $F_1$  et  $F_2$ .

f- Si on change de longueur d'onde, la position des points brillants et obscurs est changé. On a toujours un système de franges brillantes et sombres équidistantes.

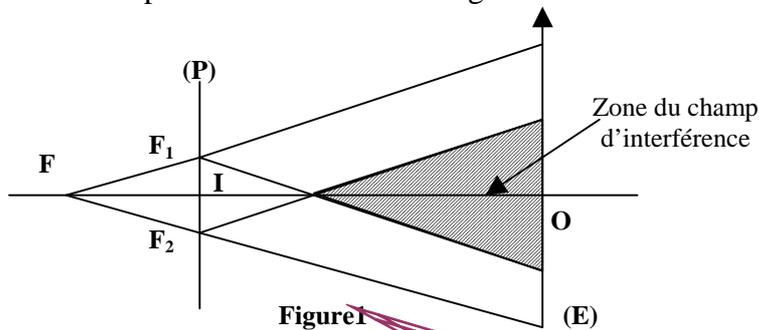
On a :  $F_2N_1 - F_1N_1 = \frac{\lambda}{2}$  et  $F_2N'_1 - F_1N'_1 = \frac{\lambda'}{2}$  avec  $\lambda' > \lambda$

Puisque  $\lambda' > \lambda$  on a alors et  $F_2N'_1 - F_1N'_1 > F_2N_1 - F_1N_1$ . Cette inégalité serait vérifiée pour  $F_2N'_1 > F_2N_1$  et  $F_2N'_1 < F_2N_1$ , le point  $N'_1$  est alors situé au dessus de  $N_1$ . De même  $B_1$  est situé au dessus de  $B_1$ .

Conclusion : le système de franges se déforme en s'élargissant lorsqu'on a  $\lambda' > \lambda$ .

### EXERCICE N°5

1-a- Schéma du dispositif des fentes d'Young :



La zone hachurée sur le schéma est la zone où les deux faisceaux diffractés issus de  $F_1$  et  $F_2$  couvrent une partie commune

Les fentes  $F_1$  et  $F_2$  sont perpendiculaires au plan de la feuille; F est sur la médiatrice de  $F_1F_2$ .

### Les interférences lumineuses

### PHYSIQUE

b- Sur l'écran, on observe le système des franges d'interférences lumineuses: ensemble de franges alternativement brillantes et sombres et équidistantes.

c- Pour le point O appartenant à la médiatrice on a:

$$F_1O = F_2O, \text{ donc } \delta = F_2O - F_1O = 0.$$

La frange centrale est au point O.

2- Puisque F est sur la médiatrice de  $F_1F_2$ , donc les ondes lumineuses arrivent en  $F_1$  et  $F_2$  en phase.  $F_1$  et  $F_2$  reproduisent les vibrations des ondes issues d'une même source F, elles sont alors cohérentes.

3-  $\delta = F_2M - F_1M = d_2 - d_1$ .

Si M  $\in$  frange brillante, les vibrations issues de  $F_1$  et  $F_2$  arrivent en phase au point M.

On a alors :  $S = d_2 - d_1 = k\lambda$ .

Si M  $\in$  frange sombre, les ondes lumineuses interférant au

point M arrivent en ce point en opposition de phase. On a donc :

$$\delta = d_2 - d_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

4- a-  $\delta = d_2 - d_1 = k\lambda$ , avec  $k=0$ . On a donc une frange brillante : c'est le point O

b-  $\delta = d_2 - d_1 = 4,2\mu\text{m}$ .  $\lambda = 0,60\mu\text{m}$ .

$$\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{0,42}{0,6} = 7$$

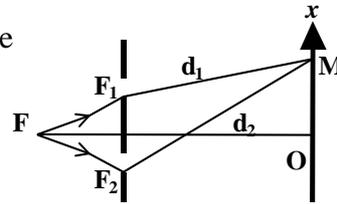
d'où  $d_2 - d_1 = 7\lambda$ ; c'est de la forme  $d_2 - d_1 = k\lambda$  avec  $k=7$ .

On a donc une frange brillante d'ordre 7.

c-  $\delta = d_2 - d_1 = 1,5\text{Nm}$  ;  $\frac{\delta}{\lambda} = \frac{1,5\mu\text{m}}{0,6\mu\text{m}} = 2,5 = \frac{5}{2}$

$\delta$  est de la forme  $\delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$  avec  $k=2$

On a donc une frange sombre.



### EXERCICE N°6 :

1- Dans le vide on a :  $\lambda = \frac{c}{N}$  avec  $c = 3.10^8 \text{m.s}^{-1}$ .

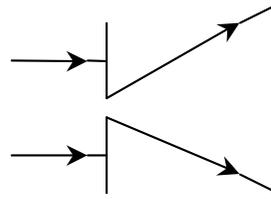
A.N. :  $\lambda = 0,50.10^{-6} \text{m} = 0,50 \mu\text{m}$ .

2- La diffraction est plus nette si la dimension de l'ouverture (diamètre du trou) est inférieure à la longueur d'onde  $\lambda$ .

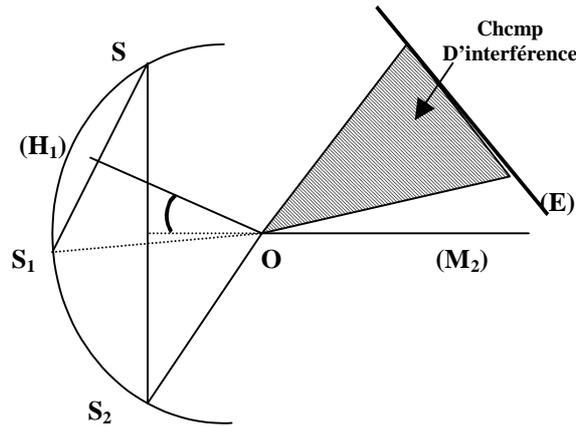
- pour  $d=1\text{cm}$  et  $d=1\text{mm}$  on a  $d \gg \lambda$ : il n'y a pas diffraction de la lumière.
- Pour  $d=1\text{mm} = 2\lambda$ , le phénomène est observé mais peu remarqué.

- La grandeur qui caractérise la lumière émise par une source est sa fréquence.  
- La longueur d'onde dépend de V et aussi de la nature du milieu de propagation car la célérité en dépend.

- Pour  $d=0,1\mu\text{m}=\frac{\lambda}{5}$  on a  $d<\lambda$ , la diffraction est assez nette.



3-



Le miroir

(M<sub>1</sub>) donne de la source S une image virtuelle (S<sub>1</sub>).

Le miroir (M<sub>2</sub>) donne de S une image virtuelle S<sub>2</sub>.

Les faisceaux réfléchis par (M<sub>1</sub>) et (M<sub>2</sub>) semblent provenir de (S<sub>1</sub>) et (S<sub>2</sub>).

Les interférences apparaissent dans la partie commune à ces deux faisceaux : C'est le champ d'interférence. S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> étant des images d'une même source, elles constituent deux sources secondaires cohérentes.

4-\* L'interfrange i est la distance séparant les milieux de deux franges consécutives de même nature

i est donnée par la relation : 
$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

A.N. :  $i=6,25\text{mm}$ .

5- a- Si on éloigne l'écran, D augmente, donc i augmente ; le système de franges s'élargit.

Il y a une analogie de la diffraction de la lumière avec celle des ondes mécaniques.  
 $\Rightarrow$  la lumière a un caractère ondulatoire.

$D = d_1 + d_2$  avec :  
 $d_1$  = distance source - arête commune ;  
 $d_2$  : distance arête commune - écran

b- Lorsque  $\alpha$  croît,  $a=S_1S_2$  croît aussi, par conséquent  $i$  diminue, le système de franges se resserre.

**EXERCICE N°7 :**

1- a- la différence de marche  $\delta$  est :

$$\delta=(S_{S_2}+ S_2H)-(S_{S_1}+S_1H).$$

Or S est sur la médiatrice de  $S_1S_2$  donc

$$S_1S=SS_2.$$

Il vient  $S=S_2M-S_1M$ .

Dans le rectangle  $HS_1M$  on a :

$$(S_1M)^2 = (HM)^2 + (S_1H)^2 \text{ avec } S_1H=IH-S_1I$$

$$\text{soit } (S_1M)^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

De même, dans le triangle rectangle  $HMS_2$  on aura :

$$(S_2M)^2 - (S_1M)^2 = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 ; (S_2M)^2 - (S_1M)^2 = 2ax$$

$$\text{or } (S_2M)^2 - (S_1M)^2 = (S_2M - S_1M)(S_2M + S_1M)$$

$a \ll D$  et  $x \ll D$  il vient  $S_2M \approx S_1M \approx D$

$$\text{on a alors } S_2M - S_1M \approx \frac{2ax}{2D}. \text{ Soit } S_2M - S_1M = \frac{ax}{D}$$

b- Si M  $\in$  frange brillante on a :  $S_2M - S_1M = k\lambda$  (k entier). D'où  $\frac{ax}{D} = k\lambda$  (1)

Si M  $\in$  frange sombre on écrit :  $S_2M - S_1M = (2k+1)\lambda/2$

$$\text{Soit } \frac{ax}{D} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \text{ d'où } x = (2k+1)\frac{\lambda D}{2a} \quad (2)$$

2- a)  $i = x_{k+1} - x_k$  (pour les deux familles de franges)

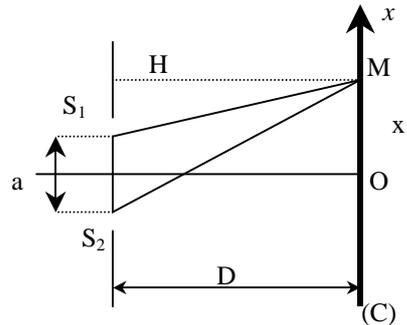
$$\text{d'où } i = \frac{\lambda D}{a} \text{ A.N. : } i = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,2 \text{ mm}$$

b) D'après les relations (1) et (2) on peut écrire l'abscisse d'une frange d'abscisse x sous la forme :  $x = pi$

$$p = \frac{x}{i} \text{ soit } p = \frac{-4,2}{1,2} = -3,5 \text{ soit } p = -\frac{7}{2}.$$

La frange d'abscisse  $x = 4,2\text{mm}$  est donc une frange sombre.

3- Dans ce cas, les deux sources sont incohérentes. Elles produisent des trains d'ondes ayant entre eux des déphasages aléatoires. On ne peut pas avoir le phénomène d'interférence.



Si p est entier alors on a une frange sombre. Si p est un multiple impair de 1/2 on a une frange sombre. P définit l'ordre d'interférence.

4- On peut réaliser l'expérience d'interférence lumineuse à l'aide de dispositif des miroirs de Fresnel. Pour la marche des rayons lumineux et la construction de la zone d'interférence, on se rapportera à la solution de l'exercice n°6.

**EXERCICE N°8 :**

- a) En ajoutant de l'eau, on augmente la profondeur de l'eau donc la célérité de l'onde augmente. Par conséquent, la longueur d'onde  $\lambda$  augmente aussi ; le nombre de franges subit alors une diminution. La fréquence n'est pas modifiée.
- b) La différence de marche  $S=S_2M-S_1M$  soit  $S=13\lambda$  S est de la forme  $S=p\lambda$  avec p un entier. Donc M appartient à une frange d'amplitude maximale.
- c)  $\lambda_{\text{rouge}} > \lambda_{\text{vert}}$  donc  $i_{\text{rouge}} > i_{\text{vert}}$  dans le champ d'interférence de longueur l, on obtient donc moins de franges avec la radiation rouge qu'avec la radiation verte.
- d) La différence de marche  $\delta = SS_1 - SS_2 = 19,5\lambda$ .  
C'est de la forme  $\delta = (19 + \frac{1}{2}) \lambda$ .  $S_1$  et  $S_2$  ne sont pas donc en phase.  
Au point O on a  $(SS_1 + S_1O) - (SS_2 + S_2O) = 19,5\lambda$ . O appartient alors à une frange sombre.

*Aspect  
corpusculaire  
de la lumière*

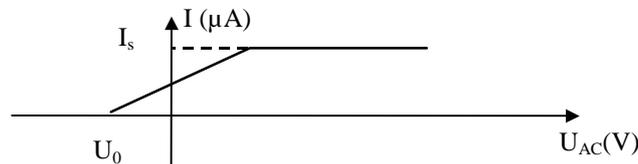
## Objectifs

- ✓ Mettre en évidence l'effet photoélectrique par l'expérience de Hertz.
  
- ✓ Retrouver des lois de l'effet photoélectrique.
  
- ✓ Déduire des résultats expérimentaux, l'existence du photon et l'aspect corpusculaire de la lumière.
  
- ✓ Faire correctement le bilan énergétique.
  
- ✓ Décrire l'expérience de l'effet Compton.
  
- ✓ Expliquer la dualité onde – corpuscule.

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

- On appelle effet photoélectrique, l'extraction d'électrons de la matière (métal) lorsque celle-ci est éclairée par une lumière convenable.
- Le phénomène est instantané.
- Pour un métal donné, l'émission ne se produit que si la fréquence de la radiation utilisée est supérieure à une fréquence seuil  $\nu > \nu_0 \Leftrightarrow \lambda < \lambda_0$

- La caractéristique  $I = f(U_{AC})$  de la cellule photo-émissive a l'allure suivante :



- pour annuler le courant débité par la cellule, il faut appliquer une tension  $U_{AC}$  tel que  $U_{AC} \leq U_0$  avec  $U_0 < 0$   $U_0$  est appelé le potentiel d'arrêt dépendant de la fréquence  $\nu$  de la radiation utilisée.  $I_s$  : est le courant de saturation. Sa valeur, pour une cellule donnée et une radiation donnée, dépend de la puissance lumineuse transportée.
- L'énergie transportée par un photon de fréquence  $\lambda$  est :  $E = h\nu$
- L'effet photoélectrique correspond à une interaction entre un photon et un électron avec transfert d'énergie:  
Bilan énergétique  $E_{\text{photon}} = W_0 + E_c$   
avec  $W_0$  : travail d'extraction de l'électron.  
 $E_c$  : énergie cinétique de l'électron à la sortie de cathode.
- Louis de Broglie associe, à toute particule, une onde de longueur d'onde  $\lambda$  :  $\lambda = \frac{h}{\|\vec{P}\|}$  ; avec  $\|\vec{P}\|$  : quantité de mouvement de la particule.

## Contrôlez vos connaissances

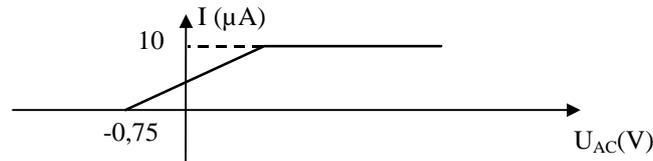


Répondre par Vrai ou Faux:

1. Il y a émission photoélectrique si
  - a)  $\nu < \nu_0$
  - b)  $\nu > \nu_0$
  - c)  $\lambda > \lambda_0$
  
2. La valeur absolue du potentiel d'arrêt
  - a- diminue lorsque la longueur d'onde de la radiation diminue.
  - b- augmente lorsque la longueur d'onde de la radiation diminue.
  - c- ne varie pas lorsque la fréquence de la radiation utilisée est modifiée.
  
3. Le courant de saturation, pour un métal donné et une radiation donnée
  - a) augmente lorsque la puissance lumineuse transportée augmente.
  - b) diminue lorsque la puissance lumineuse augmente

**EXERCICE N°1 :**

Une cellule photoélectrique au césium est éclairée au moyen d'une source lumineuse monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide. La caractéristique de la cellule  $I_{AC} = f(U_{AC})$  est donnée par la courbe :



- 1- Définir le potentiel d'arrêt de cette cellule et en déduire l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode.
- 2- Sachant que le travail d'extraction d'un électron de la cathode de césium ci-dessus est  $W_0 = 2,05 \text{ eV}$ , en déduire la longueur d'onde de la radiation utilisée ainsi que la longueur d'onde seuil de la cellule.

**OBJECTIF BAC**

**EXERCICE N°2/**

Deux radiations lumineuses de longueur d'onde respectivement:  $\lambda_1 = 0,588 \mu\text{m}$  et  $\lambda_2 = 0,490 \mu\text{m}$ ,

éclairent successivement la cathode d'une cellule photoélectrique. L'énergie d'extraction de la cathode de la cellule est  $W_0 = 2,25 \text{ eV}$ .

- 1- Expliquer ce qui se passe dans le circuit de la cellule, dans chaque cas.
- 2- Quelle est la vitesse maximale des électrons à la sortie de la cathode. ?
- 3- On applique entre l'anode A et la cathode C de la cellule une tension continue  $U_{AC} = V_A - V_C = +60 \text{ (V)}$ ; calculer la vitesse d'arrivée des électrons sur l'anode.
- 4- L'intensité du courant de saturation dans le circuit de la cellule est  $I = 4 \cdot 10^{-8} \text{ (A)}$  lorsque la puissance rayonnante reçue par la cathode est  $P = 0,91 \cdot 10^{-6} \text{ (W)}$ , calculer :
  - a- le nombre d'électrons émis par la cathode en une seconde.
  - b- le nombre photons reçus par la cathode en une seconde.
 En déduire le rendement quantique de la cellule.

**EXERCICE N°3 :**

Une cellule photoélectrique est montée en série avec un générateur G de tension continue et un galvanomètre.

La tension fournie par G est réglable.

1. on éclaire la cellule avec une radiation monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide. G est branché de telle manière que  $I = 0$  lorsque  $U_{AC} < U_0$  ( $U_0$  étant le potentiel d'arrêt).
  - a- faire la schéma du circuit de la cellule et indiquer les polarité de G.

b- Etablir la relation entre  $|U_0|$ ,  $\lambda$ ,  $e$ ,  $h$ ,  $c$  ainsi que  $W_0$ ,  
d'extraction de l'électron.

énergie

2- a- En modifiant la longueur d'onde, on constate que  $|U_0|$ , varie:

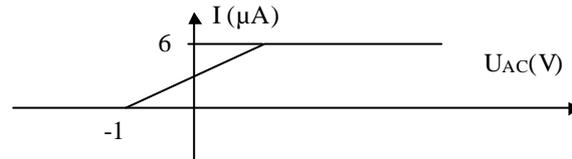
- pour  $\lambda = \lambda_1 = 0,4047, \mu\text{m}$ ,  $U_0 = U_{01} = - 1,18 \text{ V}$
- pour  $\lambda = \lambda_2 = 0,4358 \mu\text{m}$ ,  $U_0 = U_{02} = - 0,96 \text{ V}$

tracer la courbe  $|U_0| = f(1/\lambda)$

b- En déduire la valeur de la constante de Planck  $h$  ainsi que la valeur de  $W_0$ .

3- On inverse la polarité de G et on éclaire la cellule par la lumière

monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . La caractéristique de la cellule est donnée par la figure ci-contre:



a- calculer l'énergie cinétique maximale des électrons à la sortie de la cathode.

b- calculer la longueur d'onde  $\lambda$ .

c- calculer la puissance lumineuse reçue par la cathode, sachant qu'un photon sur cent arrache un électron.

#### Exercice N° 4 : (Bac Juin 2000 session principale)

On donne : Célérité de la lumière  $c=3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .  
Charge électrique élémentaire  $e=1,602.10^{-19} \text{ C}$ .

1. Définir l'effet photoélectrique. Décrire l'expérience de Hertz. Montrer qu'elle met en évidence cet effet.
2. Le dispositif de la figure (2) représente une cellule photoélectrique constituée d'une cathode métallique (C) éclairée par une source lumineuse et d'une anode (A) reliée à la borne négative d'un générateur (G). Un filtre placé devant cette source ne laisse passer qu'une radiation monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . Quand on ferme l'interrupteur K, le microampèremètre ( $\mu\text{A}$ ) indique un courant d'intensité  $I$  et le voltmètre (V) une tension  $U_{AC}=V_A-V_C$ .

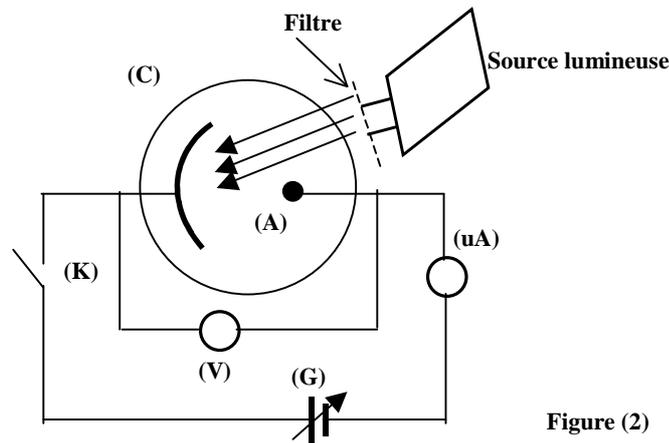


Figure (2)

- a) Soit  $U_0$  la valeur de  $U_{AC}$  qui annule le courant ; elle est appelée potentiel d'arrêt . Pour différentes longueurs d'ondes  $\lambda$ , on mesure à chaque fois  $U_0$ .

Etablir que :  $U_0 = \left( \frac{-hc}{e} \right) \cdot \frac{1}{\lambda} + \left( \frac{hc}{e\lambda_0} \right)$  où  $h$  représente la constante de Planck.

- b) On trace la courbe  $U_0 = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$  donnée dans la figure (3).

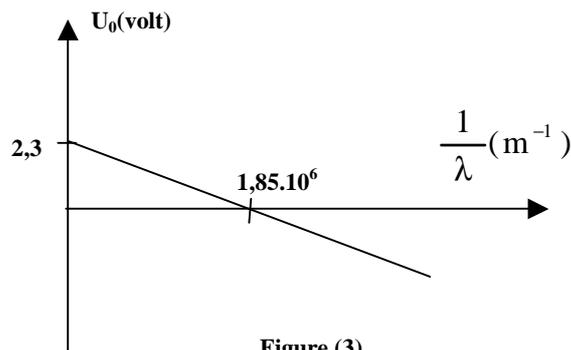


Figure (3)

Déduire la valeur de  $h$  et celle de  $\lambda_0$ .

3. Dans le dispositif de la figure (2) on change la polarité de (G) afin de porter la plaque (C) à un potentiel plus petit que celui de (A) ; le filtre utilisé correspond à une radiation monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_1=0,49\text{Nm}$ . La puissance lumineuse reçue par le métal est  $P=10^{-3}\text{W}$ . En agissant sur le générateur (G), on constate que pour toute percions  $U_{AC} \geq 60\text{V}$ , le microampèremètre indique un courant d'intensité  $I_S$  qui reste inchangée. Qu'appelle-t-on  $I_S$  ? Calculer sa valeur sachant que le rendement quantique est  $\rho=10^{-2}$ .

On rappelle que

$$\rho = \frac{\text{nombre maximum d'électrons qui atteignant (A) en une seconde}}{\text{nombre totale de protons reçus par (C) en une seconde}}$$

**EXERCICE N°1 :**

2- Le potentiel d'arrêt  $U_0$  est la valeur de la tension  $U_{AC}$  en dessous de laquelle le courant photoélectrique est nul.

Pour  $U_{AC} \leq U_0$  on a  $I = 0$ .

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à l'électron entre l'instant où il quitte la cathode et l'instant où il arrive à l'anode.

Il vient  $\Delta E_C = E_{C(A)} - E_{c(c)} = W_{F\vec{e}}$  ;  
 $c \rightarrow A$

on négligera le poids de l'électron devant la force électrique

$$\frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = -e (V_C - V_A)$$

or  $U_{AC} = V_A - V_C$  donc  $V_C - V_A = -U_{AC}$

alors on a :  $\frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = e U_{AC}$  ; lorsque  $U_{AC} = U_0$ , les électrons émis de la cathode avec une vitesse  $V_C$  maximale arrivent à l'anode avec une vitesse  $V_A$  nulle.

Il vient :  $-E_{C_{\max}} = e U_0$  alors  $E_{C_{\max}} = -e U_0$

soit  $E_{C_{\max}} = e |U_0|$  avec  $U_0 = -0,75 \text{ V}$

**A . N :  $E_{C_{\max}} = 1,2 \cdot 10^{-19} \text{ (J)} = 0,75 \text{ (eV)}$ .**

2- Au cours de l'interaction photo - électron, une partie de l'énergie du photon sert à extraire l'électron, soit une énergie égale à  $W_0$ , une autre partie est communiquée à l'électron sous forme d'énergie cinétique.

On aura alors :  $W = W_0 + E_{C_{\max}}$  ; or  $W = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$

il vient alors  $\frac{hc}{\lambda} = W_0 + e |U_0|$

on en déduit :  $\lambda = \frac{hc}{W_0 + e |U_0|}$  ;

avec  $h = 6,6310^{-34} \text{ JS}$  ;  $e = 1,610^{-19} \text{ C}$  ;

$|U_0| = 0,75 \text{ V}$  ;  $W_0 = 2,05 \text{ eV} = 3,2810^{-19} \text{ J}$

**A . N :  $\lambda = 0,444 \mu\text{m}$  (c'est une radiation bleue).**

**EXERCICE N°2 :**

1. Pour qu'il ait effet photo-électrique, il faut que l'énergie  $W$  du photon soit supérieur ou égale à l'énergie de l'extraction  $W_0$  de l'électron du métal.

Soit  $W \geq W_0$  il vient  $h\nu \geq h\nu_0$

donc  $\nu \geq \nu_0$  or  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  et  $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$

on aura alors  $\lambda \leq \lambda_0$  :  $\lambda_0$  : longueur d'onde seuil et  $\nu_0$  : la fréquence seuil.

Déterminons  $\lambda_0$  : on a  $W_0 = h \nu_0 = h \frac{c}{\lambda_0}$

il vient  $\lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$  ; avec  $W_0 = 2,25 \text{ eV} = 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

**A N** :  $\lambda_0 = 0,552 \text{ } \mu\text{m}$

$\lambda_1 > \lambda_0$ , donc la radiation de longueur d'onde  $\lambda_1$ , ne produit pas l'effet photo-électrique.

$\lambda_2 < \lambda_0$ , donc la radiation de longueur d'onde  $\lambda_2$  produit l'effet photo-électrique.

L'énergie  $W$  du photon incident sert à extraire un électron et lui communique de l'énergie cinétique ; on a donc :

$W = W_0 + E_{\text{cmax}}$  d'où  $E_{\text{cmax}} = W - W_0$  avec  $W = \frac{hc}{\lambda_2}$

soit  $E_{\text{cmax}} = h \frac{c}{\lambda_2} - W_0$ , **A . N** :  $E_{\text{cmax}} = 0,459 \cdot 10^{-19} \text{ (J)}$ .

3- L'énergie cinétique de l'électron à la sortie de la cathode est :

$E_{\text{cmax}} = \frac{hc}{\lambda_2} - W_0$  ; **A.N.** :  $W_0 = 0,459 \cdot 10^{-19} \text{ (J)}$ .

Le théorème de l'énergie cinétique appliquée à l'électron permet d'écrire :

$E_{C(A)} - E_{C(C)} = -e(V_C - V_A)$  or  $(V_C - V_A) = -U_{AC}$ ,

il vient  $E_{C(A)} - E_{C(C)} = e U_{AC}$

d'où  $E_{C(A)} = e U_{AC} + E_{C(C)}$  soit  $E_{C(A)} = 96,459 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  ; or  $E_{C(A)} = \frac{1}{2} m V_A^2$ ,

avec  $m$  : masse de l'électron

il vient  $\|\vec{V}_A\| = \sqrt{\frac{2E_{C(A)}}{m}}$  ; **A . N** :  $\|\vec{V}_A\| = 4,6 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$

3- **a)** soit  $n$  : nombre d'électrons émis par la cathode en une seconde.

Lorsqu'on a la saturation, tous les électrons ont atteint l'anode : on a donc

$I_S = n e$

soit  $n = \frac{I_S}{e}$  ; **A N** :  $n = 25 \cdot 10^{10} \text{ électrons /s}$

**b)** soit  $n'$  : nombre de photons reçus par la cathode en une seconde. La puissance lumineuse transportée est :

$$P = n' h \nu = n' h \frac{c}{\lambda_2} ; \text{ d'où } n' = \frac{P \lambda_2}{hc} ;$$

AN :  $n' = 22,4 \cdot 10^{11}$  photons /s

c) on appelle rendement quantique de la cellule le rapport :  $\rho = \frac{n}{n'}$  ;

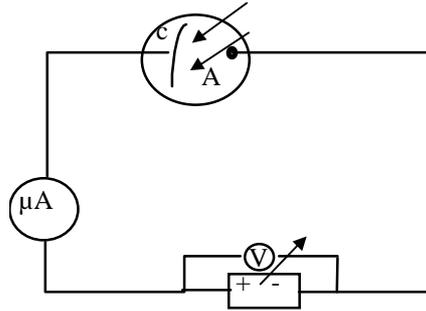
n : nombre d'électrons émis, c'est à dire le nombre de photons efficaces.

n' : nombre de photons reçus par la cathode.

AN :  $\rho = 11,1\%$

**EXERCICE N°3 :**

1. a)



b) L'énergie  $W$  du photon sert à extraire l'électron et communiquer à celui-ci de l'énergie cinétique on a donc :

$$W = W_0 + E_{cmax} \quad (1) \quad \text{avec } W = h \nu = \frac{hc}{\lambda}$$

le théorème de l'énergie cinétique permet d'écrire :

$$E_{c(A)} - E_{c(C)} = -e(V_C - V_A); \text{ soit } E_{c(A)} - E_{c(C)} = e(V_A - V_C)$$

or pour  $U_{AC} = V_A - V_C = U_0$  (potentiel d'arrêt)

on a  $E_{c(A)} = 0$  et  $E_{c(C)}$  est maximale.

$$\text{Il vient : } -E_{cmax} = e U_0, \text{ soit } E_{cmax} = -e U_0 = e |U_0|$$

$$\text{la relation (1) devient : } \frac{hc}{\lambda} = W_0 + e |U_0|$$

$$\text{d'où } |U_0| = \frac{hc}{e} \times \frac{1}{\lambda} - \frac{W_0}{e} \quad (2).$$

2-) a) graphe de  $|U_0| = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$

b) le graphe est une droite affine d'équation :

$$|U_0| = A \times \frac{1}{\lambda} + B$$

$$\text{d'après la relation (2) on a } A = \frac{hc}{e} \text{ et } B = -\frac{W_0}{e}$$

Pour la droite, A représente le coefficient directeur :

on choisit deux points sur la droite :

$$C (2,47 \cdot 10^{+6} \text{m}^{-1}; 1,18 \text{ V}) \text{ et } D (1,6810^6 \text{m}^{-1}; 0,2 \text{V})$$

$$d'où A = \frac{1,18 - 0,2}{2,47 - 1,68} 10^6 \quad ; \text{ soit } A = 1,24 \cdot 10^6 \text{ (m.v)}$$

$$\text{or } A = \frac{hc}{e} \text{ d'où } h = \frac{A e}{c} ; A N : h = 6,61 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

\* B représente l'ordonnée à l'origine; B = - 1,86 V

$$\text{or } B = - \frac{W_0}{e} \text{ soit } W_0 = - B e ; A N : W_0 = 1,86 \text{ eV}$$

3- a) comme a été démontré dans la question 1.b/ on a :

$$E_{\text{cmax}} = e |U_0|, \text{ d'après la courbe le potentiel d'arrêt est : } U_0 = -1 \text{V.}$$

$$A. N : E_{\text{cmax}} = 1,610^{-19} \text{ J} = 1 \text{ (eV)}$$

$$\text{b) on a } W = W_0 + E_{\text{cmax}} \quad W = \frac{hc}{\lambda} ; W_0 = 2,976 \cdot 10^{-19} \text{ J,}$$

$$E_{\text{cmax}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \text{il vient } \lambda = \frac{hc}{W_0 + E_{\text{cmax}}} ;$$

on prendra comme valeur de  $h = 6,6110^{-34} \text{ j.s}$ ,  
valeur trouvée dans la question 2-b).

$$A. N : \lambda = 0,43410^{-6} \text{ m} = 0,434 \mu\text{m}$$

c) on a un photon efficace sur 100 photons envoyés sur la cathode : le

$$\text{rendement de la cellule est : } \rho = \frac{n'}{n} = \frac{1}{100}, \text{ avec } n' \text{ nombre d'électrons}$$

émis et n : nombre de photons reçus par la cathode. D'après le graphe,  
on a un courant de saturation d'intensité  $I_s = 6 \mu\text{A}$

$$\text{or } I_s = \frac{n' e}{t} ; \text{ d'où } n' = \frac{I_s t}{e} ; \rho = \frac{n'}{n} \text{ alors } n = \frac{n'}{\rho} \text{ soit } n = \frac{I_s t}{e \cdot \rho} .$$

La puissance lumineuse reçue par la cathode est donnée par la relation

$$P = n \frac{h\nu}{t} = n \frac{hc}{t \cdot \lambda} ; \text{ il vient } P = \frac{h \cdot c \cdot I_s}{\lambda \cdot e \cdot \rho}$$

$$A N : P \cong 1,71 \cdot 10^{-3} \text{ (W)} \cong 1,71 \text{ (mw)}$$

#### **Exercice N° 4 :**

1. • On appelle effet photoélectrique, l'extraction d'électrons d'un métal lorsque celui-ci est éclairé par une lumière convenable.
  - Expérience de mise en évidence : Expérience de Hertz.  
Sur le plateau d'un électroscope on fixe une plaque de zinc.
  - Electroscope étant chargé positivement, on éclaire la lame zinc par la lumière émise par un ruban de magnésium. Dans ces

conditions rien ne se passe ; la lame mobile de l'électroscope garde le même écartement.

- L'électroscope étant chargé négativement, on constate que, lorsque la lame de zinc est éclairée, l'électroscope se décharge rapidement. La radiation lumineuse extrait des électrons de la lame de zinc, ce qui explique la diminution de la charge totale de l'électroscope.

2.

- Soit  $V_1$  la vitesse d'émission d'un électron de la cathode ; et  $V_2$  la vitesse d'arrivée à l'anode ; appliquons le théorème de l'énergie cinétique à l'électron entre l'instant où il est émis et l'instant où il est arrivé à l'anode :

$$C \xrightarrow{A} = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{W_{\vec{Fe} \rightarrow}}{C \rightarrow A} = -e(V_c - V_A)$$

or  $U_{AC} = V_A - V_C$

il vient :  $\frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = -e \cdot U_{AC}$  pour  $U_{AC} = U_0$  on a  $V_2 = 0$ .

$-\frac{1}{2} m V_1^2 = e U_0$  or  $E_{cmax} = \frac{1}{2} m V_1^2$ .

D'après le bilan énergétique on écrit :

$W_{\text{photon}} = E_{cmax} + W_0$  avec  $W_0 = h\nu_0$ .

D'où  $E_{cmax} = W_{\text{photon}} - W_0$ .

Soit  $E_{cmax} = h\nu - h\nu_0$ . or  $E_{cmax} = -eU_0$ .

Il vient :  $-eU_0 = h\nu - h\nu_0$ .

D'où : 
$$U_0 = -\frac{hc}{e} \cdot \frac{1}{\lambda} + \frac{hc}{e} \cdot \frac{1}{\lambda_0}$$

- On a tracé la courbe  $U_0 = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$  c'est une fonction affine qui s'écrit sous la forme  $U_0 = a \cdot \frac{1}{\lambda} + b$  avec  $a$  : la pente de la droite et  $b$  : l'ordonnée à l'origine. D'après l'expression théorique  $|a| = \frac{hc}{e}$  avec

$$|a| = \frac{\Delta U}{\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)} ; h = \frac{e \cdot \left| \frac{\Delta U}{\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)} \right|}{C} \quad \text{AN : } h = 6,64 \cdot 10^{-34} \text{ J.S}$$

$b = \frac{hc}{e\lambda_0}$  d'où  $\lambda_0 = \frac{hc}{e \cdot b}$  graphiquement  $b = 2,3 \text{ V}$ . AN :  $\lambda_0 = 0,54 \mu\text{m}$ .

3. Pour  $U_{AC} \geq 60 \text{ V}$ , l'intensité du courant reste inchangée.  $I_s$  est appelée le courant de saturation

Soit  $n$  : nombre de photons efficace.

et  $n'$  : nombre de photons reçus par la cathode.

$$I_s = \frac{n e}{t} \text{ d'où } N = \frac{I_s \cdot t}{e} ;$$

la puissance lumineuse transportée est :  $p = n' \frac{h\nu}{t}$  d'où  $n' = \frac{p \cdot t}{h\nu}$

le rendement est  $\rho = \frac{n}{n'}$  d'où  $\rho = \frac{I_s \cdot h\nu}{e \cdot p}$

d'où  $I_s = \frac{\rho \cdot e \cdot p}{h\nu} = \frac{\rho \cdot e \cdot p \cdot \lambda}{h \cdot C}$  **AN :  $I_s = 3,9 \mu\text{A}$**

*L' amplificateur  
opérationnel*

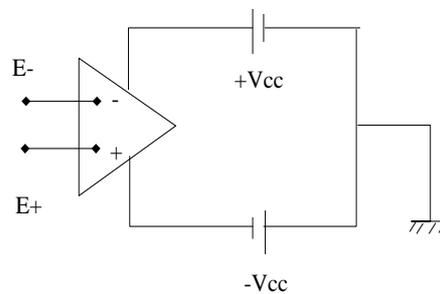
## Objectifs

- ✓ Retrouver, à partir d'un catalogue, le brochage d'un amplificateur opérationnel.
  
- ✓ Déterminer pour un A.O.P idéal, la tension de sortie  $V_S$  en fonction de la tension d'entrée  $V_e$ .
  
- ✓ Réaliser pratiquement les différents montages (amplificateur sommateur, soustracteur, dérivateur, intégrateur) et faire l'étude théorique correspondante.

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

- les grandeurs caractéristiques d'un amplificateur linéaire sont :

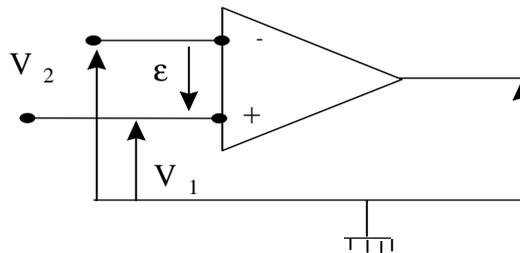
- son impédance d'entrée  $Z_e$ .
- son impédance de sortie  $Z_s$ .
- le gain en tension  $A_V = \frac{V_S}{V_e}$ .
- le gain en courant.
- le symbole d'un A.O.P est le suivant :



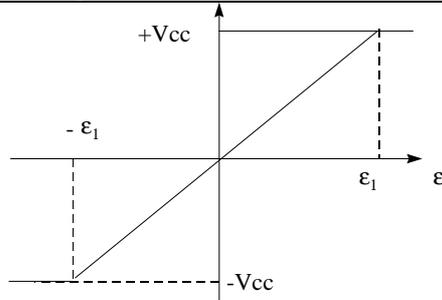
$E^-$  est borne inverseuse

$E^+$  est la borne non inverseuse.

L'alimentation continue extérieure symétrique  $V_{cc}$  n'apparaît pas dans le symbole : on pose  $\epsilon = V_1 - V_2$   $\epsilon$  est dite la tension différentielle



- la tension de sortie  $V_S$  est fonction de la tension  $V_1 - V_2$  des signaux présents sur les entrées en boucle ouverte, on peut tracer la caractéristique de transfert :  $V_S = f(\epsilon)$



- Pour  $-\epsilon_1 < \epsilon < \epsilon_1$  l' A.O.P fonctionne en régime linéaire. Dans ce cas :  $V_s$  est proportionnelle à  $\epsilon$  :  $V_s = A_d \epsilon$ ;  $A_d$  est le gain différentiel.
- Pour  $\epsilon \geq \epsilon_1$  ou  $\epsilon \leq -\epsilon_1$   $V_s$  reste constante, l'A.O.P est en régime saturé.
- L'amplificateur opérationnel **idéal** est caractérisé par :

$A_d$  infini.

$Z_e$  infinie.

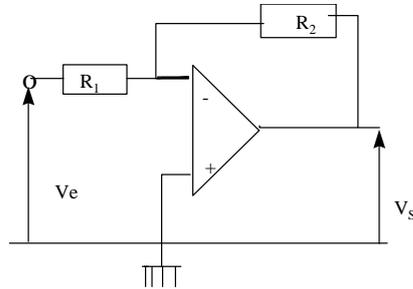
$Z_S$  nulle.

**Conséquences :**  $\epsilon = 0$  ,  $i^- = i^+ = 0$

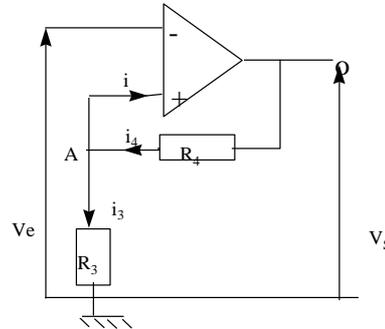
**EXERCICE N°1 :**

On dispose d'un amplificateur opérationnel idéal. L'alimentation de l'amplificateur opérationnel se fait sous  $+15\text{ V}$ ,  $-15\text{ V}$ , et la tension de saturation est de  $14\text{ V}$ .

On envisage de réaliser les circuits 1 et 2 ci-dessous.



Circuit 1



Circuit 2

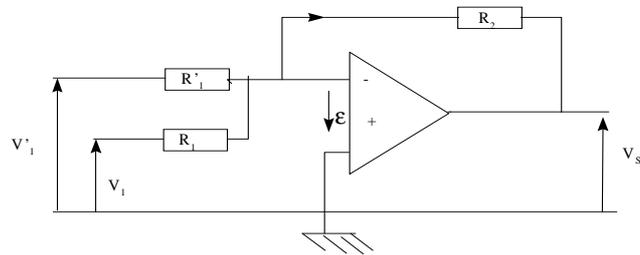
Les valeurs des résistances utilisées sont les suivantes :

$$R_1 = 1\text{ k}\Omega ; R_2 = 12\text{ k}\Omega ; R_3 = 10\text{ k}\Omega ; R_4 = 15\text{ k}\Omega.$$

1. a) pour le circuit 1, établir la relation qui existe entre les tensions d'entrée  $V_e$  et de sortie  $V_s$  en régime linéaire. Quelle fonction remplit alors ce circuit  
 b) A N : calculer l'amplification en tension  $A_V$  de ce circuit, en déduire les limites de son domaine de fonctionnement linéaire.  
 c) tracer la caractéristique de transfert  $V_s = f(V_e)$  du circuit 1.
2. a) Pour le circuit 2, établir la relation existant entre les tensions d'entrée  $V$  et de sortie  $V_s$  en régime linéaire. Quelle fonction remplit alors ce circuit.  
 b) A N : calculer l'amplification en tension  $A'_V$  de ce circuit.  
 En déduire les limites de son domaine de fonctionnement linéaire.

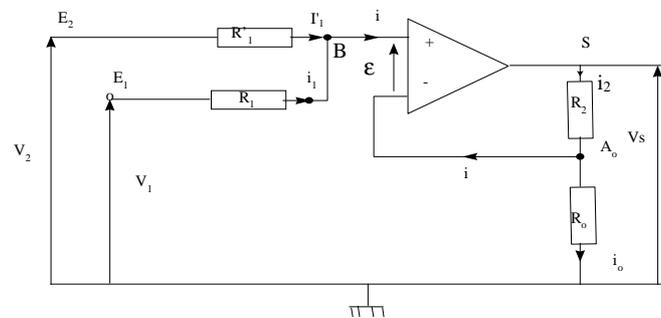
**EXERCICE N°2 :**

On dispose de circuits schématisés ci-contre :



Montage 1 ↑

Montage 2 ↓



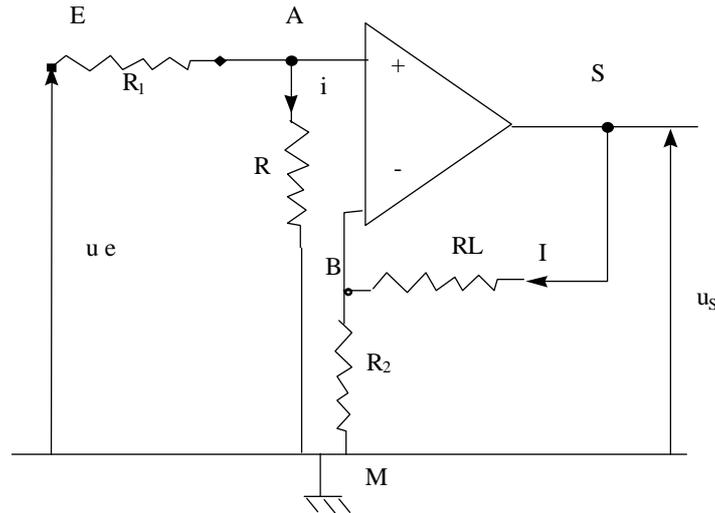
Exprimer la tension de sortie  $V_S$  en fonction des tensions d'entrées et des différentes résistances.

cas particulier :  $R_1 = R'_1 = R_2 = R_0$

Exprimer  $V_S$  dans ce cas particulier et donner le nom du montage correspondant.

On donne :  $V_1 = 2 \sin(100\pi t + \pi)$  et  $V_2 = 3 \text{ V}$

Représenter graphiquement  $V_S$  en fonction du temps.

**EXERCICE N°3 :**

Le montage, schématisé ci-contre, est constitué par un amplificateur opérationnel (supposé idéal) et par quatre résistors de résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_L$  et  $R$ ;  $R$  étant réglable. On note :

$u_e$  : tension entre le point E et la masse.

$u_s$  : tension entre le point s et la masse.

$u_A$  : tension entre le point A et la masse.

$u_B$  : tension entre le point B et la masse.

1- a) Montrer que les tensions  $u_A$  et  $u_B$  sont égales.

b) Montrer que leurs expressions sont :

$$u_A = \frac{R}{R + R_1} u_e; \quad u_B = \frac{R_2}{R_2 + R_L} u_s$$

c) En déduire que le montage correspond à un amplificateur non inverseur à gain en tension  $G = \frac{u_s}{u_e}$  variable en fonction de  $R$ .

2- On donne  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 0,02 \text{ k}\Omega$  et  $R_L = 0,2 \text{ k}\Omega$ .

sachant que  $0,1 \text{ k}\Omega \leq R \leq 10 \text{ k}\Omega$ , dans quel intervalle varie le gain  $G$  ?.

3- L'amplificateur opérationnel est alimenté en  $\pm 15 \text{ V}$ , ce qui suppose que la tension  $u_e$  sera alors choisie de telle sorte que  $-15 \text{ V} \leq u_s \leq +15 \text{ V}$ . Préciser l'intervalle dans lequel peut varier  $u_e$  lorsque le gain  $G$  est égal à 10.

4- Soient  $i$  et  $I$  les intensités des courants qui circulent respectivement dans ce circuit de résistance  $R$  et le résistor de résistance  $R_L$ .

- a) Montrer que  $I = \frac{R}{R_2} i$
- b) Exprimer  $I$  en fonction de  $R, R_2, R_1$  et  $u_e$ .
- c) Calculer  $R$  pour que  $I = 60 \text{ mA}$  quand  $u_e = 1,5 \text{ V}$ .

**EXERCICE N°4 :**

On réalise le montage schématisé (fig.a) à l'aide d'un amplificateur opérationnel supposé idéal, un condensateur de capacité  $C$  et un résistor de résistance  $R = 1 \text{ k} \Omega$ .

- 1- Etablir l'expression de la tension de sortie  $u_s$  en fonction de la tension d'entrée  $u_e$ , la résistance  $R$  et la capacité  $C$ . Déduire de la forme de cette expression le nom que l'on donne à un tel circuit.
- 2- En visualisant simultanément  $u_e$  et  $u_s$  sur un oscilloscope bi courbe, on obtient les diagrammes (I) et (II) (fig.b)
  - a) Quel est parmi ces deux diagrammes celui qui correspond à l'entrée  $u_e$  ? justifier.
  - b) D'après l'allure de ces oscillogrammes, indiquer si  $u_e$  et  $u_s$  sont périodiques. Si oui déterminer leur période  $T$
- 3-
  - a) Quelles modifications doit-on apporter au montage précédent, en gardant les mêmes composants, pour en faire un circuit intégrateur ? Ecrire le schéma correspondant.
  - b) Faire l'étude théorique qui conduit à l'expression de la tension instantanée  $u_e$  en fonction de la tension instantanée  $u_s$ ,  $R$  et  $C$ . Déterminer l'expression de  $u_s(t)$  si  $u_e = 2 \sin 100 \pi t$  (avec  $t$  en secondes et  $u_e$  en Volts) on donne  $C = 0,75 \mu\text{F}$ .

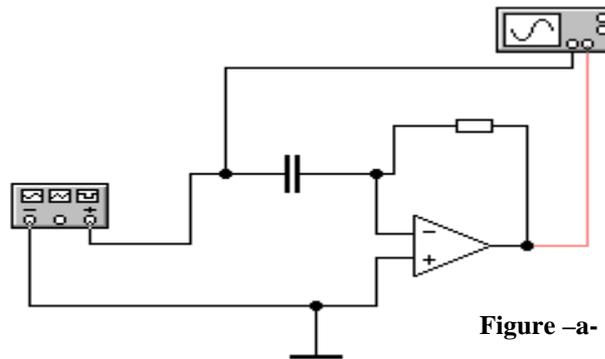
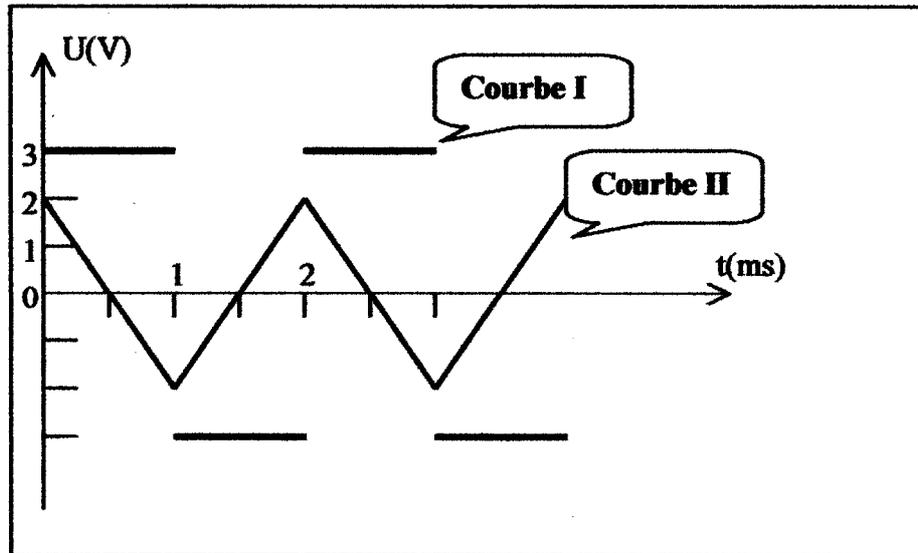


Figure -a-



### EXERCICE N°5 :

Dans le montage de la figure (a) ci dessous, l'amplificateur est supposé idéal et il fonctionne en régime linéaire.

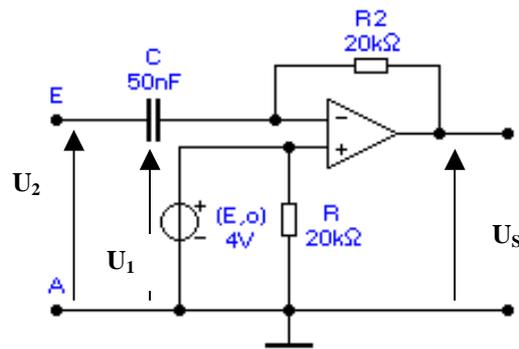
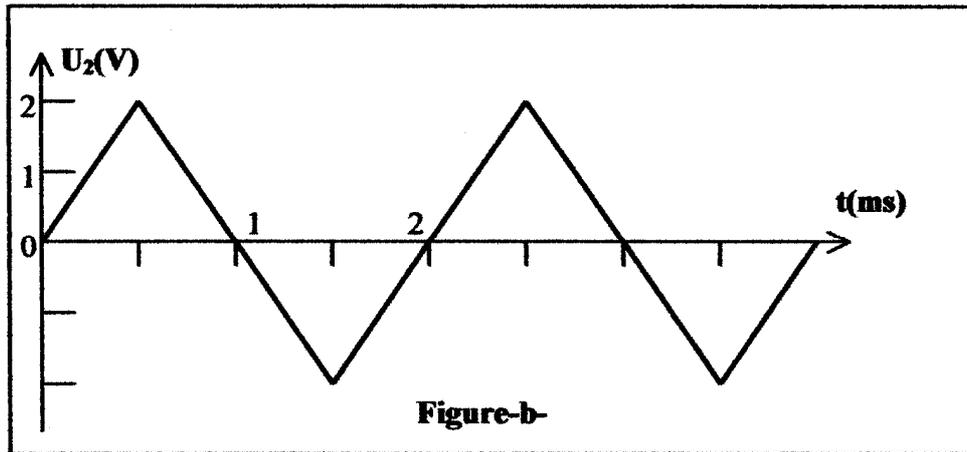


Fig-a-

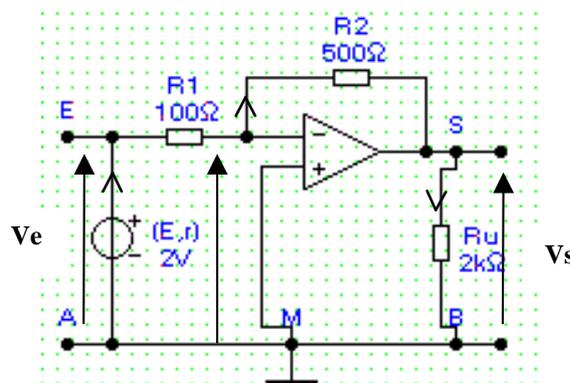
- 1- Rappeler brièvement les propriétés d'un amplificateur opérationnel idéal.
- 2- Montrer que la tension de sortie  $U_s$  peut s'écrire sous la forme suivante :  $U_s = RC \frac{dU_2}{dt} + E$  (E est la f.e.m. du générateur).
- 3- La tension d'entrée  $U_2$  est un signal dont les variations sont représentées sur la figure -b-.



- a- Donner la valeur de la période ainsi que celle de la fréquence du signal  $U_2(t)$ .
- b- Ecrire les lois horaires régissant les variations de  $U_2(t)$  en fonction du temps dans l'intervalle  $[0 ; 1,5 \text{ ms}]$ .
- c- Exprimer  $U_S$  en fonction du temps et représenter ses variations au cours du temps à l'échelle : 4cm pour 2ms en abscisse ; 1cm pour 2v en ordonnée.

**EXERCICE N°6 :**

Soit le montage représenté ci-contre:



On donne:  $R_1=100\Omega$  ;  $R_2 = 500\Omega$  ;  $R_u = 2k\Omega$  ;  $E =2V$  ;  $r = 20\Omega$ .

La tension d'entrée est  $V_e$  celle de la sortie est  $V_s$ .

La tension entre l'entrée inverseuse  $E^-$  et la masse est désignée par  $u$ .

- 1- Calculer la tension  $u$ .

- 2- Exprimer l'intensité  $i_1$  du courant débité par le générateur en fonction de la f.e.m.  $E$  et des résistance  $r$  et  $R_1$ . La calculer.
- 3- Calculer l'intensité  $i_2$  du courant traversant  $R_2$ .
- 4- Trouver une relation entre  $V_s$ ,  $u$ ,  $R_2$  et  $i_2$  puis une seconde relation entre les grandeurs  $V_e$ ,  $u$ ,  $R_1$ , et  $i_1$ . En déduire  $V_s$  en fonction de  $V_e$ . Calculer  $V_e$  et  $V_s$ . Justifier le nom du montage.
- 5- Calculer l'intensité  $i$  du courant dans la résistance  $R_u$ .

**EXERCICE N°7** : (Session de Juin 1999)

On se propose d'étudier et d'exploiter un montage utilisant un amplificateur opérationnel supposé idéal.

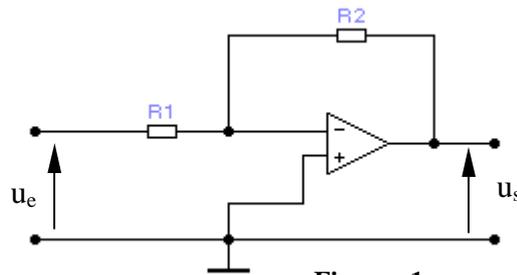


Figure -1-

1- a) En utilisant le schéma de la figure -1- montrer que  $\frac{U_s}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1}$  ;

$u_e = u_e(t)$  tension appliquée à l'entrée.

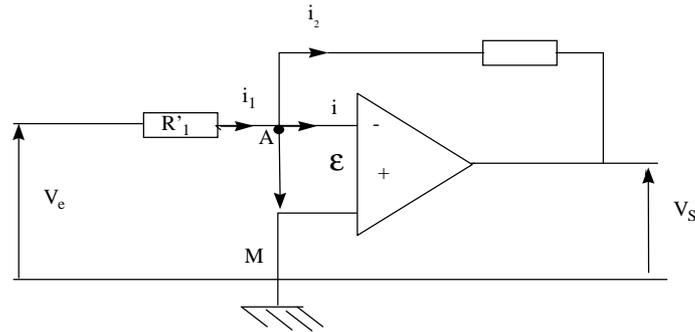
$u_s = u_s(t)$  tension à la sortie.

b) Préciser la nature de cet amplificateur.

2- La tension  $u_e(t)$  est délivrée par un générateur basse fréquence telle que  $u_e(t) = 2 \sin(200\pi t)$ .

A la sortie  $u_s(t) = 6 \sin(200\pi t + \pi)$ . Déterminer  $R_2$  sachant que  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ .

## EXERCICE N°1 : 1. a)



On a le potentiel de M est nul. M et  $E_+$  sont au même potentiel

$$V_{E^+} - V_{E^-} = 0 \Leftrightarrow V_{E^+} = V_{E^-} = V_M; E^- \text{ est une masse virtuelle.}$$

la loi des noeuds au point A s'écrit :  $i_1 = i_2 + i^-$

or A.O.P est supposé idéal ( $i^- = 0$ ) donc  $i_1 = i_2$

la loi des mailles appliquée à l'entrée donne :  $V_e - R_1 i_1 + \varepsilon = 0$  or  $\varepsilon = 0$

$$\text{il vient } V_e = R_1 i_1 \quad (1)$$

la loi des mailles appliquée à la sortie donne :  $V_S + R_2 i_2 + \varepsilon = 0$  or  $\varepsilon = 0$

$$\text{donc on a : } V_S = -R_2 i_2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ donne } i_1 = \frac{V_e}{R_1} = i_2 \quad (2) \text{ devient : } V_S = -\frac{R_2}{R_1} V_e$$

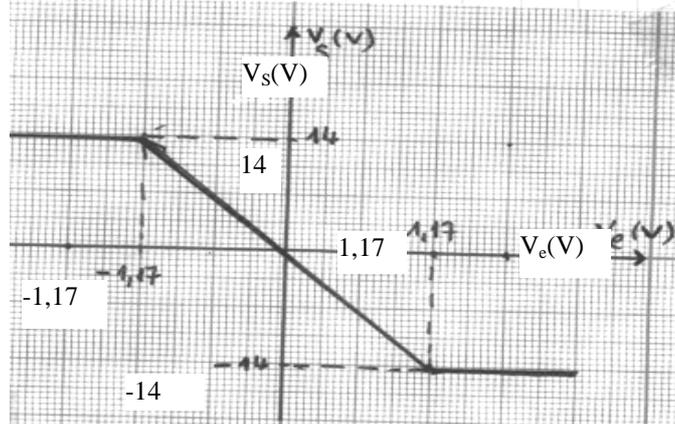
le signe (-) montre que le montage est inverseur.

D'autre part on a  $R_2 > R_1$ , alors  $|V_S| > |V_e|$  on conclut que le circuit est un Amplificateur inverseur

b) l'amplification en tension  $A_V$  est :  $A_V = \frac{V_S}{V_e}$  soit  $A_V = -\frac{R_2}{R_1}$ ; A N :  $A_V = -12$

En régime linéaire on a  $|V_S| \leq 14$  Volts.

Il vient  $-14 \leq 12 V_e \leq 14$  alors  $-1,17V \leq V_e \leq 1,17 V$  d'où la caractéristique de transfert  $V_S = f(V_e)$  suivante



2. a) étude du circuit 2 :

la loi des noeuds au point A s'écrit :  $i_4 = i_3 + i$  or  $i = 0$

donc  $i_4 = i_3$  la loi des mailles donne :

$$V_e + \varepsilon - R_3 i_3 = 0 \text{ d'où } V_e = R_3 i_3 \quad (1)$$

$$(\varepsilon=0) \quad V_s - R_4 i_4 - R_3 i_3 = 0$$

or  $i_4 = i_3$

$$\text{donc } V_s = i_3 (R_3 + R_4) \quad (2)$$

On divise les équations (1) et (2) membre à membre;

$$\text{il vient } \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_3 + R_4}{R_3}$$

$$\text{d'où } V_s = \frac{R_3 + R_4}{R_3} V_e$$

on a  $\frac{R_3 + R_4}{R_3} > 0$ , donc le montage (2) est un amplificateur non inverseur.

le gain en tension est  $A'_v$  :

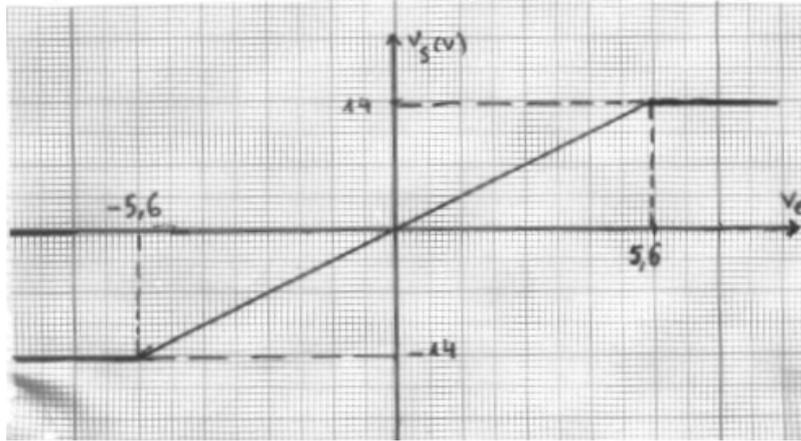
$$b- A'_v = \frac{R_3 + R_4}{R_3}; \text{ A N : } A'_v = 2,5$$

en

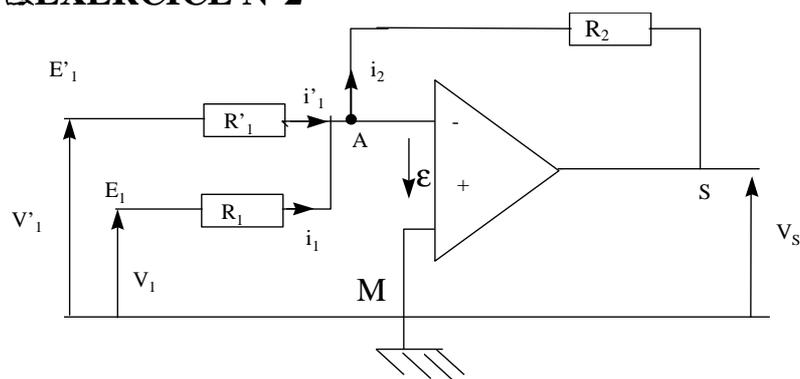
régime linéaire on a  $|V_s| \leq 14$  (V)

soit  $-14 \text{ V} \leq 2,5 V_e \leq +14 \text{ V}$  d'où  $-5,6 \text{ V} \leq V_e \leq +5,6 \text{ V}$

La caractéristique de transfert  $V_s = f(V_e)$  est la suivante :



### EXERCICE N°2



Puisque A.O.P est supposé idéal on a  $\epsilon = V_M - V_A = 0$   
 donc les points M et A sont au même potentiel.

On écrit alors :

$$V_1 = R_1 i_1 \quad (1)$$

$$V'_1 = R'_1 i'_1 \quad (2)$$

$$V_S = R_2 i_2 \quad (3)$$

La loi des noeuds au point A donne :  $i'_1 + i_1 = i_2 + i^-$  ; or  $i^- = 0$

$$\text{donc } i'_1 + i_1 = i_2 \quad (4)$$

$$(1) \text{ donne } i_1 = \frac{V_1}{R_1}$$

$$(2) \text{ donne } i'_1 = \frac{V'_1}{R'_1}$$

$$\text{et (3) donne } i_2 = - \frac{V_S}{R_2}$$

$$(4) \text{ devient } \frac{V_1}{R_1} + \frac{V'_1}{R'_1} = - \frac{V_S}{R_2}$$

$$\text{d'où } V_S = - R_2 \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V'_1}{R'_1} \right)$$

Etude du montage 2 :

Pour la maille de sortie, la loi des mailles permet d'écrire :

$$V_S - R_2 i_2 - R_0 i_0 + \varepsilon = 0 \quad \text{or } \varepsilon = 0 \quad \text{il vient } V_S = R_2 i_2 + R_0 i_0$$

$$(1) \quad \text{la loi des noeuds au point } A_0 \text{ donne : } i_2 = i_0 + i$$

$$\text{or } i = 0 \quad \text{donc } i_2 = i_0$$

$$(1) \text{ devient } V_S = (R_2 + R_0) i_0 \quad (2)$$

\* la loi des noeuds au point B donne :  $i_1 + i'_1 = i = 0$  l'application de la loi des mailles appliquée à l'entrée permet d'écrire :

$$V_1 - R_1 i_1 - \varepsilon - R_0 i_0 = 0$$

$$\text{il vient } V_1 = R_1 i_1 + R_0 i_0 \quad \text{d'où } i_1 = \frac{V_1 - R_0 i_0}{R_1} \quad (3)$$

$$V_2 - R'_1 i'_1 - R_0 i_0 - \varepsilon = 0 \quad \text{il vient } V_2 = R'_1 i'_1 + R_0 i_0$$

$$\text{d'où } i'_1 = \frac{V_2 - R_0 i_0}{R'_1} \quad (4) \quad \text{or on a } i_1 + i'_1 = 0$$

faisons la somme des équations (3) et (4) :

$$\frac{V_1 - R_0 i_0}{R_1} + \frac{V_2 - R_0 i_0}{R'_1} = 0$$

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R'_1} = i_0 \left[ \frac{R_0}{R_1} + \frac{R_0}{R'_1} \right] \quad (5)$$

$$\text{or d'après l'équation (2) : } i_0 = \frac{V_S}{R_2 + R_0}$$

l'équation (5) devient :

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R'_1} = \frac{R_0}{(R_2 + R_0)} \times V_S \times \frac{R_1 + R'_1}{R_1 \cdot R'_1}$$

$$\text{d'où } V_S = \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R'_1} \right) \frac{(R_2 + R_0) \cdot R_1 \cdot R'_1}{R_0 (R_1 + R'_1)}$$

2. a) cas particuliers :  $R'_1 = R_2 = R_0$

\* pour le montage (1) l'expression de  $V_S$  devient :

$$V_S = - (V_1 + V_1')$$

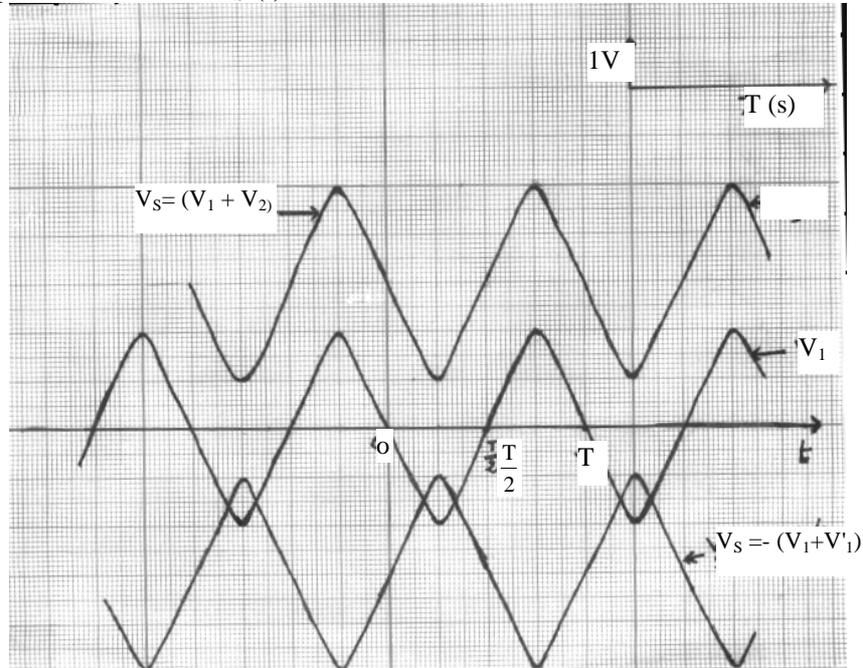
le montage (1) est sommateur inverseur.

\* pour le montage (2),  $V_S$  devient:  $V_S = (V_1 + V_2)$

le circuit correspondant est sommateur non inverseur

on a  $V_1 = \sin(100\pi t + \pi)$  (en V)     $V_2 = 3$  volts    dans les deux cas  $V_S$  est une fonction sinusoïdale de même période que la tension :  $V_1$

les représentations de  $V_S(t)$  sont les suivantes :



**EXERCICE N°3 :**

a) on a la tension différentielle  $\varepsilon = u_A - u_B$

or l'AOP est supposé idéal donc  $\varepsilon = 0$

il vient alors  $u_A = u_B$ .

b) dans la maille E A M E on écrit :  $u_e - R_1 i - R i = 0$

alors  $u_e = (R_1 + R) i$  (1) or  $u_A = R i$

on en tire  $i = \frac{u_A}{R}$

(1) devient :  $u_e = \frac{R_1 + R}{R} u_A$  soit  $u_A = \frac{R}{R_1 + R} u_e$ .

Pour la maille S B M S on écrit :  $u_S - R_2 I - R_L I = 0$

d'où  $u_S = I (R_2 + R_L)$ ; or  $u_B = R_2 I$ ; on en tire  $I = \frac{u_B}{R_2}$

$u_S$  devient :  $u_S = \frac{R_2 + R_L}{R_2} u_B$ ; d'où  $u_B = \frac{R_2}{R_2 + R_L} u_S$

c) Expression de  $u_S$  en fonction de  $u_e$ : on a  $u_A = u_B$

or  $u_A = \frac{R}{R + R_1} u_e$  et  $u_B = \frac{R_2}{R_2 + R_L} u_S$

il vient  $\frac{R}{R + R_1} u_e = \frac{R_2}{R_2 + R_L} u_S$

d'où  $u_S = \frac{(R_2 + R_L)R}{(R + R_1)R_2} u_e$ ; on a  $\frac{(R_2 + R_L)R}{(R + R_1)R_2} > 0$ ,

on a donc  $u_S > u_e$ ; alors le montage correspond à **un amplificateur non inverseur**.

le gain en tension  $G$  est :  $G = \frac{u_S}{u_e}$ , soit  $G = \frac{(R_2 + R_L)R}{(R + R_1)R_2}$

$R_1, R_2, R_L$ , étant constants et  $R$  variable donc  $G$  est fonction de  $R$ .

Exprimons  $G = f(R)$  avec  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 0,02 \text{ k}\Omega$

et  $R_L = 0,2 \text{ k}\Omega$  il vient  $G = \frac{11R}{R + 1}$

2- on a  $0,1 \text{ k}\Omega \leq R \leq 10 \text{ k}\Omega$ , or  $G = \frac{11R}{R + 1}$

il vient  $1 \leq G \leq 10$ .

3- on a  $u_e = u_S \times \frac{1}{G}$ . pour  $G = 10$ ; on a  $u_e = 0,1 u_S$

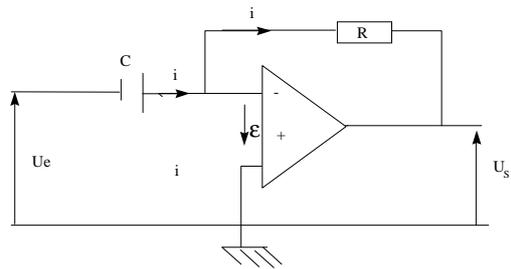
or  $-15 \text{ V} \leq u_S \leq +15 \text{ V}$  donc  **$-1,5 \text{ V} \leq u_e \leq +1,5 \text{ V}$** .

4- a) on a  $u_A = R_1 i$  et  $u_B = R_2 i$  ; or  $u_A = u_B$   
 il vient :  $R_1 i = R_2 i$  d'où  $I = \frac{R_1}{R_2} i$  (I)

b) on a  $u_e = (R_1 + R) i$  d'où  $i = \frac{u_e}{R_1 + R}$   
 l'expression précédente (I) devient :  
 $I = \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{(R_1 + R)} u_e$  (II).

c) on a  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 0,02 \text{ k}\Omega$ ,  $u_e = 1,5 \text{ V}$   
 et  $I = 60 \text{ mA} = 60 \cdot 10^{-3} \text{ A}$  ; de l'expression (II) on tire R :  
 il vient :  $R = \frac{R_1 R_2}{u_e - R_2 I}$  ; **A.N : R = 4 kΩ**

**EXERCICE N°4 :**



1- la loi des mailles appliquée à l'entrée donne :

$$u_e + \varepsilon - \frac{q}{c} = 0 \quad \text{or } \varepsilon = 0 \text{ car l'A.O.P est supposé idéal ;}$$

donc on a  $u_e = \frac{q}{c}$  ;  $\frac{du_e}{dt} = \frac{1}{c} \frac{dq}{dt}$  ; or  $\frac{dq}{dt} = i$  d'où  $\frac{du_e}{dt} = \frac{1}{c} i$  (1).

la loi des mailles appliquée à la sortie permet d'écrire :  
 $u_s + Ri + \varepsilon = 0$  d'où  $u_s = -\varepsilon - Ri$  or  $\varepsilon = 0$   
 il vient  $u_s = -R i$  (2)

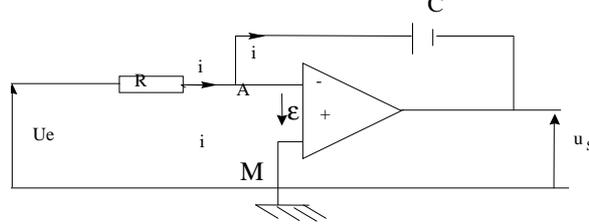
(1) donne  $i = c \frac{du_e}{dt}$  (2) devient :  $u_s = -R c \frac{du_e}{dt}$

la tension de sortie  $u_s$  est proportionnelle à la dérivée de la tension d'entrée  $u_e$ , donc le circuit correspond à un dérivateur.

2- le diagramme (I) est la dérivée du diagramme (II) donc le diagramme (II) correspond à la tension  $u_e(t)$ .

b) d'après l'allure des diagrammes (I) et (II), on remarque que ceux-ci sont formés de parties identiques qui se répètent à des intervalles de temps égaux. Donc  $u_e$  et  $u_s$  sont périodiques de période T  
 $T = 4 \times 0,5 = 2 \text{ ms} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

3- a) pour obtenir un circuit intégrateur, il suffit de permuter C et R



b) on a  $u_e = Ri$ , d'où  $i = \frac{u_e}{R}$  d'autre part on a  $u_s + \varepsilon + u_C = 0$  or  $\varepsilon = 0$

$$\text{il vient } u_s = -\frac{q}{C} ; u_s = -\frac{1}{C} \int i dt$$

$$\text{soit } u_s = -\frac{1}{RC} \int u_e dt$$

c) on a  $u_e = 2 \sin 100\pi t$ ;  $\int u_e dt = \frac{-2}{100\pi} \cos(100\pi t)$

$$\int u_e dt = \frac{2}{100\pi} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{d'où } u_s = -\frac{2}{100\pi RC} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) ;$$

$$u_s = \frac{2}{100\pi RC} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{avec } R = 10^3 \Omega, \quad C = 0,75 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$\text{soit } u_s \cong 8,5 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (en V et t en s)}$$

### EXERCICE N°5 :

1- AOP idéal a les propriétés suivantes

- le gain différentiel  $A_d$  infini.
- L'impédance  $Z_e$  d'entrée infinie.
- L'impédance  $Z_s$  de sortie nulle.

Conséquences :  $\varepsilon = 0$ ,  $i^- = i^+ = 0$ .

2- Appliquons la loi des nœuds :

- nœud  $E^-$  :  $i_c = i_1$
- nœud  $E^+$  :  $i = i^+ + i_2$  or  $i^+ = 0$  ; d'où  $i = i_2$ .

Appliquons la loi des mailles :

- $u_2 - \frac{q}{C} + \varepsilon - E = 0$ ; or  $\varepsilon = 0$ .

$$\text{Il vient : } u_2 - \frac{q}{C} + \varepsilon + E \quad (1)$$

- $u_s + Ri_1 + \varepsilon - E = 0$ ; or  $\varepsilon = 0$

$$\text{il vient } u_s = -Ri_1 + E \quad (2)$$

or  $i_1 = i_C = \frac{dq}{dt}$  la relation (1) donne  $q = Cu_2 - CE$  ; dérivons par rapport au

temps :  $\frac{dq}{dt} = i_C = C \frac{du_2}{dt}$

la relation (2) devient :  $u_s = -RC \frac{du_2}{dt} + E$

3- a/ d'après le graphe la période est égale à  $T = 2.10^{-3}s$ .

la fréquence  $N = 1/T$  soit  $N = 500Hz$ .

b/ Pour  $t \in [0 ; 0,5ms]$   $u_2(t)$  s'écrit sous la forme  $u_2(t) = \alpha t$ .

avec  $\alpha = cte > 0$  ; elle représente la pente du segment de droite.

Soit  $\alpha = 4.10^{-3} V.s^{-1}$ . Il vient  $u_2(t) = 4.10^{-3}t$

Pour  $t \in [0,5 ; 1,5ms]$   $u_2(t)$  s'écrit sous la forme  $u_2(t) = \beta t + A$

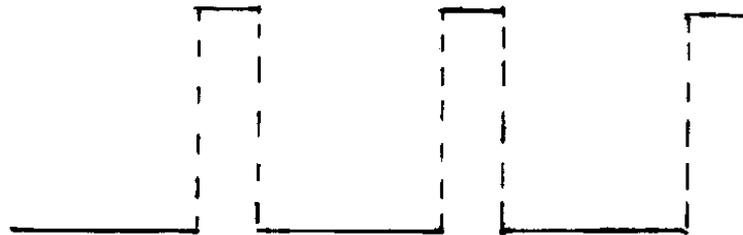
A : une constante ;  $\beta \in$  pente du segment de droite ( $\beta < 0$ )

$\beta = - 4.10^{-3} V.s^{-1}$  ;  $A = 4V$  d'où  $u_2(t) = - 4.10^{-3}t + 4$

c/  $u_s(t) = -RC \frac{du_2}{dt} + E$ , avec  $R = 20.10^3 \Omega$  ;  $C = 50.10^{-9} F$  et  $E = 4V$ .

il vient  $u_s(t) = -10^{-3} \frac{du_2}{dt} + 4$  (en volts)

$u_s(t) \begin{cases} 0V & \text{pour } t \in [0; 0,5ms] \\ 8V & \text{pour } t \in [0,5; 1,5ms] \end{cases}$  graphe de  $u_s = f(t)$



### EXERCICE N°6 :

1-  $u = V_{E^-} - V_M$

or le potentiel du point est nul car M est lié à la masse d'autre part,

$\epsilon = V_{E^+} - V_{E^-} = 0$  (car l'AOP est idéal) et  $V_{E^+} = V_M = 0$

d'où  $V_{E^-} = 0$  alors  $u = 0$ .

Remarque :  $E^-$  est une masse virtuelle.

2- Dans la maille  $AEE^-M$ , la loi de Pouillet donne:  $i_1 = \frac{E}{R+r}$

A.N.:  $i_1 = 16,6.10^{-3} A = 16,6mA$ .

3- La loi des nœuds (nœud E') donne:  $i_1 = i^- + i_2$  ; or  $i^- = 0$

D'où  $i_1 = i_2 = 16,6 \text{ mA}$

4- \* Dans la maille BSEM on a :

$$V_S + R_2 i_2 - u = 0 \quad (1)$$

\* Dans la maille AEM on a :

$$V_e - R_1 i_1 - u = 0 \quad (2)$$

Déduisons une relation entre  $V_S$  et  $V_e$  : multiplions (1) et (2) respectivement par  $R_1$  et  $R_2$ , il vient :

$$R_1 V_S + R_1 R_2 i_2 - u = 0 \quad (3)$$

$$R_2 V_e + R_2 R_1 i_1 - u = 0 \quad (4)$$

On additionne membre à membre les relations (3) et (4), il vient :  $R_1 V_S +$

$$R_2 V_e + R_1 R_2 i_2 - R_2 R_1 i_1 - 2u = 0$$

Or  $i_1 = i_2$  et  $u = 0$  d'où on a :  $R_1 V_S + R_2 V_e = 0$

$$\text{Soit } V_S = -\frac{R_2}{R_1} V_e$$

Calcul de  $V_e$  et de  $V_S$  : d'après (2) on a  $V_e = R_1 i_1 + u$  or  $u = 0$

$$V_e = R_1 i_1 \text{ A.N. : } V_e = 1,66 \text{ V.}$$

D'après la relation (1) on aura  $V_S = -R_2 i_2$

$$\text{A.N. : } V_S = -8,3 \text{ V}$$

$$\text{On a bien } V_S = -\frac{R_2}{R_1} V_e = -5.1,66 = -8,3 \text{ V}$$

Il s'agit donc d'un montage amplificateur inverseur.

$$5- V_S = R u \text{ d'où } i = \frac{V_S}{R u} \text{ A.N. : } i = -4,15.10^{-3} \text{ A.}$$

### EXERCICE N°7 :

1- a/ L'amplificateur étant supposé idéal on a :

$$i^- = i^+ = 0 \text{ et } \varepsilon = 0.$$

- la loi des nœuds donne:  $i = i^- + i'$   
or  $i^- = 0$  d'où  $i = i'$ .
- la loi des mailles appliquée à l'entrée donne:  
 $u_e - R_1 i + \varepsilon = 0$  ; or  $\varepsilon = 0$   
d'où  $u_e = R_1 i$  (1)
- à la sortie on a:  
 $u_s + R_2 i' + \varepsilon = 0$  d'où  $u_s = R_2 i'$  (2)

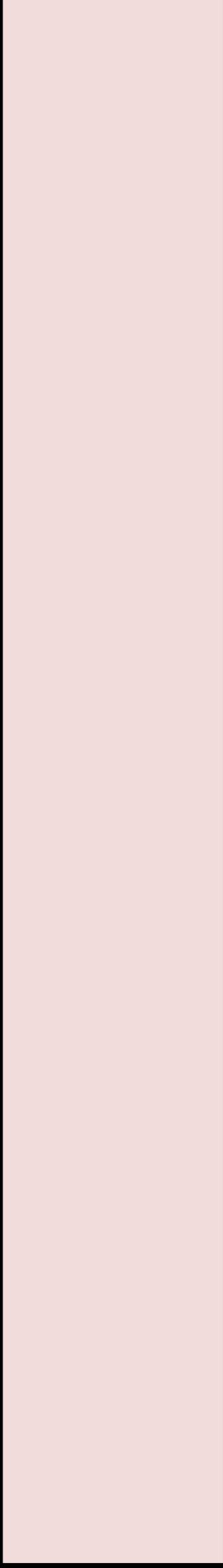
$$\text{on divise (2) par (1) il vient: } \frac{u_s}{u_e} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{i'}{i} ; \text{ or } i = i' \text{ d'où } \frac{u_s}{u_e} = -\frac{R_2}{R_1}. (3).$$

b/ Il s'agit d'un amplificateur inverseur le signe (-) montre que  $u_s(t)$  et  $u_e(t)$  sont en opposition de phase.

2- D'après la relation (3) on écrit :

$$\frac{u_{sm}}{u_{em}} = + \frac{R_2}{R_1} \text{ d'où } R_2 = R_1 \cdot \frac{u_{sm}}{u_{em}} ; \text{ avec } u_{sm} = 6V ; u_{em} = 2V ; R_1 = 10 \text{ k}\Omega.$$

$$\text{A.N : } R_2 = 30 \text{ k}\Omega.$$



# *La radioactivité*

## Objectifs

### I- le Noyau atomique.

- Ecrire le symbole d'un noyau atomique connaissant sa composition et réciproquement.
- Définir un nucléide.
- Identifier, à partir des symboles, les isotopes d'un même élément chimique.
- Expliquer la cohésion d'un noyau atomique.
- Savoir évaluer le défaut de masse et calculer l'énergie mis en jeu au cours d'une transformation et inversement.
- Evaluer, au cours d'une transformation, la variation de l'énergie de cohésion d'un système de nucléons et calculer l'énergie correspondante.

### II- Les réactions nucléaires : la radioactivité.

- Définir la radioactivité.
- Justifier et définir l'émission de rayonnements radioactifs.
- Ecrire et équilibrer les équations des différents types de réactions de désintégrations nucléaires.
- Etablir la loi de décroissance radioactive.
- Définir la période d'un radio élément.
- Définir l'activité d'une substance radioactive.
- Savoir les réactions nucléaires de fission et de fusion.

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

- Le noyau atomique représenté par le symbole  ${}^A_Z X$  est formé de Z protons et de N neutrons avec  $N = A - Z$ .
- L'énergie de liaison  $E_l$  d'un noyau au repos (énergie de cohésion) est l'énergie qu'il faut fournir pour séparer les nucléons qui constituent le noyau.  
Elle est évaluée par la relation  $E_l = \Delta m c^2$   
avec  $\Delta m = [Z m_p + (A - Z) m_n] - m$  où  $m_p$  : masse d'un proton,  $m_n$  : masse d'un neutron et  $m$  : masse du noyau.
- L'énergie de liaison par nucléon est :  $E = \frac{E_l}{A}$ .
- Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.
- On distingue différents types de désintégrations nucléaires :
  - réaction de type  $\alpha$
  - réaction de type  $\beta^-$
  - réaction de type  $\beta^+$
- Au cours d'une réaction nucléaire, il y a conservation globale
  - du nombre de charge Z
  - du nombre de masse A
  - de l'énergie totale
  - de la quantité de mouvement
- Le nombre de noyaux radioactifs d'une source radioactive décroît au cours du temps selon la loi :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ .
- L'activité d'une substance radioactive représente le nombre de noyaux désintégrés par unité de temps (par seconde). On a  $A = \lambda N$ .
- La période radioactive T est la durée au bout de laquelle la moitié du nombre de noyaux présents initialement se désintègre soit  $T = \frac{\text{Log}2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$

## Contrôlez vos connaissances



Répondre par Vrai ou Faux aux affirmations suivantes :

1. L'énergie de liaison du noyau  ${}_{92}^{238}\text{U}$  est  $E_{l1} = 1802 \text{ MeV}$ , celle du noyau  ${}_{26}^{56}\text{Fe}$  est  $E_{l2} = 492 \text{ MeV}$ .  
Le noyau d'uranium est donc plus stable que le noyau de fer.
2. Dans la réaction nucléaire de type  $\beta^-$ , le nombre de charge  $Z$  du noyau fils augmente d'une unité.
3. L'émission de photons  $\gamma$ , accompagnant une réaction nucléaire, s'observe lorsque le noyau fils n'est pas dans son état fondamental.

**EXERCICE N°1 :**

Quelle est l'énergie de liaison par nucléon du nucléide  ${}_{10}^{20}\text{Ne}$  la masse du noyau de néon est égale à 19,9867 u.

**EXERCICE N°2 :**

La période de désintégration du polonium 210 est de 138 jours. Quelle masse de polonium doit-on prendre pour obtenir une activité de 1 Ci ?

**OBJECTIF BAC****EXERCICE N°3 :**

Le radium  ${}_{88}^{226}\text{Ra}$  est radioactif et émetteur  $\alpha$ .

1. Ecrire l'équation de la désintégration.
2. En utilisant la mécanique de Newton et en écrivant la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, montrer que la particule  $\alpha$  emporte la quasi-totalité de l'énergie libérée par la désintégration.
3. En admettant que chaque particule  $\alpha$  émise a une énergie cinétique de 4,7 MeV, calculer en joule l'énergie libérée par la désintégration complète de 1 mg de radium.

**EXERCICE N°4 :**

Le noyau de polonium  $\text{Po}$  ( $A = 210$  ;  $Z = 84$ ) se désintègre pour donner du plomb avec émission d'une particule  $\alpha$ .

1. Ecrire l'équation de la réaction de désintégration.
  2. Avant sa désintégration, le noyau de polonium est supposé au repos dans le repère lié au laboratoire. En admettant qu'il y a conservation de la quantité de mouvement du système avant et après la désintégration et que toute l'énergie  $W$  libérée au cours de la réaction de désintégration est communiquée aux noyaux de plomb et d'hélium sous forme d'énergie cinétique.
    - a) Exprimer  $W$  en fonction de l'énergie cinétique  $E_{c\alpha}$  de la particule  $\alpha$  et les masses  $m_{\text{Pb}}$  et  $m\alpha$  des noyaux d'hélium et de plomb. Calculer la valeur de  $W$  sachant que la particule  $\alpha$  est émise avec une vitesse de norme  $\|\vec{V}_{\alpha}\| = 1,4 \cdot 10^7 \text{ms}^{-1}$ .
    - b) Déterminer la masse du noyau de polonium.
- On donne : masse de la particule  $\alpha$  :  $m_{\alpha} = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{kg}$   
 masse du noyau de plomb :  $m_{\text{Pb}} = 341,8 \cdot 10^{-27} \text{kg}$

**EXERCICE N°5 :**

L'Astate  $^{217}_{85}\text{At}$  est radioactif émetteur  $\alpha$  ( $^4_2\text{He}$ ); il conduit au Bismuth

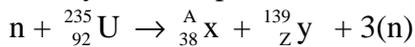
(Bi).

1. Ecrire l'équation - bilan de la désintégration radioactive correspondante.
2. Soit  $N_0$  le nombre de noyaux d'Astate contenus dans l'échantillon initial à l'instant  $t = 0$  et  $N$  ce nombre à une date ultérieure  $t$ . Montrer que  $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ,  $\lambda$  étant la constante radioactive de  $^{217}_{85}\text{At}$ .
3. Calculer la valeur de  $\lambda$  sachant que la période radioactive de  $^{217}_{85}\text{At}$  est 0,032 s.
4. calculer le nombre de particules  $\alpha$  émises au bout d'une durée égale à 0,16 s à partir d'un échantillon d'Astate de masse initiale  $m_0 = 1$  mg. La masse du noyau d'astate est égale à  $3,60353 \cdot 10^{-22}$  g.

**EXERCICE N°6 :**

Le réacteur d'une centrale nucléaire fonctionne à l'uranium  $^{92}\text{U}$  enrichi dont 3% en masse est de l'uranium 235 et le reste de l'uranium 238.

Le noyau  $^{235}_{92}\text{U}$  peut subir la fission d'équation:



$n$  représente un neutron

- 1- a) Rappeler la définition d'une fission nucléaire.  
b) identifier les noyaux X et Y en indiquent les lois utilisées.  
c) calculer l'énergie libérée par la fission d'un noyau  $^{235}\text{U}$  on donne :

Noyau	$^{235}_{92}\text{U}$	$^{239}_{93}\text{Np}$	$^{94}_{38}\text{Sr}$	$^{239}_{94}\text{Pu}$	$^{139}_{54}\text{Xe}$	$n$
Masse en u	235,0134	239,0533	93,8946	239,053	138,8882	1,0087

$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV } c^{-2}; 1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J};$$

$$\text{nombre d'AVogadro} : N = 6,02 \cdot 10^{23}.$$

2- L'uranium 238 non fissile, se transforme par capture d'un neutron lent en noyau  $^{239}\text{U}$  radioactif qui se désintègre en noyau de Neptunium ( $\text{Np}$ ), lui même radioactif donnant un noyau de plutonium ( $\text{Pu}$ ).

Ecrire les équations des deux désintégrations en identifiant dans chaque cas la particule  $x$  émise.

### EXERCICE N°7 :

À une date origine  $t = 0$ , on dispose d'un échantillon de  $N_0$  noyaux de  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  radioactif; à une date ultérieure  $t$ , on détermine le nombre  $N$  de noyaux non désintégrés. Les mesures donnent :

t(jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30

1. Par une méthode graphique, déduire de ces mesures la valeur de la constante radioactive  $\lambda$  et de la période  $T$  du polonium  ${}_{84}^{210}\text{Po}$ .

Pour cette étude graphique, on portera  $-\text{Log} \frac{N}{N_0}$  en ordonnée et  $t$  en abscisse

2. Au bout de combien de temps la masse restante de Po devient-elle le dixième de la masse initiale ?

### EXERCICE N°8 :

L'élément carbone est composé principalement des deux isotopes stables le  ${}_{6}^{12}\text{C}$  (98,9% d'atomes) et le  ${}_{6}^{13}\text{C}$  (1,10% d'atomes). D'autre part, le carbone contient encore une très faible partie de l'isotope radioactif  ${}_{6}^{14}\text{C}$  dont la période radioactive est  $T=5730$  années. Cet isotope est continuellement formé dans l'atmosphère sous forme de dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$ .

- 1- Donner la relation mathématique existant entre la constante radioactive  $\lambda$  et la période  $T$ .
- 2- Pour le taux de désintégration du carbone participant au cycle  $\text{CO}_2$  de la nature, on trouve la valeur de 13,6 désintégrations par minute et par gramme de carbone.  
Quant une matière végétale (exemple un arbre) meurt, elle ne participe plus au cycle de  $\text{CO}_2$  de la nature.  
Par conséquent le taux de décomposition du carbone diminue. Pour un morceau de bois ayant fait partie d'un navire, on mesure en 1983, 12

désintégrations par minute et par gramme de carbone. En quelle année l'arbre ayant fourni ce bois a-t-il été abattu ?

### EXERCICE N°9 :

La réaction de  ${}_{88}^{226}\text{Ra} \longrightarrow {}_{88}^{226}\text{Rn} + {}_2^4\text{He}$  est accompagnée de l'émission d'un photon  $\gamma$ .

1- Donner la signification de cette équation.

2- Connaissant les masses des atomes :

$${}_{88}^{226}\text{Ra} = 226,0254u; {}_{88}^{226}\text{Rn} = 222,0176u; {}_2^4\text{He} = 4,0026u$$

Calculer, en méga électron volts (MeV), l'énergie libérée par la désintégration de 1 noyau de radium. Sous quelles formes cette énergie est-elle libérée ?

3- Dans le cas où la radioactivité  $\alpha$  du  ${}_{88}^{226}\text{Ra}$  n'est pas suivie d'émission électromagnétique et en supposant initialement le noyau au repos, calculer la vitesse d'éjection de la particule  $\alpha$ , la vitesse de recul du noyau de radon et leurs énergies cinétiques respectives.

$$\text{Données : } u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$$

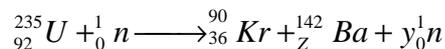
$$\text{Célérité de la lumière dans le vide : } C = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{Charge du proton : } +e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Log}2 = 0,693.$$

### EXERCICE N°10 :

À la suite d'une collision avec un neutron lent, un noyau d'uranium peut donner la réaction suivante :



1- Déterminer y et Z figurant dans cette équation. Dire de quel type de réaction nucléaire il s'agit.

2- Calculer en MeV l'énergie libérée par cette réaction.

3- Dans un réacteur nucléaire, un noyau d'uranium  ${}^{235}\text{U}$  peut se briser de différentes façons. L'énergie moyenne utile libérée par une réaction de ce type est de 185 MeV par noyau.

a- Calculer en joules, l'énergie moyenne libérée par kilogramme d'uranium 235.

b- Un réacteur nucléaire a une puissance constante de 100 MW. Calculer la durée  $\Delta t$  nécessaire pour consommer un kilogramme de  ${}^{235}\text{U}$  dans ce réacteur.

$$\text{On donne : } {}^{235}\text{U} = 235,043915 \text{ u} ; {}^{90}\text{Kr} = 89,919720 \text{ u} ; {}^{142}\text{Ba} = 141,916350 \text{ u} ;$$

$${}_0^1n = 1,008665 \text{ u} ; u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} ; 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} ; C = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}.$$

**EXERCICE N°1**

L'énergie de liaison par nucléon est donnée par la relation

$$E = \frac{E_\ell}{A}; \text{ avec } E_\ell \text{ énergie de liaison du noyau de et } A \text{ son}$$

nombre de masse. Or  $E_\ell = \Delta m c^2$ ;  $\Delta m$  = le défaut de masse.  $\Delta$

$$m = [Z m_p - (A - Z)m_n] - m_{\text{Noyau}} \quad A = 20; Z = 10$$

$$m_p = 1,0073 \text{ u}; m_n = 1,0087 \text{ u}, m_{\text{noyau}} = 19,9867 \text{ u}$$

il vient :  $\Delta m = 0,1733 \text{ u}$

$$\text{or } 1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg d'où } E_\ell = \Delta m c^2 = 2,5888 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$E = \frac{E_\ell}{A} \text{ soit } E = 0,1294 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 8,1 \text{ MeV}$$

**EXERCICE N°2**

Le nombre de noyaux radioactifs à l'instant  $t$  est donné par la

$$\text{relation : } N = \frac{A}{\lambda}; A : \text{ activité de la substance. } A = 1 \text{ ci} = 3,7 \cdot 10^{10}$$

$$\text{désintégrations par seconde. } \lambda = \frac{0,693}{T} \text{ il vient : } N = \frac{A \cdot T}{0,693}$$

$$\text{soit } N = \frac{3,7 \cdot 10^{10} \times 138 \times 24 \times 3600}{0,693}$$

$$N = 6,37 \cdot 10^{17} \text{ noyaux.}$$

La masse d'un noyau de polonium est environ

210 u

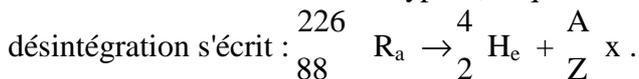
La masse de polonium nécessaire est :

$$m = \frac{N \times 210}{N_A} \text{ avec } N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$$

$$AN : m = 2,22 \cdot 10^{-4} \text{ g} = 0,222 \text{ mg.}$$

**EXERCICE N°3**

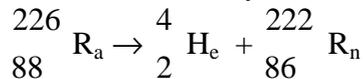
1- Le radium est radioactif de type  $\alpha$ , l'équation de la



Les lois de conservation du nombre de charge et du nombre de

masse donnent:  $226 = 4 + A$  alors  $A = 222$ ;  $88 = 2 + Z$

alors  $Z = 86$ ; le noyau  $x$  est celui du radon ( $R_n$ )



2- Le système choisi est formé initialement avant la

**Commentaire et conseils**

Commentaire et conseils

\*se rappeler de la définition de l'énergie de liaison. \* connaître la définition de l'unité de masse atomique.(u).

\* bien maîtriser les unités employées pour le calcul de l'énergie

\* 1 MeV =  $1,6 \cdot 10^{-13}$ (J).

\* se rappeler de la définition de la période radioactive  $T$  et celle de l'activité  $A$ .

désintégration par le noyau de  $R_a$ , après la désintégration, il est formé par les noyaux des particules  $\alpha$  et du noyau  $R_n$ .

La conservation de la quantité de mouvement permet d'écrire

$$\vec{P}_{R_a} = \vec{P}_{\alpha} + \vec{P}_{R_n}$$

or le noyau père  $R_a$  est initialement au repos, donc  $\vec{P}_{R_a} = \vec{0}$

$$\text{il vient } \vec{P}_{\alpha} + \vec{P}_{R_n} = \vec{0}$$

$$\text{soit } m_{\alpha} \vec{V}_{\alpha} = - m_{R_n} \vec{V}_{R_n} \quad (1)$$

or  $[m_{R_a} - (m_{R_n} + m_{\alpha})] c^2 = W$ ;  $W$  étant l'énergie libérée au cours de la désintégration du noyau de  $R_a$ .

$$\text{La relation (1) donne } \vec{V}_{R_n} = - \frac{m_{\alpha}}{m_{R_n}} \vec{V}_{\alpha}; \quad W = E_{c(\alpha)} + E_{c(R_n)}$$

D'où :

$$W = \frac{1}{2} m_{R_n} \frac{m_{\alpha}^2}{m_{R_n}^2} V_{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} V_{\alpha}^2$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{m_{\alpha}^2}{m_{R_n}} V_{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} V_{\alpha}^2$$

$$\text{soit } W = \frac{1}{2} m_{\alpha} V_{\alpha}^2 \left[ 1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{R_n}} \right]$$

$$W = E_{c(\alpha)} \left[ 1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{R_n}} \right]$$

$$\text{d'où } E_{c(\alpha)} = \frac{W}{1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{R_n}}}; \quad \text{or } m_{\alpha} \text{ est très petit devant } m_{R_n}$$

$$\text{alors } \frac{m_{\alpha}}{m_{R_n}} \ll 1 \quad \text{il vient } E_{c(\alpha)} \cong W.$$

Donc la particule  $\alpha$  emporte la quasi-totalité de l'énergie libérée.

3. D'après ce qui précède on a :

$$W \cong E_{c(\alpha)} = 4,7 \text{ MeV}$$

$W$  étant l'énergie par un noyau de radium au cours de sa désintégration. La

masse d'un noyau est environ  $\frac{A}{N_A}$  (g)

avec  $A = 226$  et  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$

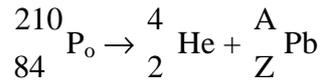
Une masse  $m$  libère alors une énergie  $W'$ :

$$W' = \frac{m \times W \times N_A}{A}; \quad m = 1 \text{ mg} = 10^{-3} \text{ g}$$

$$A \cdot N : W' \cong 12,52 \cdot 10^{18} \text{ MeV}$$

**EXERCICE N°4**

1- Equation de la réaction de désintégration :



D'après les lois de conservation des nombres de charge et nombre de masse on a :  $210 = 4 + A$  , alors  $A = 206$

$$84 = 2 + Z , \text{ alors } Z = 82 \text{ l'équation s'écrit alors : } {}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{82}^{206}\text{Pb}$$

2. a) le noyau de  $\text{Po}$  étant au repos avant la désintégration, sa quantité de mouvement est alors nulle. La conservation de la quantité de mouvement du système avant et après la désintégration permet d'écrire :  $\vec{P}_{\text{Po}} = \vec{0} = \vec{P}_{\alpha} + \vec{P}_{\text{pb}}$  soit  $\vec{P}_{\alpha} = -\vec{P}_{\text{pb}}$  (1)

L'énergie  $W$  libérée au cours de la réaction étant communiquée aux noyaux de particule  $\alpha$  et de  $\text{Pb}$  sous forme d'énergie cinétique, la conservation de l'énergie se traduit alors par :

$$W = E_{c(\alpha)} + E_{c(\text{Pb})} \quad (2)$$

$$\text{avec } E_{c(\alpha)} = \frac{1}{2} \frac{P_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} \text{ et } E_{c(\text{Pb})} = \frac{1}{2} \frac{P_{\text{pb}}^2}{m_{\text{pb}}}$$

or d'après (1) on a  $\|\vec{P}_{\alpha}\| = \|\vec{P}_{\text{pb}}\|$

$$E_{c(\text{Pb})} = \frac{1}{2} \frac{P_{\alpha}^2}{m_{\text{pb}}} = \frac{1}{2} \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{pb}}} \cdot \frac{P_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} \text{ soit } E_{c(\text{Pb})} = E_{c(\alpha)} \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{pb}}}$$

la relation (2) devient :  $W = E_{c(\alpha)} + E_{c(\alpha)} \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{pb}}}$

$$W = E_{c(\alpha)} \left[ 1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{pb}}} \right]; \quad \|\vec{V}_{\alpha}\| = 1,4 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

d'où  $E_{c(\alpha)} = 6,507 \cdot 10^{-13} \text{ J}$  soit  $W = 6,63 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 4,14 \text{ MeV}$

b) L'énergie  $W$  libérée est donnée par la relation :

$$W = \Delta m c^2 \text{ avec } \Delta m = m_{\text{Po}} - (m_{\alpha} + m_{\text{Pb}})$$

$$\Delta m = \frac{W}{c^2} = \frac{6,6310^{-13}}{(3 \cdot 10^8)^2}$$

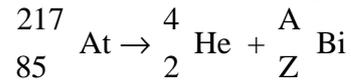
soit  $\Delta m = 0,007366 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$m_{\text{po}} = \Delta m + (m_{\alpha} + m_{\text{Pb}})$$

soit  $m_{\text{po}} = 348,44 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$   $m_{\text{po}} = 209,9 \text{ u}$

**EXERCICE N°5**

1- Equation bilan de la désintégration radioactive :



D'après les lois de conservations des nombre de charge et nombre de masse, on en déduit :  $217 = 4 + A$ ,

alors  $A = 213$   $85 = 2 + Z$ ,

alors  $Z = 83$  L'équation est alors  ${}_{85}^{217}\text{At} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{83}^{213}\text{Bi}$ .

2- Entre deux dates d'instants  $t$  et  $t + dt$ , le nombre de noyaux de l'échantillon diminue de  $dN$ .

$dN$  est proportionnelle à la durée  $dt$ , au nombre  $N$  de noyaux présents à la date  $t$ . on écrit alors :  $dN = -\lambda N dt$  ;  $\lambda$  est une

constante dépendant du radioélément appelée la constante radioactive.

Le signe - indique la diminution du nombre de noyaux au cours du temps.

On a donc  $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$

Par intégration on aura :  $\text{Log } N = -\lambda t + c$

pour  $t = 0$  on a  $N = N_0$ , il vient  $c = \text{Log } N_0$

On a alors  $\text{Log } N = -\lambda t + \text{Log } N_0$

il vient  $\text{Log } \frac{N}{N_0} = -\lambda t$  soit  $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

3- Pour  $t = T$  on a  $N = \frac{N_0}{2}$

d'après la loi de décroissance radioactive, on a :

$$\text{Log } \frac{1}{2} = -\lambda T \quad \text{soit } \lambda = \frac{\text{Log}2}{T} = \frac{0,693}{T}$$

Avec  $T = 0,032 \text{ s}$  ;  $\lambda = 21,65 \text{ s}^{-1}$ .

4- Calculons le nombre  $N$  de noyaux d'Astate présents à la date  $t = 0,16 \text{ s}$ .

Le nombre de noyaux présents initialement est :

$$N_0 = \frac{m_0}{m_{\text{Noyau}}} \quad \text{avec } m_0 = 1 \text{ mg} = 10^{-3} \text{ g}$$

$m_{\text{Noyau}} = 3,60353 \cdot 10^{-22} \text{ g}$  soit  $N_0 = 0,2775 \cdot 10^{19}$  noyaux.

On a  $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$  d'où  $N = N_0 e^{-\lambda t}$

Il vient:  $N = 0,00868 \cdot 10^{19}$

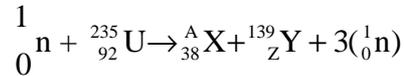
le nombre de particules  $\alpha$  émises est égale au nombre de noyaux d'Astate

Il vient  $n_{\alpha} = N_0 - N$  soit  $n_{\alpha} = 2688 \cdot 10^{15}$  particules.

### EXERCICE N°6

1- a) La fission est une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd subit une cassure en deux noyaux moins lourds de masse comparables.

b) le neutron est noté  ${}^1_0\text{n}$

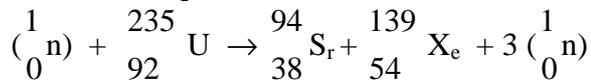


D'après les lois de conservation des nombres de charge et de masse, on écrit :

$$* 1 + 235 = A + 139 + 3 \times 1 \quad \text{soit } A = 94$$

$$* 92 = 38 + Z \quad \text{soit } Z = 54$$

on a alors l'équation :



c) L'énergie libérée au cours de la réaction est donnée par la relation :

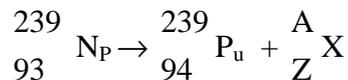
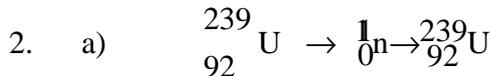
$$W = \Delta m \times c^2$$

avec  $\Delta m$  : la diminution de masse accompagnant la réaction

$$\text{soit : } \Delta m = (m_{\text{U}} + m_{\text{n}}) - (m_{\text{Sr}} + m_{\text{Xe}} + 3m_{\text{n}})$$

$$\Delta m = m_{\text{U}} - (m_{\text{Sr}} + m_{\text{Xe}} + 2 \cdot m_{\text{n}}) \quad \text{A.N : } \Delta m = 0,2132 \text{ u}$$

$$\text{soit } \Delta m = 215,36 \text{ MeV } c^{-2} \text{ d'où } W = 215,36 \text{ MeV.}$$

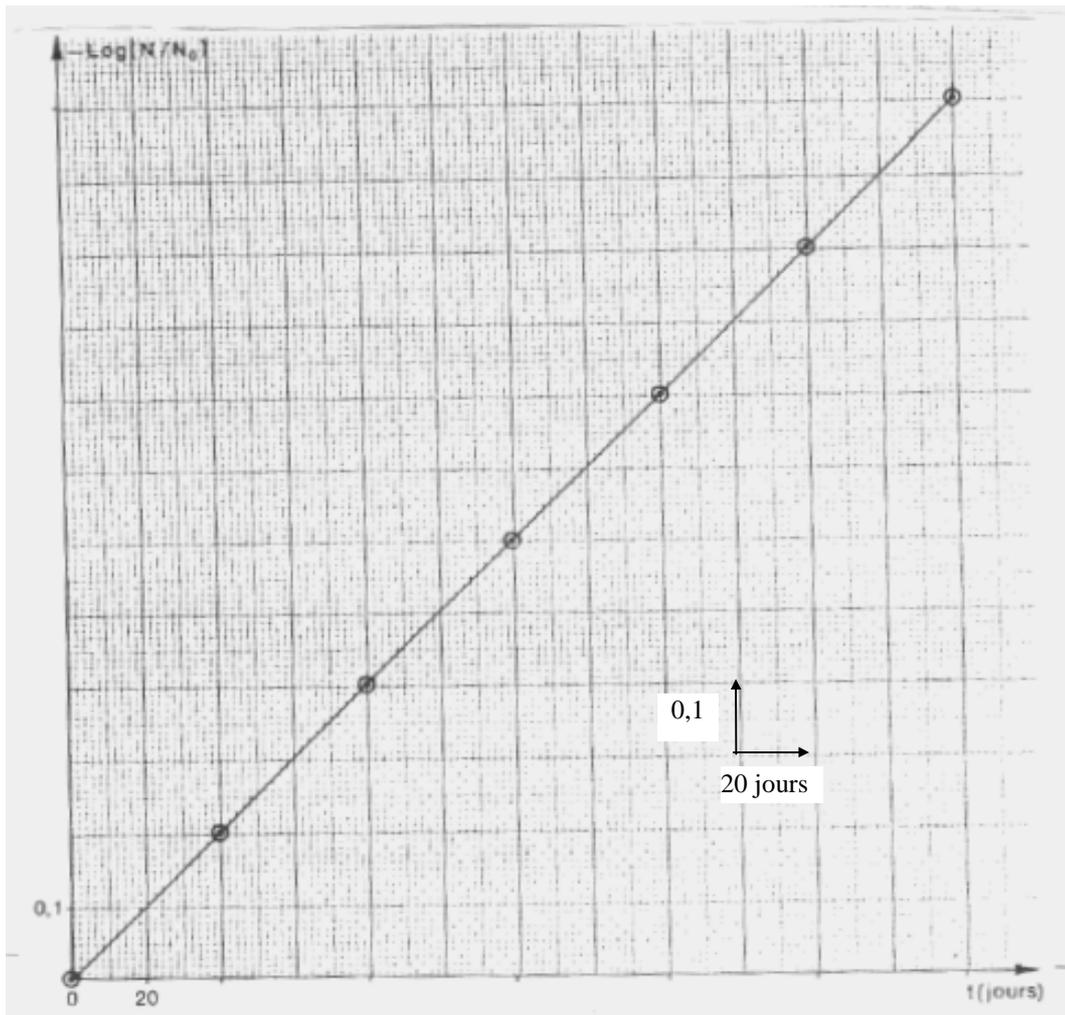


d'après les lois de conservation de Z et de A ; la particule X émise est un électron ( ${}^0_{-1}\text{e}$ ). Il s'agit d'une radioactivité de type  $\beta^-$ .

**EXERCICE N°7:**

Représentation graphique  $-\text{Log} \frac{N}{N_0} = f(t)$

t (jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30
$-\text{Log} \frac{N}{N_0}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2



Le graphe est une droite passant par l'origine :

$y = -\text{Log} \frac{N}{N_0} = f(t)$  s'écrit sous la forme :

$y = B \times t$  B: une constante positive.

Elle représente le coefficient directeur de la droite.

soit  $B = 5,79 \cdot 10^8 \text{s}^{-1}$ . D'après la loi de décroissance radioactive on a :

$$\text{Log} \frac{N}{N_0} = -\lambda t \quad \text{il vient : } \lambda = B = 5,79 \cdot 10^8 \text{s}^{-1}$$

la période radioactive T est donnée par la relation

$$T = \frac{\text{Log} 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

soit  $T = 1,19 \cdot 10^7 \text{s} \cong 137$  jours

3. Si la masse restante est le  $1/10^{\text{ème}}$  de la masse initiale,

$$\text{alors } \frac{N}{N_0} = \frac{1}{10} ; \quad \text{or } \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \text{ d'où } \frac{1}{10} = e^{-\lambda t}$$

$$\text{soit } t = \frac{\text{Log} 10}{\lambda} = 3,98 \cdot 10^7 \text{s} \cong 460 \text{ jours.}$$

### EXERCICE N°8

1- On a la relation :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$  (1).

N : le nombre de noyaux présents à la date dans un échantillon radioactive.

$N_0$  : nombre de noyau présents à la date  $t=0$ .

$\lambda$ : la constante radioactive.

Pour  $t=T$  avec T : la période radioactive, on a

$$N = \frac{N_0}{2}$$

$$\text{Il vient : } \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \text{ d'où } T = \frac{\text{Log} 2}{\lambda}$$

2- L'activité d'une substance radioactive est :

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \text{ soit } A = A_0 e^{-\lambda t}$$

L'activité pour 1g de carbone de  $\text{CO}_2$  de la matière est de 13,6 désintégrations par minute. Celle de 1g de carbone du bois mort est de 12 désintégrations  $\text{min}^{-1}$ . Soit t le nombre d'années depuis que l'arbre a été abattu

on a :  $A = A_0 e^{-\lambda t}$

$$\text{D'où } t = \frac{1}{\lambda} \log \frac{A_0}{A} \text{ avec } \lambda = \frac{\log 2}{T}$$

$$\text{Soit } t = \frac{T}{\log 2} \log \frac{A_0}{A}$$

Il faut savoir établir la relation (1) : (voir cours)

Savoir la définition de T.

Attention on a Log : logarithme népérien.

$$t = \frac{5730}{0,693} \log \frac{13,6}{12} \text{ soit } t=1035 \text{ années.}$$

Puisque la mesure de l'activité a été faite en 1983 donc l'arbre a été abattu en 1983 – 1035 = 948. Il a été donc abattu en l'année 948.

### EXERCICE N°9

1- le radioélément  ${}_{88}^{226}\text{Ra}$  subit une désintégration de type  $\alpha$  : Le noyau de Ra subit une transmutation en donnant un noyau fils (Rn) et une particule  $\alpha$  (noyau d'hélium). Au cours de la désintégration, il y a conservation du nombre de masse et du nombre de charge.

2- Calculons le défaut de masse.

$$\Delta m = m_{\text{Ra}} - (m_{\alpha} + m_{\text{Rn}})$$

$$\text{soit } \Delta m = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{ u.}$$

l'énergie libérée est donc égale à :  $E = \Delta m c^2$

$$E = 5,2 \cdot 10^{-3} \times 931,5 = 4,8 \text{ MeV}$$

Au cours de la réaction, il y a perte de masse  
 $m_{\alpha} + m_{\text{Rn}} < m_{\text{Ra}}$   
 Ce qui explique l'énergie libérée.

- Une partie de cette énergie est emportée par les noyaux de Rn et  $\alpha$  sous forme d'énergie cinétique.
- Une partie est emportée par le noyau de Radon (Rn) formé à l'état excité : au retour à l'état fondamental (correspondant à la plus basse énergie) il y a émission de rayonnement.

3- Au cours de la désintégration, il y a conservation de la quantité de mouvement. Or initialement le noyau Ra est au repos. On écrit

$$\text{alors : } \vec{p}_{\alpha} + \vec{p}_{\text{Rn}} = \vec{0}.$$

$$\text{Soit } m_{\alpha} \vec{V}_{\alpha} + m_{\text{Rn}} \vec{V}_{\text{Rn}} = \vec{0} \quad (1)$$

Puisqu'il n'y a pas émission de rayonnement  $\gamma$ , l'énergie E libérée au cours de la réaction se retrouve sous forme d'énergie cinétique. On écrit :

$$E = \frac{1}{2} m_{\alpha} V_{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{Rn}} V_{\text{Rn}}^2 \quad (2)$$

La relation (1) donne  $m_{\alpha} \|\vec{V}_{\alpha}\| = m_{\text{Rn}} \|\vec{V}_{\text{Rn}}\|$  d'où  $\|\vec{V}_{\alpha}\| = \frac{m_{\text{Rn}}}{m_{\alpha}} \|\vec{V}_{\text{Rn}}\|$

La relation (2) devient :  $E = \frac{1}{2} \frac{m_{\text{Rn}}^2}{m_{\alpha}} V_{\text{Rn}}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{Rn}} V_{\text{Rn}}^2$

$$\text{Soit } E = \frac{1}{2} m_{Rn} V_{Rn}^2 \left[ 1 + \frac{m_{Rn}}{m_{\alpha}} \right] \text{ d'où } \|\vec{V}_{Rn}\| = \sqrt{\frac{2E}{m_{Rn} \left[ 1 + \frac{m_{Rn}}{m_{\alpha}} \right]}}$$

$$A.N. : \|\vec{V}_{Rn}\| = 2,72 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{et } \|\vec{V}_{\alpha}\| = \|\vec{V}_{Rn}\| \cdot \frac{m_{Rn}}{M_{\alpha}}$$

$$\|\vec{V}_{\alpha}\| \cong 15,1 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

Calculs des énergies cinétiques des noyaux de Rn et des particules  $\alpha$ :

$$E = E_{c(\alpha)} + E_{c(Rn)}$$

$$\frac{E_{c(\alpha)}}{E_{c(Rn)}} = \frac{m_{\alpha} V_{\alpha}^2}{m_{Rn} V_{Rn}^2}$$

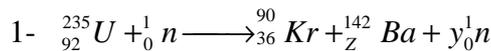
$$\text{Or } m_{\alpha} \|\vec{V}_{\alpha}\| = m_{Rn} \|\vec{V}_{Rn}\|$$

$$\text{Il vient : } \frac{E_{c(\alpha)}}{E_{c(Rn)}} = \frac{m_{Rn}}{m_{\alpha}} \text{ soit } \frac{E_{c(\alpha)}}{E_{c(Rn)}} = 55,5$$

$$E = E_{c(\alpha)} + \frac{E_{c(\alpha)}}{55,5} \quad E = E_{c(\alpha)} \left[ 1 + \frac{1}{55,5} \right] \text{ d'où } E_{c(\alpha)} = \frac{E}{1 + \frac{1}{55,5}}$$

$$\text{soit } E_{c(\alpha)} = 4,72 \text{ MeV} \quad \text{et } E_{c(Rn)} = 0,08 \text{ MeV} \ll E_{c(\alpha)}$$

### EXERCICE N°10



Pour déterminer les nombres Z et y, on applique les lois de conservation du nombre de charge et nombre de masse :

- $235 + 1 = 90 + 142 + y$  Soit  $y = 4$
- $92 + 0 = 36 + Z + 0$  Soit  $Z = 56$

Le noyau d'uranium suite à la collision avec un neutron lent, il se fragmente en deux noyaux moins lourds de masses comparables, il s'agit donc d'une réaction de fission.

2- Calculons le défaut de masse :

$$\Delta m = (m_U + m_n) - (m_{kr} + m_{Ba} + 4m_n)$$

$$\text{soit } \Delta m = 0,18185u$$

L'énergie libérée est  $E = \Delta m C^2$ .

$$E = \frac{0,18185 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^8)^2}{1,6 \cdot 10^{-13}} \quad \text{soit } E = 170,8 \text{ MeV.}$$

3- a- Calculons le nombre de noyaux d'uranium correspondant à une masse de 1 kg  ${}^{235}\text{U}$ .

$$N = \frac{m}{m_U} = \frac{1}{235.1,67.10^{-27}} \text{ soit } N = 2,54.10^{24} \text{ noyaux.}$$

L'énergie libérée correspondante est :

$$E_1 = 185.N \text{ soit } E_1 \cong 470.10^{24} \text{ MeV}$$

$$E_1 = 7,52.10^{13} \text{ J.}$$

b- La puissance est donnée par la relation :  $P = \frac{E_1}{\Delta t}$

$$\text{Il vient : } \Delta t = \frac{E_1}{P} ; \text{ A.N. : } \Delta t = 7,52.10^{-5} \text{ s}$$
$$\Delta t \cong 208 \text{ heures}$$

# CHIMIE



## ***Cinétique Chimique***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés.*

## ***Les équilibres chimiques***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***Les réactions acides – bases - pH***

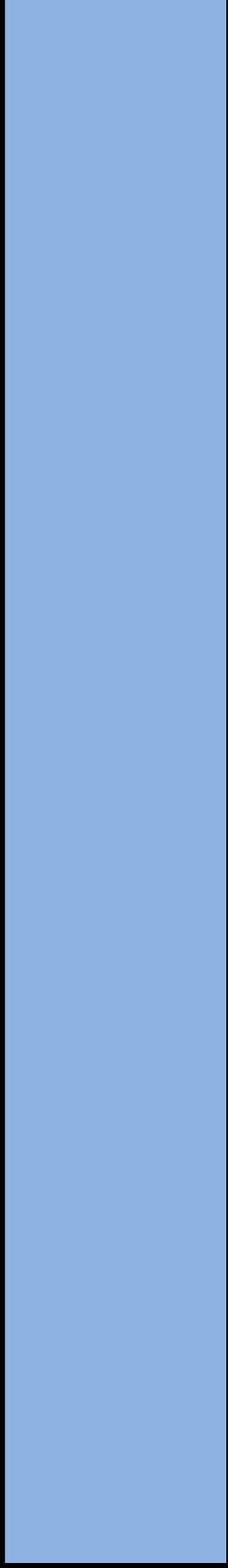
- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***Dosage acido – basiques***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*

## ***Les piles électrochimiques***

- ✓ *Enoncés des exercices proposés.*
- ✓ *Corrigés des exercices proposés*



# Cinétique Chimique

## Objectifs

1. Définir les vitesses moyennes et instantanées de disparition d'un réactif ou d'apparition d'un produit au cours d'une réaction chimique.
2. Déterminer graphiquement la valeur de la vitesse instantanée.
3. Dégager les facteurs cinétiques :
  - Influence de la température
  - Influence des concentrations des réactifs
  - Influence du catalyseur.



## L'essentiel de l'essentiel à retenir

- ✓ On rappelle la définition de la concentration molaire d'une entité chimique A dans une solution :

$[A] = \frac{n_A}{V}$  :  $n_A$  étant la quantité de matière (en moles) de A dans 1 litre de solution.

- ✓ Vitesse moyenne entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ )

- ✓ Vitesse moyenne de formation d'un produit P :

$$V_m(P) = \frac{\Delta [P]}{\Delta t} ; \Delta t = t_2 - t_1 \text{ ou } V_m(P) = \frac{\Delta n_P}{\Delta t}$$

- ✓ Vitesse moyenne d'un réactif R :

$$V_m(R) = - \frac{\Delta [R]}{\Delta t} \text{ ou } V_m(P) = - \frac{\Delta n_R}{\Delta t}$$

- Vitesse instantanée à une date t donnée :

- de formation d'un produit

$$V_t(P) = \frac{d[P]}{dt}$$

- de disparition d'un réactif

$$V_t(R) = - \frac{d[R]}{dt}$$

**Graphiquement  $V_t(P)$  est égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe  $[P] = f(t)$  au point d'abscisse considéré**

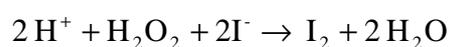
**$V_t(R)$  est l'opposé du coefficient directeur.**

- En général, les vitesses de formation d'un produit ou de disparition d'un réactif augmentent avec les concentrations initiales des réactifs.
- Une réaction donnée est accélérée par une augmentation de la température.
- Un catalyseur permet d'accélérer des réactions thermo-dynamiquement possibles.

## Contrôlez vos connaissances



1. Dans la réaction d'oxydation des ions iodure  $\text{I}^-$  par l'eau oxygénée ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ), comment varie la vitesse de formation du diiode :



- lorsque  $[\text{I}^-]$  augmente ?
- lorsque  $[\text{H}_2\text{O}_2]$  diminue ?

2. Dans un flacon contenant de la grenaille de zinc, on ajoute de l'acide chlorhydrique concentré, la réaction s'emballe.

Comment la ralentir ?

3. Pourquoi conserve-t-on les aliments dans des réfrigérateurs ?

## EXERCICES PROPOSES

**Exercice N° 1 :**

On mélange dans un bêcher  $100 \text{ cm}^3$  d'une solution aqueuse d'iodure de potassium KI de concentration molaire  $0,400 \text{ mol.L}^{-1}$  et  $100 \text{ cm}^3$  d'une solution aqueuse de peroxydisulfate de potassium  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$  de concentration molaire  $0,036 \text{ mol.L}^{-1}$ .

Durant toute la réaction, la température et le volume du milieu réactionnel restent constants.

Le mélange initialement incolore, devient jaunâtre par suite de la formation progressive du diiode  $\text{I}_2$ .

1.

a ) Quels sont les couples redox mis en jeu ?

b ) Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit.

2. On effectue à différentes dates  $t$  comptés à partir du moment où on a réalisé le mélange, des prélèvements du milieu réactionnel.

On dose le diiode formé après avoir versé dans chaque prélèvement de l'eau glacée. Les résultats du dosage sont consignés dans le tableau suivant :

temps (min)	3	5	9	12	16
$[\text{I}_2]$ ( $\text{mol.L}^{-1}$ )	0,0028	0,0043	0,0068	0,0082	0,0101

temps (min)	20	30	40	65	80
$[\text{I}_2]$ ( $\text{mol.L}^{-1}$ )	0,014	0,0137	0,0152	0,0166	0,0169

tracer la courbe  $[\text{I}_2] = f(t)$ . On prendra comme échelle :

1 cm pour 5 min en abscisse

1 cm pour  $0,001 \text{ mol.L}^{-1}$  en ordonnée

3.

- Définir la vitesse instantanée de formation  $V$  du diiode.
- Déterminer graphiquement la valeur de la vitesse  $V$  aux dates  $t_1 = 20$  min et  $t_2 = 65$  min.
- Préciser comment évolue la vitesse  $V$  au cours du temps et fournir une explication à cette évolution.

4.

- a) Déterminer la quantité de diiode susceptible d'être formée si la réaction était totale.
- b) Dédire, graphiquement, la date  $t_0$  à laquelle le mélange contient la moitié de cette quantité.

**Exercice N° 2 :**

On étudie la décomposition catalytique du peroxyde d'hydrogène (eau oxygénée  $H_2O_2$ ) dans un ballon maintenu à la température constante.

L'eau oxygénée se décompose en dioxygène et eau.

1. Ecrire l'équation chimique de la réaction qui se produit.
2. A la date  $t = 0$ , la solution contient 0,01 mole d'eau oxygénée et occupe un volume de 1 L.

Le volume de dioxygène obtenu est mesuré à pression constante. Les résultats sont les suivants :

t (min)	0	5	10	15	25	35	55	75
$V_{O_2}$ (cm <sup>3</sup> )	0	15,0	28,0	39,4	57,6	71,6	90,4	101,2

Dans les conditions de l'expérience le volume molaire des gaz est  $24 \text{ L.mol}^{-1}$

- a) Déterminer les concentrations de l'eau oxygénée restant en solution.

Tracer la courbe :  $[H_2O_2] = f(t)$

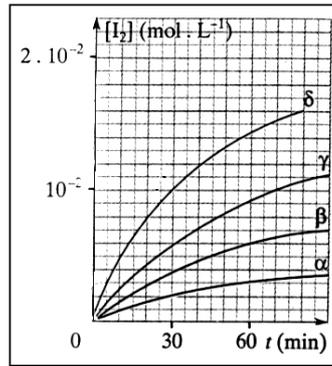
Échelles : en abscisse : 1 cm pour 5 min  
 en ordonnée : 2 cm pour  $10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

- b) Quelle est la vitesse de disparition de l'eau oxygénée à la date  $t = 18$  min ? En déduire la vitesse d'apparition du dioxygène à cette date.

**Exercice N° 3 :**

On réalise l'étude cinétique de l'oxydation des ions iodure par les ions peroxodisulfate  $S_2O_8^{2-}$  en solution aqueuse en dosant le diiode formé au cours du temps. Les résultats obtenus pour diverses conditions initiales précisées ci-dessous ont permis de tracer les courbes de la figure ci-dessous.

Expérience	1	2	3	4
$[S_2O_8^{2-}]_0$ (mmol.L <sup>-1</sup> )	10	20	10	20
$[I^-]_0$ (mmol.L <sup>-1</sup> )	20	40	20	40
$\theta$ °C	18	18	33	33



1. Donner l'équation bilan de la réaction étudiée.
2. Déterminer les concentrations du diiode formé au bout d'un temps très long  $[I_2]_{\infty}$  dans chacune de ces expériences.
3. Attribuer chaque courbe à l'expérience qui convient en justifiant ces attributions.

#### Exercice N° 4 :

On effectue la réaction d'estérification de l'acide méthanoïque  $HCOOH$  par l'éthanol  $C_2H_5OH$  à une température constante de  $50\text{ }^{\circ}C$  en mélangeant, à la date  $t = 0$ , une mole d'acide et une mole d'alcool; le volume de la solution est de  $200\text{ cm}^3$ .

On réalise, au cours du temps, des prélèvements de volume négligeable, grâce auxquels on dose le nombre de moles  $n$  d'acide restant dans le mélange.

Les résultats sont portés dans le tableau suivant :

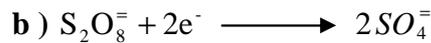
<b>t (min)</b>	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120
<b>n (mol)</b>	1	0,81	0,69	0,60	0,54	0,49	0,44	0,39	0,37	0,36

1. Tracer le graphe représentant la concentration de l'ester formé en fonction du temps
2. En déduire la vitesse moyenne d'estérification pendant les 15 premières minutes et en déduire une valeur approchée de la limite d'estérification dans les conditions indiquées.
3. Comment pourrait-on augmenter la vitesse de la réaction sans modifier la valeur de la limite ?

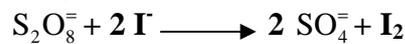
**Exercice N°1:**

1.

a ) Les couples redox mis en jeu sont



L'équation bilan :



2. Voir papier millimétré

3. a ) la vitesse instantanée de formation du diiode est la dérivée par rapport au temps de la quantité de matière (en moles) du diiode (ou la dérivée de la molarité de  $I_2$ .

$$V_t(I_2) = \frac{dn_{I_2}}{dt} \text{ ou } V_t(I_2) = \frac{d[I_2]}{dt}$$

b ) La valeur de cette vitesse à l'instant  $t_1$  est égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe  $[I_2]=f(t)$  au point d'abscisse  $t_1$ .

On considère les points de la tangente :

$A_1(20, 0.0114)$  ;  $B_1(45, 0.019)$

$$V_t(I_2) = \frac{0.019 - 0.0114}{45 - 20} = 3.10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \text{ min}^{-1}$$

On procède de la même manière pour chercher la vitesse de formation de  $I_2$  à l'instant  $t_2 = 65 \text{ min}$ .

On obtient ainsi :

$$V_{t_2}(I_2) = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

c ) Le tracé de la courbe montre que le coefficient directeur de la tangente à la courbe diminue lorsque l'abscisse  $t$  augmente. Donc  $V_t(I_2)$  diminue au cours du temps.

Cette diminution est due à la diminution des concentrations des réactifs au cours de la réaction.

4. a ) Calculons les nombres de moles initiales des réactifs:

$$(n_{S_2O_8^{2-}})_0 = C \cdot V \text{ avec } C = 0,036 \text{ mol.L}^{-1} \text{ et}$$

$$V = 100 \text{ cm}^3 = 0,1 \text{ L}$$

$$(n_{S_2O_8^{2-}})_0 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ mole ; } (n_{I^-})_0 = C' \cdot V'$$

$$\text{avec } C' = 0,400 \text{ mol.L}^{-1} \text{ et } V' = 0,1 \text{ L}$$

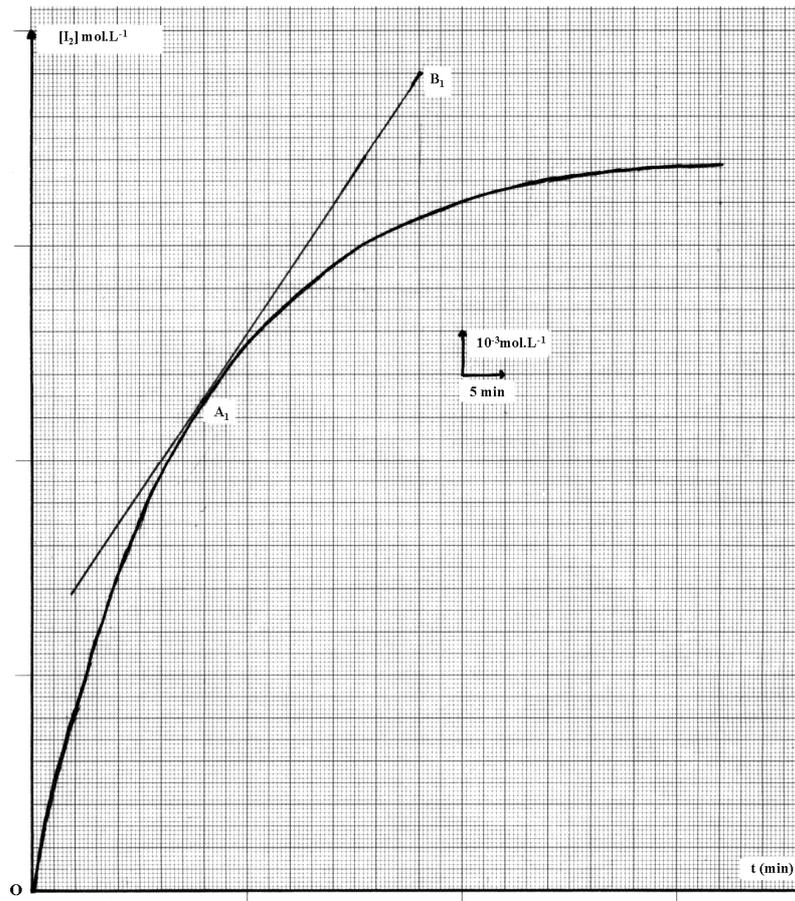
$$\text{Soit } (n_{I^-})_0 = 0,04 \text{ mole}$$

**Commentaires et conseils**

*\* Il s'agit de l'oxydation des ions iodures  $I^-$  par les ions peroxydisulfate*

*\* il est préférable que le point  $B_1$  choisi soit le plus éloigné possible de  $A_1$ .*

d'après l'équation chimique de la réaction une mole de  $S_2O_8^{2-}$  oxyde deux moles d'ions  $I^-$  ; la quantité des ions  $I^-$  est en excès.



En supposant la réaction totale toute la quantité d'ions  $S_2O_8^{2-}$  va disparaître.  $(n_{I_2})_{\text{apparus}} = (n_{S_2O_8^{2-}})_{\text{ré agit}}$

donc  $(n_{I_2})_{\text{formé}} = 3,6 \cdot 10^{-3}$  mole

**b)** Pour  $t = t_0$ , le mélange contient.

$$n_{I_2} = \frac{3,6 \cdot 10^{-3}}{2} \text{ soit } n_{I_2} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ mole}$$

$$[I_2] = \frac{n_{I_2}}{V} \text{ avec } V : \text{ volume du mélange}$$

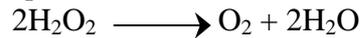
$$V = 200 \text{ cm}^3 = 0,2 \text{ L} ; \text{ d'où } [I_2] = 9 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.$$

Graphiquement on cherche le point d'abscisse  $t_0$  pour lequel :

$$[I_2] = 9 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \text{ soit : } t_0 = \mathbf{14 \text{ min}}$$

**Exercice N° 2 :**

1. L'équation de la réaction s'écrit :



2. a) déterminons la molarité d'eau oxygénée restant. La quantité de  $\text{H}_2\text{O}_2$  restant est égale à :  $(n_{\text{H}_2\text{O}_2})_{\text{restant}} = (n_{\text{H}_2\text{O}_2})_{\text{initial}} - (n_{\text{H}_2\text{O}_2})_{\text{disparu}}$

or après l'équation chimique

$$(n_{\text{H}_2\text{O}_2})_{\text{disparu}} = 2 n_{\text{O}_2\text{apparu}}$$

$$d'autre part n_{\text{O}_2} = \frac{V_{\text{O}_2}}{V_0}$$

avec  $V_0$  volume molaire des gaz

$$d'où (n_{\text{H}_2\text{O}_2})_{\text{restant}} = (n_{\text{H}_2\text{O}_2})_{\text{initial}} - 2 \cdot \frac{V_{\text{O}_2}}{V_0}$$

à une date  $t$  la molarité d'eau oxygénée restant est :

$$[\text{H}_2\text{O}_2]_{\text{restant}} = [\text{H}_2\text{O}_2]_{\text{initial}} - 2 \cdot \frac{V_{\text{O}_2}}{V_0 \times V}$$

avec  $V$  : volume de la solution  $V = 1 \text{ L}$  et  $[\text{H}_2\text{O}_2]_{\text{initial}} = 0,01 \text{ mol L}^{-1}$

$$\text{il vient } [\text{H}_2\text{O}_2]_{\text{restant}} = 0,01 - \frac{1}{2} V_{\text{O}_2} \quad (V_{\text{O}_2} \text{ en litre})$$

On obtient ainsi le tableau de valeurs suivant :

t (min)	0	5	10	15	25	35	55	75
$10^3 \times$ [H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> ] (mol.L <sup>-1</sup> )	10	8,75	7,66	6,71	5,2	4,03	2,46	1,56

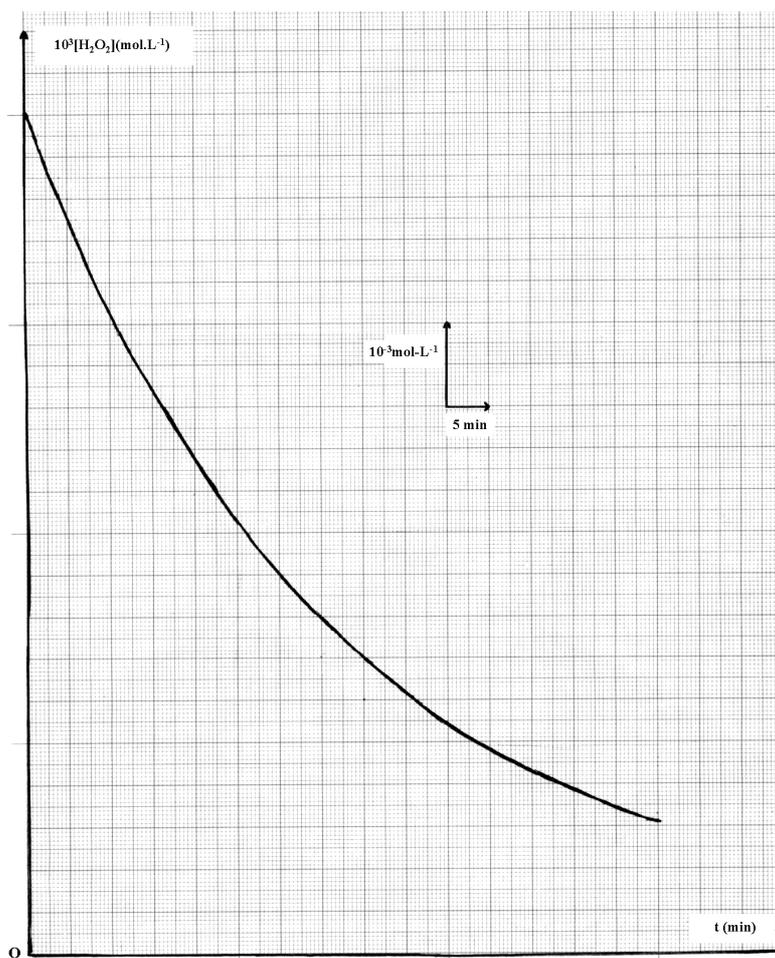
On obtient le graphe  $[\text{H}_2\text{O}_2] = f(t)$  ci-joint .

b) La vitesse de disparition de  $\text{H}_2\text{O}_2$  , à  $t = t_1 = 18 \text{ min}$  est l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $t_1$ . ainsi on trouve :  $V_{t_1}(\text{H}_2\text{O}_2) \cong 16,4 \cdot 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ ;

d'après l'équation chimique :

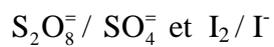
$$(n_{\text{O}_2})_{\text{formé}} = \frac{1}{2} (n_{\text{H}_2\text{O}_2})_{\text{disparu}} \text{ donc } V_{t_1}(\text{O}_2) = \frac{1}{2} V_{t_1}(\text{H}_2\text{O}_2)$$

$\text{soit } V_{(\text{O}_2)} \cong 8,2 \cdot 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$

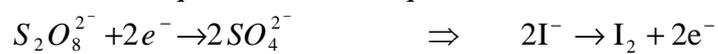


**Exercice N°3 :**

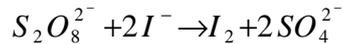
1. équation bilan de la réaction redox : Les 2 couples redox mis en jeu sont :



Les deux demi équations électroniques s'écrivent :



L'équation bilan est :



2. D'après l'équation une mole d'ion  $S_2O_8^{2-}$  oxyde deux moles d'ion  $I^-$  et conduit à la formation d'une mole de diiode  $I_2$ .

Or d'après le tableau de valeurs  $[S_2O_8^{2-}]_0 = \frac{1}{2} [I^-]_0$

donc les réactifs sont mélangés dans des proportions stœchiométriques.

Après un temps très long, tous les réactifs vont disparaître donc :

$$[I_2]_{\infty} = [S_2O_8^{2-}]_0 \text{ ou } [I_2]_{\infty} = \frac{1}{2} [I^-]_0$$

Pour les expériences (1) et (3) :

$$[I_2]_{\infty} = 10 \text{ m.mol.L}^{-1} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

Pour les expérience (2) et (3) :

$$[I_2]_{\infty} = 20 \text{ mmol.L}^{-1} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

3. Cette question met en évidence les facteurs cinétiques :

❖ lorsque les concentrations initiales des réactifs sont grandes alors la vitesse de formation de  $I_2$  est grande.

❖ l'élévation de température accélère la réaction. Comparons les vitesses de formations de  $I_2$  à  $t = 0$  pour les différentes expériences. Ces vitesses sont données par les coefficients directeurs des tangentes aux courbes au point  $0(t = 0)$ .

On remarque que  $V_0(\delta) > V_0(\gamma) > V_0(\beta) > V_0(\alpha)$

Pour la courbe  $\alpha$  la vitesse de formation de  $I_2$  est la plus faible elle correspond donc aux concentrations initiales et température les plus faibles. Donc la courbe  $\alpha$  correspond à l'expérience (1); la courbe  $\delta$  correspond à la vitesse la plus grande.

Donc elle est relative aux concentrations initiales les plus grandes et température la plus élevée.

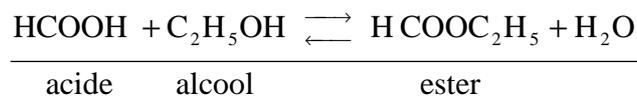
Il s'agit donc de l'expérience (4).

La courbe  $\gamma$  montre que  $[I_2]_{\infty} > 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

Or on sait que  $[I_2]_{\infty} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  pour l'expérience (3). La courbe  $\gamma$  ne peut correspondre donc qu'à l'expérience (2), alors la courbe  $\beta$  à l'expérience (3).

### **Exercice N° 4 :**

1. l'équation bilan de la réaction d'estérification s'écrit:



d'après l'équation chimique une mole d'acide réagit pour conduire à une mole d'ester.

Donc  $(n_{\text{ester}})_{\text{formé}} = (n_{\text{acide}})_{\text{disparu}}$

Or  $(n_{\text{acide}})_{\text{disparu}} = (n_{\text{acide}})_{\text{initial}} - (n_{\text{acide}})_{\text{restant}}$ .  $(n_{\text{acide}})_{\text{initial}} = 1 \text{ mole}$

Le nombre de mole d'ester formé à une date  $t$  est:

$n_{\text{ester}} = 1 - n$  (en moles) alors la concentration molaire de l'ester serait :

$$[\text{ester}] = \frac{1 - n}{V} \text{ (en mol.L}^{-1}\text{)}$$

avec  $V$  : volume du mélange  $V = 200 \text{ cm}^3 = 0,2 \text{ L}$

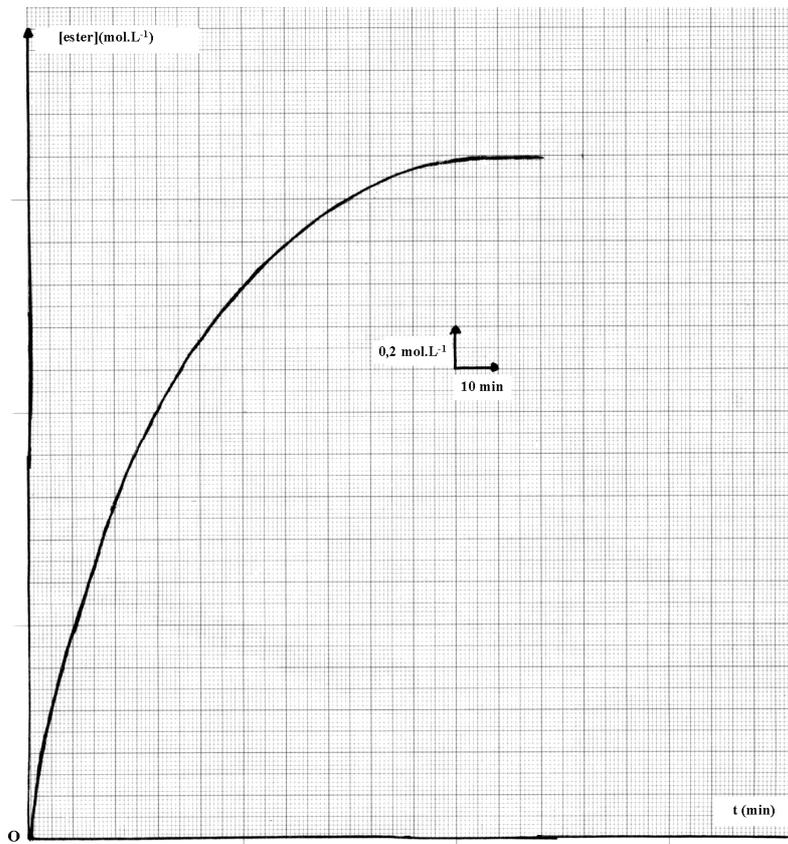
On a donc le tableau de valeurs suivant :

t (min)	10	20	30	40	50	60	80	100	120
[ester] (mol.L <sup>-1</sup> )	0,95	1,55	2	2,3	2,55	2,8	3,05	3,15	3,2

Graphes de  $[\text{ester}] = f(t)$  On a adopté les échelles suivantes :

1 cm  $\rightarrow$  10 min

1 cm  $\rightarrow$  0,2 mol.L<sup>-1</sup>



2.

- ❖ Par définition la vitesse moyenne de formation de l'ester dans l'intervalle [ 0, 15 min ] est donnée par la relation :

$$V_m(\text{ester}) = \frac{\Delta[\text{ester}]}{\Delta t} \quad \text{avec } \Delta t = 15 \text{ min}$$

On a pour  $t_0 = 0$        $[\text{ester}]_0 = 0 \text{ mol.L}^{-1}$   
d'après le graphe :

pour  $t_1 = 15 \text{ min}$  on a  $[\text{ester}]_{t_1} = 1,24 \text{ mol.L}^{-1}$

$$\text{d'où } V_m(\text{ester}) = \frac{1,26 - 0}{15 - 0}$$

soit  $V_m(\text{ester}) = 8,4 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$

- ❖ Pour  $t \geq 120 \text{ min}$ , la réaction d'estérification, à l'échelle macroscopique, ne se fait plus puisque  $n_{\text{ester}}$  reste constant. On a donc atteint la limite d'estérification.

Cette limite  $R = \frac{\text{nombre de moles d'alcool}}{\text{nombre de moles d'alcool initial}}$   
puisque le volume du mélange réactionnel est supposé constant on aura :

$$R = \frac{[\text{alcool}]_{\text{estérifié}}}{[\text{alcool}]_{\text{initial}}}$$

Or  $[\text{alcool}]_{\text{estérifié}} = [\text{ester}]_{\text{formé}}$  d'où  $R = 64\%$

3.

- ❖ Pour augmenter la vitesse de la réaction sans changer cette limite on doit jouer sur les facteurs cinétiques :
  - réaliser l'expérience à une température plus élevée
  - réaliser l'expérience en utilisant **quelques gouttes** d'acide sulfurique concentré jouant le rôle de catalyseur.

**Commentaires et conseils**

*On peut aussi utiliser*

$$V_{m(\text{ester})} =$$

$$\frac{\Delta n_{\text{ester}}}{\Delta t}$$

*\*Pour  $t \geq 120 \text{ min}$   
 $[\text{ester}] =$   
constante au  
cours du temps à  
l'échelle*

macroscopique

*la vitesse de  
formation de  
l'ester est nulle  
Donc rien ne se  
passe mais à  
l'échelle*

microscopique

*cette vitesse est  
différente de  
zéro on a un  
équilibre  
dynamique.*

*\* Cette limite est  
attendue car le  
mélange initial  
et équimolaire et  
l'alcool est  
primaire*

## Réponses à « Contrôlez vos connaissances »

1-

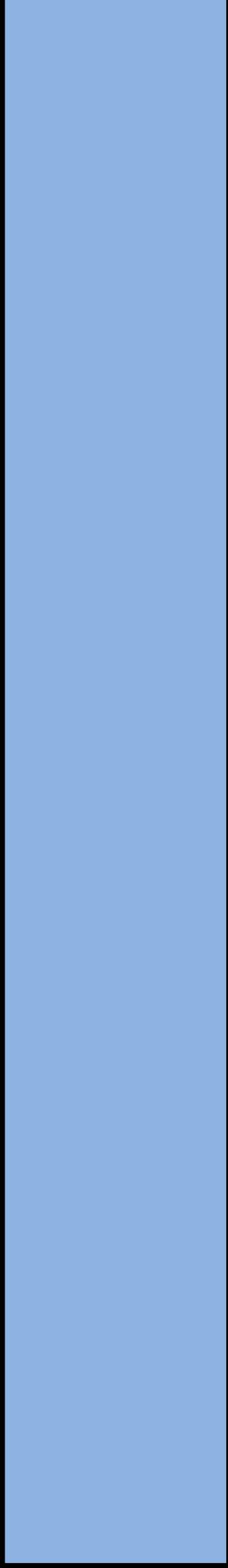
- a) La vitesse augmente
- b) La vitesse diminue

2-

Par addition de l'eau froide

3-

L'abaissement de température bloque les réactions de décomposition des aliments.



# Les équilibres Chimiques

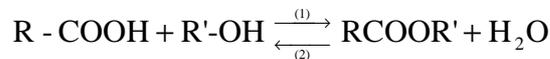
## Objectifs

- ✓ Réaliser et interpréter l'expérience d'estérification.
- ✓ Dégager la notion d'équilibre dynamique.
- ✓ Utiliser les résultats expérimentaux obtenus dans l'étude expérimentale de la réaction d'estérification pour introduire la notion de constante d'équilibre
- ✓ appliquer la loi d'action de masse dans le cas général.
- ✓ Appliquer la loi d'action de masse à l'équilibre ionique de l'eau
- ✓ Énoncer et appliquer la loi de modération

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

- Retenir que la réaction d'estérification est la réaction entre un alcool et un acide carboxylique.

L'équation bilan :

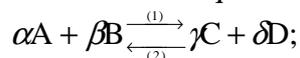


La réaction inverse ( sens 2 ) de la réaction d'estérification est la réaction d'hydrolyse de l'ester.

Les deux réactions (1) et (2) sont des réactions limitées aboutissant à un état d'équilibre dynamique.

A l'équilibre la composition du système est invariante.

- Pour une réaction d'équation générale :



La fonction  $\pi$  des concentrations relativement à la réaction directe ( sens 1 )

s'écrit : 
$$\pi = \frac{[C]^\gamma \times [D]^\delta}{[A]^\alpha \times [B]^\beta}$$

- A l'équilibre dynamique et à une température donnée T,  $\pi$  prend une valeur constante notée K appelée constante d'équilibre de la réaction

considérée 
$$\pi_{\text{éq}} = K_{(T)} = \frac{[D]_{\text{éq}}^\delta \times [C]_{\text{éq}}^\gamma}{[A]_{\text{éq}}^\alpha \times [B]_{\text{éq}}^\beta}$$

Pour une réaction athermique K n'est pas modifié par un changement de la température.

Dans le cas où l'un des constituants du système est un corps solide, on utilise la forme usuelle de la loi d'action de masse.

- Pour un système donné on a 3 cas possibles :

- \*  $\pi > K$  alors la réaction (2) est possible spontanément.
- \*  $\pi < K$  la réaction (1) est possible spontanément
- \*  $\pi = K$  le système est dans un état d'équilibre dynamique.

- **Loi de modération :**

**Enoncé :** Toute modification extérieure apportée à un système chimique en équilibre dynamique déplace celui-ci dans le sens qui tend à modérer la modification apportée au système.

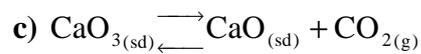
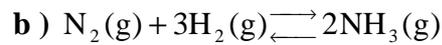
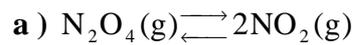
Cette loi concerne l'effet de température, de la pression ou les concentrations des différents constituants du système.

La loi de modération concerne donc le déplacement d'un équilibre et le faire évoluer vers un autre état d'équilibre.

## Contrôlez vos connaissances

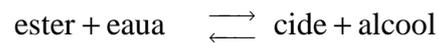


**1 -** Appliquer la loi d'action de masse et écrire la constante d'équilibre pour les réactions suivantes :



**2 -**

a) Écrivez la loi d'action de masse pour la réaction symbolisée par :



b) la constante d'équilibre est la constante d'hydrolyse ; déterminer sa valeur sachant que celle de l'estérification est égale à 4.

**3 -** Est-ce qu'un équilibre est déplacé par l'emploi d'un catalyseur ?

**EXERCICES PROPOSÉS****Exercice N°1 :**

Dans un tube, à une température  $\theta_1$ , on introduit 2,4g d'acide éthanóïque et 2,96 g d'alcool saturé de formule brute  $C_4H_{10}O$ .

Lorsque la limite d'estérification est atteinte, l'acide restant est neutralisé par  $19 \text{ cm}^3$  de soude 2 M.

a ) Déterminer la limite d'estérification et en déduire la classe de l'alcool.

b) Déterminer la constante d'équilibre de la réaction.

**Exercice N° 2 :**

1 - a )

On mélange deux moles d'un alcool R-OH et trois moles d'acide éthanóïque ; le nombre de moles d'ester obtenu à l'équilibre est 1,57. En déduire la constante d'équilibre de la réaction

b ) Que deviendra la composition du mélange final à l'équilibre si on part d'un mélange initial mole à mole ?

2 - On mélange une mole de l'alcool ROH avec deux moles d'acide éthanóïque. Au bout d'un temps  $t_1$ , la somme des nombres de moles de l'alcool et de l'acide existant en solution est 1,50.

a ) Déterminer la composition du mélange à l'instant  $t_1$ .

b ) Cette composition obtenue, à l'instant  $t_1$ , subirait-elle un changement ? si oui préciser dans quel sens ?

**Exercice N° 3 :**

Dans un récipient de volume  $V = 10 \text{ L}$ , on introduit 0,4 mole de diiode, 0,4 mole de dihydrogène et 0,6 mole d'iodure d'hydrogène.

On aboutit, à la température T, à un équilibre chimique, caractérisé par l'équation :  $H_{2(g)} + I_{2(g)} \rightleftharpoons 2 HI_{(g)}$

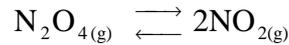
1 - Sachant qu'à l'équilibre  $[ I_2 ] = 16.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ , Calculer la constante d'équilibre K.

2 - A une température  $T' > T$ , on constate que la nouvelle valeur de la constante d'équilibre est  $K'$  tel que  $K' < K$ .

Que peut-on conclure quant au caractère énergétique de la réaction de synthèse de l'iodure d'hydrogène. Justifier.

**Exercice N°4 :**

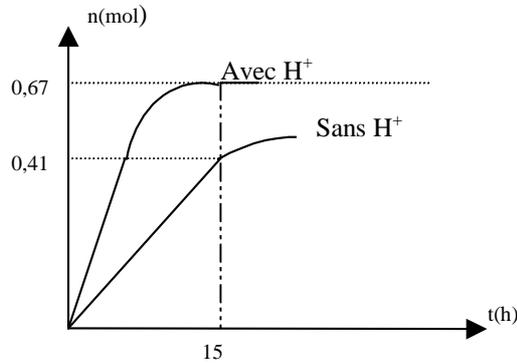
Le peroxyde de diazote  $N_2O_4$  se décompose en dioxyde d'azote selon l'équation :



- 1 - Donner l'expression de la constante d'équilibre  $K$  de la réaction.
- 2 - Dans un récipient de volume constant  $V = 30$  L, on introduit 0,5 mole de  $N_2O_4$  et une mole de  $NO_2$  maintenu à la température constante  $\theta_1 = 27^\circ C$ .  
A l'équilibre le nombre de moles de  $N_2O_4$  présent est 0,8.
  - a ) Dans quel sens a évolué le système ?  
Donner sa composition ( en moles ) à l'équilibre.
  - b ) Calculer la constante d'équilibre  $K$  à  $27^\circ C$ .

**EXERCICE N°5 :**

On suit l'estérification d'une mole d'éthanol par une mole d'acide éthanoïque à  $100^\circ C$ , en l'absence, puis en présence d'une faible quantité d'ions hydrogène  $H^+$ . On note la quantité  $n$  d'ester formé, exprimée en mol, en fonction du temps  $t$ . On obtient les résultats suivants : (voir courbes)



- 1- Ecrire l'équation de la réaction chimique étudiée.
- 2- Quel est le rôle joué par l'ion  $H^+$  ? Justifier.
- 3- a- Quelle est la composition du mélange en présence de  $H^+$  pour  $t > 15$ h.  
b- Quelle est dans ces conditions la vitesse de la formation de l'ester.  
L'éthanol réagit-il encore sur l'acide éthanoïque ?
- 4- Pour  $t$  grand, quelle serait la valeur de  $n$  dans l'expérience faite en absence de  $H^+$  ?

**EXERCICE N°6**

On considère l'équilibre de dissociation de l'iodure d'hydrogène schématisé par l'équation :  $2HI_{(g)} \rightleftharpoons H_{2(g)} + I_{2(g)}$ .

On introduit une mole de HI dans une enceinte de volume constant V et à une pression p .

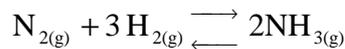
- 1- on donne le coefficient de dissociation  $\alpha$  de l'iodure d'hydrogène pour deux températures différentes :

$\theta(^{\circ}\text{C})$	300	400
$\alpha$	0,8	94

- a) Exprimer la constante d'équilibre de la réaction en fonction de  $\alpha$  et la calculer pour les deux températures ci-dessus.  
 b) Justifier alors le caractère énergétique de la réaction de dissociation de l'iodure d'hydrogène .
- 2- A 300°C, et à la même pression p ,on ajoute , à l'équilibre , dans la même enceinte de volume V ,0,6mole de HI .Quelle est la composition du mélange lorsque le nouvel état d'équilibre est établi.

**Exercice N° 7 :**

On introduit dans un récipient de volume 0,1L 1 mole de NH<sub>3</sub> ; 1,2 mole de N<sub>2</sub> et 4 moles de H<sub>2</sub>. On aboutit à la température T et la pression P =1atm, à un équilibre chimique caractérisé par la constante d'équilibre K = 10,8 et une équation :



1 -

a) Comment évolue le système initial ? justifier.

b) A un instant t<sub>1</sub> donné le nombre de moles de N<sub>2</sub> présent dans le mélange gazeux est 1 ; donner la composition du mélange à cette date.

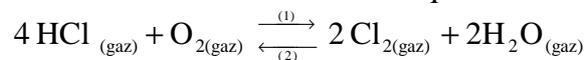
2 - Le système étant à l'équilibre, on diminue la pression en maintenant la température T constante, y a t il un déplacement de l'équilibre ? Si oui dans quel sens ? justifier.

**< Savoir Faire >**

**Exercice N° 8 : ( BAC Juin 1996 Session de Contrôle )**

Dans une enceinte de volume V = 2 litres, on mélange 1,5 moles de chlorure d'hydrogène ( gaz ) et 0,3 mole de dioxygène ( gaz ) à la température T.

On aboutit à une réaction limitée dont l'équation chimique est :



1 - A l'équilibre , il se forme 0,16 mole de vapeur d' eau

a) Montrer que les nombres de moles de Cl<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> et HCl présents à l'équilibre sont respectivement :

$$n_{\text{Cl}_2} = 0,16 \text{ mol} ; n_{\text{O}_2} = 0,22 \text{ mol} \text{ et } n_{\text{HCl}} = 1,18 \text{ mol}$$

b) En déduire la valeur de la constante d'équilibre  $K$ .

2 - A une température  $T' > T$ , un nouvel état d'équilibre s'établit lorsque 17,2 % du Chlorure d'hydrogène initial ont été consommés.

a) Déterminer la nouvelle composition du mélange à l'équilibre.

b) Montrer que la nouvelle valeur de la constante d'équilibre est  $K' = 98,83 \cdot 10^{-5}$

c) Que peut-on conclure quant au caractère énergétique des deux réactions associées au sens (1) et (2) ?

Justifier la réponse.

3 - La température étant maintenue constante, quel est l'effet d'une augmentation de pression sur cet équilibre ?

Justifier la réponse.

### Exercice N° 9 :

Soit la réaction suivante :  $\text{H}_{2(g)} + \text{I}_{2(g)} \rightleftharpoons 2\text{HI}_{(g)}$

On introduit à  $t = 0$  s, dans une enceinte de volume  $V = 10$  L, 0,5 mole de diiode, 0,5 mole de dihydrogène et 0,5 mole d'iodure d'hydrogène. Le système va ainsi évoluer à un état d'équilibre de constante d'équilibre  $K = 49$ .

1 - Donner l'expression de la constante d'équilibre  $K$  relative aux concentrations.

2 - a) Calculer les concentrations de chacun des constituants du mélange à  $t = 0$  s.

b) En déduire le rapport  $\pi$  des concentrations à  $t = 0$  s. Dire dans quel sens va évoluer le système. Justifier.

3 - Calculer la composition ( en moles ) du mélange à l'équilibre.

### Exercice N° 10 :

On donne pour la réaction :  $2\text{SO}_{2(g)} + \text{O}_{2(g)} \rightleftharpoons 2\text{SO}_{3(g)}$

Les valeurs des constantes d'équilibre à deux températures différentes :

$$K(25^\circ\text{C}) = 3 \cdot 10^{24} \text{ et } K(427^\circ\text{C}) = 4,5 \cdot 10^4$$

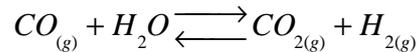
1 - La réaction étudiée est-elle endothermique ou exothermique ? justifier.

2 - Quel est l'effet sur l'équilibre d'une diminution de température à pression et volume constants ?

3 - Dans l'industrie, on effectue la préparation de  $\text{SO}_3$  pour avoir un meilleur rendement vers  $500^\circ\text{C}$ . Voyez-vous la raison de ce choix ?

**Exercice N° 11 :**

A la température de 1300°C, le monoxyde de carbone CO réagit avec la vapeur d'eau H<sub>2</sub>O pour donner du dioxyde de carbone CO<sub>2</sub> et du dihydrogène H<sub>2</sub>. Tous les composés sont à l'état gazeux.



On introduit dans un récipient de volume V constant, les quantités suivant : une mole de H<sub>2</sub>O, 0.5mole de CO et 0.15mole de CO<sub>2</sub>.

1. Montrer que la réaction est spontanée dans le sens direct.
2. A l'équilibre dynamique, il s'est formé 0.2mol de du dihydrogène. Donner la composition du mélange ainsi obtenu. En déduire la valeur de la constante d'équilibre K relative à la réaction étudiée.
3. Préciser, en le justifiant, l'effet d'une augmentation de pression sur l'équilibre précédemment atteint.

**Exercice N° 12 :**

Dans un ballon, on introduit 69g d'éthanol et 23g d'acide méthanoïque et on maintient une ébullition douce pendant une heure. On admet que l'équilibre est atteint. On prélève alors le dixième du liquide et on le dose avec de la soude de concentration C=0.5mol.L<sup>-1</sup> ; il faut verser V=20mL de soude pour avoir l'équivalence acido-basique.

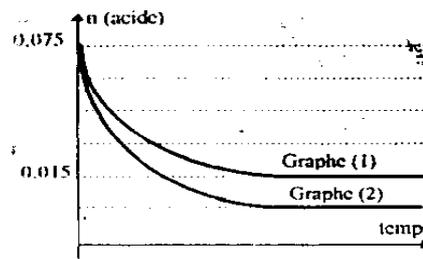
Confirmer ou infirmer les affirmations suivantes :

- a) La masse molaire de l'ester formé est 88g.mol<sup>-1</sup>.  
Juste avant le prélèvement :
- b) Il reste dans le ballon 4.6g d'acide.
- c) Il reste aussi 0.1mole d'éthanol.
- d) Le rendement en ester formé est de 80%.

**Exercice N° 13 :**

On introduit initialement dans un flacon n moles d'acide carboxylique et 1.6 moles d'un alcool. On donne le graphe (1) de la variation du nombre de moles d'acide restant en fonction du temps.

1. Déterminer la composition initiale du milieu réactionnel.
2. Déterminer la composition du système à l'équilibre.
3. Calculer la constante d'équilibre de la réaction étudiée.
4. On réalise la même réaction, on obtient le graphe (2). Parmi les paramètres suivants : température, concentrations



des réactifs, catalyseur ; un seul est chargé. Dire lequel. Justifier.

**Exercice N°1 :**

a ) Calculons les quantités ( en moles ) initiales d'acide et

$$d'alcool. (n_{\text{acide}})_{\text{initial}} = \frac{m_{\text{acide}}}{M}$$

M : masse molaire de l'acide

$$M = 60 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$(n_{\text{acide}})_i = \frac{2,4}{60} = \underline{\underline{0,04 \text{ mol}}}$$

$$(n_{\text{alcool}})_i = \frac{2,96}{74} = \underline{\underline{0,04 \text{ mol}}}$$

à l'équivalence le nombre de mole d'acide neutralisé est égal au nombre de moles de soude versé.

$$(n_{\text{acide}})_{\text{présent}} = C_b \cdot V_b = 2 \cdot 19 \cdot 10^{-3}$$

$$(n_{\text{acide}})_{\text{présent}} = 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ mole}$$

Le nombre de mole d'acide qui a réagi est :

$$(n_{\text{acide}})_{\text{disparu}} = (n_{\text{acide}})_i - (n_{\text{acide}})_{\text{restant}}$$

$$\text{soit } (n_{\text{acide}})_{\text{disparu}} = 4 \cdot 10^{-2} - 3,8 \cdot 10^{-2} = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ mole}$$

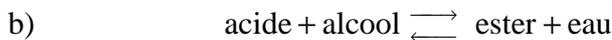
Le nombre de moles d'alcool estérifié est alors  $0,2 \cdot 10^{-2}$  mole.

La limite d'estérification :

$$\rho = \frac{\text{nombre de moles d'alcool estérifié}}{\text{nombre de moles d'alcool initial}}$$

$$\rho = \frac{0,2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-2}} = 0,05 = 5\%$$

Le mélange initial étant **équimolaire**, cette valeur de la limite montre que l'alcool est **tertiaire**.



Etat initial: 0,04 0,04 0 0mole

Etat final: 0,04 -x 0,04 -x x xmole

(équilibre)

avec x le nombre de mole d'ester formé

On a  $0,04 - x = 3,8 \cdot 10^{-2}$  mole d'où  $x = 0,2 \cdot 10^{-2}$  mole

à l'équilibre la composition du mélange est :

$$\left\{ \begin{array}{l} 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ mole d'acide} \\ 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ mole d'alcool} \\ 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ mole d'ester} \\ 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ mole d'eau} \end{array} \right.$$

La loi d'action de masse permet d'écrire :

Commentaires et  
conseils

\* Pour un mélange **équimolaire** la limite d'estérification serait de 66% si l'alcool est primaire, de 60% si l'alcool est secondaire, et de 1 à 6% si l'alcool est tertiaire.

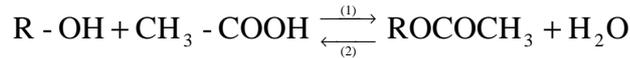
$$K = \frac{[\text{ester}]_{\text{éq}} [\text{eau}]_{\text{éq}}}{[\text{alcool}]_{\text{éq}} [\text{acide}]_{\text{éq}}} \quad K = \frac{\frac{n_{\text{ester}}}{V} \frac{n_{\text{eau}}}{V}}{\frac{n_{\text{alcool}}}{V} \frac{n_{\text{eau}}}{V}}$$

$$\text{soit } K = \frac{(n_{\text{ester}})_{\text{éq}} \cdot (n_{\text{eau}})_{\text{éq}}}{(n_{\text{alcool}})_{\text{éq}} \cdot (n_{\text{eau}})_{\text{éq}}}$$

A.N :  $K=2,7 \cdot 10^{-3}$  à la température  $\theta_1$  de l'expérience.

**Exercice N° 2:**

1 - a ) l'équation de la réaction s'écrit:



<u>Etat initial</u>	2	3	0	0	mole
<u>Etat final</u>	2 - x	3 - x	x	x	mole

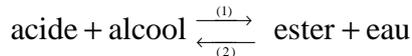
d'après l'énoncé on a :  $x = 1,57$        $n_{\text{eau}} = x = 1,57$  mole  
 $n_{\text{ROH}} = 0,43$  mole ;  $n_{\text{acide}} = 1,43$  mole

La constante d'équilibre de la réaction d'estérification est :

$$K = \frac{[\text{ester}]_{\text{éq}} \cdot [\text{eau}]_{\text{éq}}}{[\text{alcool}]_{\text{éq}} \cdot [\text{acide}]_{\text{éq}}} \quad \text{soit } K = \frac{(n_{\text{ester}})_{\text{éq}} \cdot (n_{\text{eau}})_{\text{éq}}}{(n_{\text{alcool}})_{\text{éq}} \cdot (n_{\text{eau}})_{\text{éq}}}$$

**A.N : K=4**

b ) La constante d'équilibre ne dépend pas de la composition initiale du mélange, donc elle garde la même valeur 4.



Etat initial	1	1	0	0	mole
Etat final	1 - x	1 - x	x	x	mole

(Equilibre )

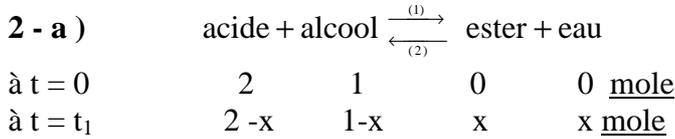
$$\text{or } K = \frac{x^2}{(1-x)^2} = \left(\frac{x}{1-x}\right)^2$$

$$\text{d'où } \frac{x}{1-x} = \sqrt{K} = 2$$

La résolution donne  $x = \frac{2}{3}$

La composition du mélange à l'équilibre dynamique est :

$$\begin{cases} n_{\text{acide}} = 1 - x = \frac{1}{3} \text{ mole} \\ n_{\text{alcool}} = \frac{1}{3} \text{ mole} \\ n_{\text{ester}} = n_{\text{eau}} = \frac{2}{3} \text{ mole} \end{cases}$$



or  $n_{\text{alcool}} + n_{\text{acide}} = 1,50$   
 soit  $(2 - x) + (1 - x) = 1,50$  d'où  $x = 0,75$   
 On a donc à t = t<sub>1</sub> :    1,25 mole d'acide  
                                   0,25 mole d'alcool  
                                   n<sub>ester</sub> = n<sub>eau</sub> = 0,75 mole

b) La fonction π des concentrations vaut :

$$\pi = \frac{n_{\text{ester}} \times n_{\text{eau}}}{n_{\text{alcool}} \times n_{\text{acide}}} \text{ soit } \pi = 1,8$$

On a donc π différent de K ( π < K )

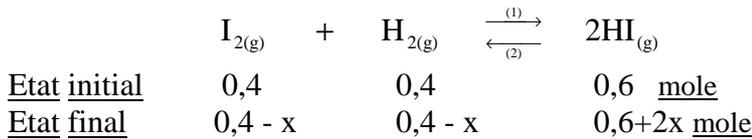
**Le système évolue alors dans le sens qui tend à augmenter π et la faire tendre vers K.**

Cette composition va donc subir un changement. La réaction d'estérification ( sens 1 ) serait favorisée.

**Exercice N°3 :**

1 - A l'équilibre dynamique  $[I_2] = 16 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$   
 $(n_{I_2})_{\text{éq}} = [I_2] \times V$                       avec  $V = 10 \text{ L}$ . soit  $(n_{I_2})_{\text{éq}} = 0,16 \text{ mole}$

Or  $(n_{I_2})_{\text{initial}} = 0,4 \text{ mole}$ . On remarque que le nombre de mole de diiode a diminué. Le système initial a évolué donc dans le sens correspondant à la réaction (1).



avec x nombre de diiode disparu.  
 Or  $(n_{I_2})_{\text{éq}} = 0,16$  soit  $0,4 - x = 0,16$  ; d'où  $x = 0,24$ . La composition du système à l'équilibre est :

**0,16 mole de I<sub>2</sub>**  
**0,16 mole de H<sub>2</sub>**  
**1,08 mole de HI**

La loi d'action de masse permet d'écrire la constante d'équilibre de la réaction ( 1 ) :

$$K = \frac{[HI]_{\text{éq}}^2}{[I_2]_{\text{éq}} \times [H_2]_{\text{éq}}} = \frac{\left(\frac{n_{HI}}{V}\right)^2}{\frac{I_2}{V} \times \frac{n_{H_2}}{V}}$$

$$\text{Soit } K = \frac{(n_{HI})_{\text{éq}}^2}{(n_{I_2})_{\text{éq}} \times (n_{H_2})_{\text{éq}}}$$

**A.N : K = 45, 56 à la température T**

2 - En élevant la température ( T' > T ) la constante d'équilibre de la réaction diminue ( K' < K ).

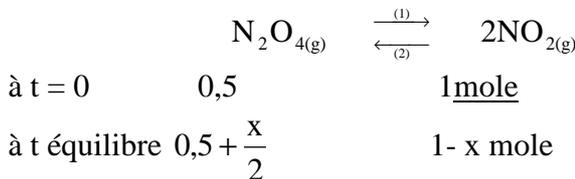
Si K' < K l'élévation de température a favorisé la réaction correspondant au sens ( 2 ) ; d'après la loi de modération l'élévation de température favorise le sens endothermique ( sens 2 ). Alors la réaction de synthèse de HI ( sens 1 ) est **exothermique**.

**Exercice N° 4 :**

1 - Pour l'équilibre chimique :  $N_2O_{4(g)} \xrightleftharpoons[(2)]{(1)} 2NO_{2(g)}$

la constante d'équilibre est :  $K = \frac{(NO_2)_{\text{éq}}^2}{[N_2O_4]_{\text{éq}}}$

2 - a ) On constate que le nombre de moles de N<sub>2</sub>O<sub>4</sub> présents à l'équilibre est supérieure au nombre de mole initiale. Donc le système initial a évolué dans le sens (2).



x étant le nombre de mole de NO<sub>2</sub> disparu.

Or d'après l'énoncé ( n<sub>N<sub>2</sub>O<sub>4</sub></sub> ) présent à l'équilibre est 0,8.

$$0,5 + \frac{x}{2} = 0,8, \text{ d'où } x = 0,6$$

La composition du système à l'équilibre est :

- 0,8 mole de N<sub>2</sub>O<sub>4</sub>
- 0,4 mole de NO<sub>2</sub>

b ) La constante d'équilibre s'écrit :

**Commentaires et conseils**

\* la réaction inverse (sens2) a une constante d'équilibre

$K' = 1 / K = 0,022$  à la même température.

\*Si la constante d'équilibre augmente alors n<sub>HI</sub> croit ; n<sub>I<sub>2</sub></sub> et n<sub>H<sub>2</sub></sub> décroissent

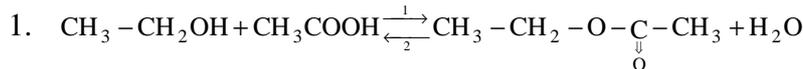
\* On peut appeler x le nombre de moles de N<sub>2</sub>O<sub>4</sub> formé : on aura alors (0,5+x) mole de N<sub>2</sub>O<sub>4</sub> et (1-2x) mole de NO<sub>2</sub>.

$$K = \frac{(\text{NO}_2)^2}{[\text{N}_2\text{O}_4]} \text{ or } [\text{NO}_2]_{\text{éq}} = \frac{(\text{N}_2\text{O}_4)_{\text{éq}}}{V} \text{ et}$$

$$[\text{N}_2\text{O}_4]_{\text{éq}} = \frac{(n_{\text{NO}_2})_{\text{éq}}}{V}$$

$$\text{d'où } K = \frac{(n_{\text{NO}_2})_{\text{éq}}^2}{(n_{\text{N}_2\text{O}_4})_{\text{éq}} \cdot V}$$

$$\text{A.N : } K = 6,66 \cdot 10^{-3} \text{ à } 27^\circ\text{C}$$

**EXERCICE N°5 :**

2. D'après l'allure des courbes on remarque que la réaction est plus rapide en présence d'ions  $\text{H}^+$ . En effet, à  $t = 15\text{h}$ , on obtient 0,67 moles d'ester en présence d'ions  $\text{H}^+$  alors que sans ions  $\text{H}^+$  il se forme seulement 0,41 mole. En conclusion, les ions  $\text{H}^+$  catalysent la réaction étudiée.

3. a-  $\text{alcoo} + \text{acide carboxylique} \xrightleftharpoons[(2)]{(1)} \text{ester} + \text{eau}$

à  $t = 0$       1                      1                      0      0      mole

à  $t \geq 15$  1-0,67=0,33    1-0,67=0,33      0,670    0,67    mole

b- puisque pour  $t \geq 15\text{h}$ , l'équilibre dynamique est établi, la réaction directe s'arrête à notre échelle. La vitesse de formation de l'ester est nulle. Il s'agit d'un équilibre dynamique c'est à dire que les deux réactions (1) et (2) continuent à se produire. Donc l'alcool continue à réagir avec l'acide éthanoïque.

4.  $\text{H}^+$  joue le rôle de catalyseur. Il permet d'accélérer aussi bien la réaction (1) que la réaction (2) mais il ne modifie pas la composition finale du système. Donc avec  $\text{H}^+$  ou sans  $\text{H}^+$ , l'état final serait le même, alors n serait le même pour les deux expériences.

**Remarques :**

- Pour  $t \geq 15\text{h}$ , il y a un équilibre dynamique établi : la réaction directe s'arrête à l'échelle macroscopique.
- A l'échelle microscopique la vitesse de la réaction est  $V = V_1 - V_2$  avec  $V_1$  et  $V_2$  vitesses respectives d'apparition et de disparition de l'ester tel que  $V_1 = V_2$ .

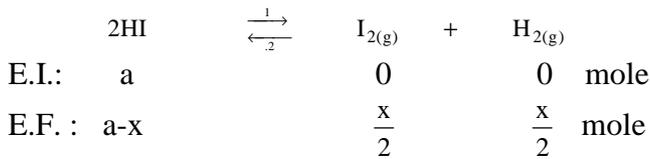
**Exercice N°6 :**

1. a-  $\alpha$  est définie comme suit :

$$\alpha = \frac{\text{nombre de moles de HI dissociés}}{\text{nombre de moles de HI initiales}}$$

Soit a le nombre de moles de HI introduit initialement et soit x le nombre de

moles de HI dissociées ; il vient :  $\alpha = \frac{x}{a}$



Avec  $x = \alpha \cdot a$ . D'après la loi d'action de masse

$$\text{on a : } K \equiv \frac{[\text{H}_2]_{\text{éq}} * [\text{I}_2]_{\text{éq}}}{[\text{HI}]_{\text{éq}}^2}$$

Or pour un constituant i, on a  $[i] = \frac{n_i}{V}$ .

$$\text{Il vient : } K \equiv \frac{(n_{\text{I}_2} \cdot n_{\text{H}_2})_{\text{éq}}}{(n_{\text{HI}})^2_{\text{éq}}} \quad K \equiv \frac{\frac{1}{2} \alpha a \cdot \frac{1}{2} \alpha a}{(a - \alpha a)^2}$$

$$\text{Soit } K = \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha)^2}$$

$\theta_1 = 300^\circ\text{C}$  on a  $\alpha_1 = 0,8$      $K_{1(\theta_1)} = 4$

$\theta_2 = 400^\circ\text{C}$  on a  $\alpha_2 = 0,4$      $K_{2(\theta_2)} = 0,111$

b) On a  $\theta_2 > \theta_1 \Rightarrow K_2(\theta_2) < K_1(\theta_1)$

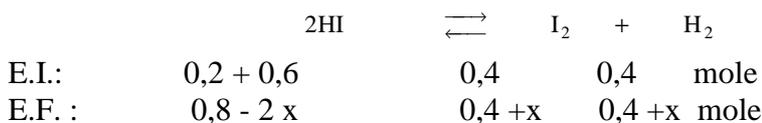
Une élévation de température a favorisé la réaction directe (sens1) donc, d'après la loi de modération ce sens est endothermique.

2. A  $300^\circ\text{C}$  on a  $\alpha_1=0,8$

$x = \alpha a$  soit  $x = 0,8$  mole. On a donc à l'équilibre :

0,2 mole de HI ;      0,4 mole de I<sub>2</sub> ;      0,4 mole de H<sub>2</sub>.

A ce système, en équilibre, on ajoute 0,6 mole de HI. L'équilibre va se déplacer dans le sens qui tend à diminuer la concentration de ce constituant ajouté. C'est à dire dans le sens directe :



x étant le nombre de moles de H<sub>2</sub> formé

A  $300^\circ\text{C}$  la constante d'équilibre est  $K_1 = 4$

$$K_{1(\theta_1)} = \frac{n_{\text{I}_2} \cdot n_{\text{H}_2}}{(n_{\text{HI}})^2} \text{ soit } K_{1(\theta_1)} = \frac{(0,4 + x)^2}{(0,8 - 2x)^2} \text{ il vient } \frac{0,4 + x}{0,8 - 2x} = \sqrt{K_1(\theta_1)}$$

La résolution de cette équation donne  $x = 0,24$  mole.

La composition du système dans le nouvel état d'équilibre, est alors la suivante :

$$\begin{cases} 0,32 \text{ mole de HI} \\ 0,64 \text{ mole de I}_2 \\ 0,64 \text{ mole de H}_2 \end{cases}$$

**Exercice N° 7:**



Etat : 1,2      4      1 moles  
initial

Calculons la fonction  $\pi$  des concentrations de l'état initial :

$$\pi = \frac{[\text{NH}_3]^2}{[\text{N}_2][\text{H}_2]^3}$$

Or la concentration molaire d'un constituant i du mélange est définie par:

$$[i] = \frac{n_i}{V}, \text{ V: volume du mélange}$$

il vient :  $\pi = \frac{(n_{\text{NH}_3})^2}{n_{\text{N}_2} \times (n_{\text{H}_2})^3} \times V^2$

**A.N :  $\pi = 1,3 \cdot 10^{-4}$**

Or  $K = 10,8$  on a donc  $\pi < K$

Le système va évoluer spontanément dans le sens qui fait croître  $\pi$  et la faire tendre vers la valeur de  $K$  ; puisque  $\pi$  augmente, il faut que  $[\text{NH}_3]$  croît,  $[\text{N}_2]$  et  $[\text{H}_2]$  décroissent; la réaction correspondant au sens (1) (synthèse de l'ammoniac) va être donc favorisée.

b ) à la date  $t = t_1$  le nombre de moles de  $\text{N}_2$  présent est égal à 1.

$(n_{\text{N}_2})_{\text{disparu}} = (n_{\text{N}_2})_0 - (n_{\text{N}_2})_{\text{présent}}$  soit  $(n_{\text{N}_2})_{\text{disparu}} = 0,2$  mole

Or d'après l'équation chimique, une mole de  $\text{N}_2$  réagit avec trois moles de  $\text{H}_2$  pour conduire à deux moles de  $\text{NH}_3$ .

Donc  $(n_{\text{H}_2})_{\text{disparu}} = 3 (n_{\text{N}_2})_{\text{disparu}}$   
soit  $(n_{\text{H}_2})_{\text{disparu}} = 0,6$  mole

alors  $(n_{\text{H}_2})_{\text{présent}} = (n_{\text{H}_2})_0 - (n_{\text{H}_2})_{\text{disparu}}$   
soit  $(n_{\text{H}_2})_{\text{présent}} = 3,4$  moles

$(n_{\text{NH}_3})_{\text{formé}} = 2 (n_{\text{N}_2})_{\text{disparu}} = 0,4$  mole

**Commentaires et  
Conseils**

*Attention : dans le calcul de la variation de*

alors  $(n_{\text{NH}_3})_{\text{présent}} = (n_{\text{NH}_3})_0 + (n_{\text{NH}_3})_{\text{formé}}$   
 soit  $(n_{\text{NH}_3})_{\text{présent}} = 1,4$  mole

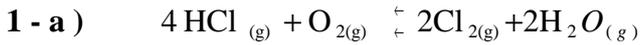
La composition du mélange à la date  $t_1$  est :

1 mole de  $\text{N}_2$  3,4 mole de  $\text{H}_2$  1,4 mole de  $\text{NH}_3$

2 - D'après la loi de modération, toute diminution de la pression du système à température constante, déplace l'équilibre dynamique dans le sens qui tend à augmenter le nombre de moles gazeuses, ce sens correspond à la réaction (2) (décomposition de l'ammoniac).

nombre de moles  
on ne fait pas  
intervenir les  
moles des  
constituants  
solides.

**Exercice N° 8 :**



Etat initial 1,5 0,3 0 0 mole  
( $t = 0$ )

Etat final 1,5 - 4x 0,3 - x 2x 2x mole  
(équilibre)

x étant le nombre de moles de dioxygène disparu

Or d'après l'énoncé, le nombre de moles de  $\text{H}_2\text{O}$  formé est

$n_{\text{H}_2\text{O}} = 0,16$  mole

soit  $2x = 0,16$  alors  $x = 0,08$  mole

On a donc à l'équilibre :

$n_{\text{HCl}} = 1,5 - 4x = 1,18$  mole

$n_{\text{O}_2} = 0,3 - x = 0,22$  mole

$n_{\text{Cl}_2} = n_{\text{H}_2\text{O}} = 0,16$  mole

b) L'application de la loi d'action la masse permet d'écrire :

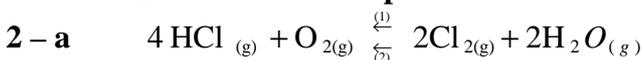
$$K = \frac{[\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}^2 \times [\text{Cl}_2]_{\text{éq}}^2}{[\text{O}_2]_{\text{éq}} \times [\text{HCl}]_{\text{éq}}^4}$$

Or la molarité d'un constituant i s'écrit :

$$[i] = \frac{n_i}{V} \text{ avec } V \text{ volume du mélange gazeux}$$

$$\text{il vient : } K = \frac{(n_{\text{H}_2\text{O}})_{\text{éq}}^2 \times (n_{\text{Cl}_2})_{\text{éq}}^2}{(n_{\text{O}_2})_{\text{éq}} \times (n_{\text{HCl}})_{\text{éq}}^4} \times V$$

**A.N :  $K_c \cong 307 \cdot 10^{-5}$  à la température T**



**Commentaires et conseils**

\* A l'équilibre dynamique cette composition est invariante en dehors de toute intervention extérieure

\* Faites attention aux coefficients stoechiométriques de l'équation.

\* Définir bien votre paramètre choisi (y)

Etat initial 1,5 0,3 0 0 mole

Etat final 1,5 - y 0,3 - ¼ y y/2 y/2 mole

( équilibre )

avec y le nombre de moles de HCl disparu.

Or d'après l'énoncé :

$$y = \frac{17,2}{100} \times 1,5 = 0,258 \text{ mole}$$

d'où la composition du mélange à l'équilibre est :

$$n_{\text{HCl}} = 1,5 - 0,258 = 1,242 \text{ mole}$$

$$n_{\text{O}_2} = 0,3 - \frac{1}{4} \cdot 0,258 = 0,2355 \text{ mole}$$

$$n_{\text{Cl}_2} = n_{\text{O}_2} = \frac{0,258}{2} = 0,129 \text{ mole}$$

b) La constante d'équilibre de la réaction à la température T' est :

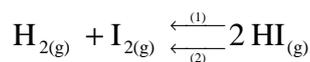
$$K' = \frac{(n'_{\text{H}_2\text{O}})_{\text{éq}}^2 \times (n'_{\text{Cl}_2})_{\text{éq}}^2}{(n'_{\text{O}_2})_{\text{éq}} \times (n'_{\text{HCl}})_{\text{éq}}^4} \times V$$

$$\text{AN : } K'_c = 98,83 \cdot 10^{-5}$$

c) Pour T' > T on a K' < K L'élévation de température a favorisé la réaction correspondant au sens (2). Or d'après la loi de modération, toute élévation de température déplace un système en équilibre dans le sens endothermique ; alors le sens (2) est endothermique, par conséquent le sens (1) est exothermique.

3 - D'après la loi de modération toute augmentation de pression, à température constante déplace un équilibre chimique dans le sens qui tend à diminuer le nombre de moles gazeux. Dans ce cas c'est la réaction correspondant au sens (1).

**Exercice N° 9 :**1 - Soit la réaction :



On applique la loi d'action de masse: 
$$K = \frac{[\text{HI}]_{\text{éq}}^2}{[\text{H}_2]_{\text{éq}} \cdot [\text{I}_2]_{\text{éq}}}$$

2 - a ) La concentration est définie par :

Commentaires et conseils

\* Pour le sens (2) la variation du nombre de moles gazeux est  $\Delta_n = 1$  ; pour le sens (1)  $\Delta_n = -1 < 0$  (diminution)  
\* On peut aussi raisonner ainsi :  
 $n_{\text{total}} = 1,8 - x$   
**diminue alors x croit.**

$C_i = \frac{n_i}{V}$  avec  $n_i$  la quantité de matière (en moles

du constituant  $i$  et  $V$  de volume du mélange;

il vient à  $t = 0$  s :

$$[H_2]_0 = \frac{(n_{H_2})_0}{V}; \text{ AN : } [H_2] = 0,05 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$[I_2]_0 = \frac{(n_{I_2})_0}{V}; \text{ AN : } [I_2] = 0,05 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$[HI]_0 = \frac{(n_{HI})_0}{V}; \text{ AN : } [HI]_0 = 0,05 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

**b** - Calculons la valeur de la fonction  $\pi$  des

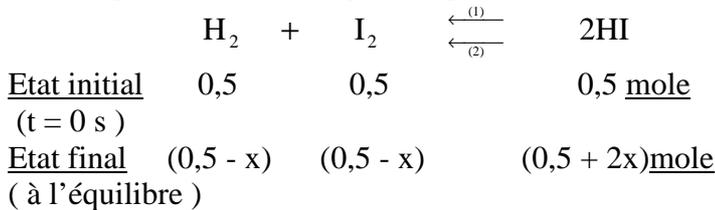
$$\text{concentrations à } t = 0 \text{ s : } \pi = \frac{[HI]_0^2}{[I_2]_0 \times [H_2]_0}; \text{ AN : } \pi = 1$$

$\pi$  étant inférieure à  $K$  ( $K = 49$ ), le système initial va évoluer spontanément dans le sens qui tend à augmenter  $\pi$  et la faire tendre vers  $K$ .

Il faut donc que  $[HI]$  croît;  $[I_2]$  et  $[H_2]$  décroissent.

La réaction directe (sens 1) est donc la réaction favorisée.

**3** - Composition du mélange à l'équilibre :



avec  $x$  : nombre de moles de  $H_2$  disparu

$x$  est donc positif car la réaction (1) est favorisée.

Or à l'équilibre on a :

$$\pi_{\text{éq dyn}} = K = \frac{[\text{HI}]_{\text{éq}}^2}{[\text{H}_2]_{\text{éq}} \times [\text{I}_2]_{\text{éq}}}$$

$$K = \frac{\left(\frac{n_{\text{HI}}}{V}\right)_{\text{éq}}^2}{\left(\frac{n_{\text{H}_2}}{V}\right)_{\text{éq}} \times \left(\frac{n_{\text{I}_2}}{V}\right)_{\text{éq}}}$$

$$\text{soit } K = \frac{(n_{\text{HI}})_{\text{éq}}^2}{(n_{\text{H}_2})_{\text{éq}} \times (n_{\text{I}_2})_{\text{éq}}}$$

$$\text{il vient } K = \frac{(0,5 + 2x)^2}{(0,5 - x)^2}$$

$$\text{d'où } \frac{0,5 + 2x}{0,5 - x} = \sqrt{K} = 9$$

on résoud une équation du 1<sup>er</sup> degré en x :

$$\text{On trouve : } x = \frac{4}{11} \text{ mole} = 0,363 \text{ mole}$$

La composition du mélange à l'équilibre est donc :

$$n_{\text{H}_2} = n_{\text{I}_2} = 0,137 \text{ mole}$$

$$n_{\text{HI}} = 1,226 \text{ mole}$$

### Exercice N° 10 :

1 -  $2\text{SO}_{2(\text{g})} + \text{O}_{2(\text{g})} \xrightleftharpoons[(2)]{(1)} 2\text{SO}_{3(\text{g})}$  ; d'après les données on a :

$$K_{(25^\circ\text{C})} > K_{(427^\circ\text{C})}$$

Une élévation de température a favorisé la réaction correspond au sens (2).

Or d'après la loi de modération, une élévation de température favorise la réaction endothermique.

La réaction étudiée (synthèse de  $\text{SO}_3$ ) correspondant au sens (1) est alors exothermique.

2 - même raisonnement :

Lorsqu'on diminue la température (à pression et volume constants) l'équilibre se déplace dans le sens exothermique.

3 - D'après ce qui précède le rendement de la réaction est meilleur à baisse température industriellement on prépare  $\text{SO}_3$  à température élevée car il y a aussi l'aspect cinétique de la réaction qui intervient.

A température plus élevée, la réaction étudiée est plus rapide. Ceci a un avantage économique industriellement.

**Exercice N°11 :**

$$1. \quad \text{CO}_{(g)} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CO}_{2(g)} + \text{H}_{2(g)}$$

à t = 0    0.5    1    0.15    mole

$$\pi_{\text{initiale}} = \frac{[\text{H}_2][\text{CO}_2]}{[\text{H}_2\text{O}][\text{CO}]} = 0 \text{ car } (n_{\text{H}_2})_{\text{initial}} = 0 \text{ mole}$$

donc  $\pi_1 < k$  le système évolue dans le sens relatif à la réaction directe.

$$2. \quad \text{CO}_{(g)} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CO}_{2(g)} + \text{H}_{2(g)}$$

à t = 0    0.5    1    0.15    mole

E - F    0.5 - x    1 - x    0.15 + x    x

(équilibre dynamique)

or le nombre de moles de dihydrogène formé est égal à 0.2 mole soit x=0.2mole. La composition du système à l'équilibre est donc :

$$\begin{cases} 0.3 \text{ mole de CO} \\ 0.8 \text{ mole de H}_2\text{O} \\ 0.35 \text{ mole de CO}_2 \\ 0.2 \text{ mole de H}_2 \end{cases}$$

D'après la loi d'action de masse, on écrit :

$$K = \frac{[\text{H}_2][\text{CO}_2]}{[\text{H}_2\text{O}][\text{CO}]} \text{ soit } K = \frac{n_{\text{H}_2} \cdot n_{\text{CO}_2}}{n_{\text{CO}} \cdot n_{\text{H}_2\text{O}}}$$

Il vient: K=0.292.

3. la somme des coefficients stœchiométriques dans les deux membres de l'équation de la réaction chimique sont égales. La variation du nombre de moles de gaz étant nulle, la pression n'a aucun effet sur cet équilibre chimique.

**Exercice N°12 :**

- a) La formule de l'ester formé s'écrit :  
 $\text{H}-\underset{\text{O}}{\text{C}}-\text{O}-\text{C}_2\text{H}_5$  Sa masse est M=74g.mol<sup>1</sup>.

l'affirmation est donc fausse.

- b) \* Déterminons les quantités de matières initiales introduites :

**Commentaires et conseils**

Tout système évolue spontanément dans le sens qui fait tendre  $\pi$  vers K.

Se rappeler de la loi de modération concernant le facteur pression (loi de Lechatelier).

Se rappeler des caractères de la réaction d'estérification ; elle est :

- lente.
- Athermique.
- Limitée.

$$(n_{\text{acide}})_0 = \frac{m_{\text{acide}}}{M_{\text{acide}}} \text{ soit } (n_{\text{acide}})_0 = \frac{23}{46} = 0.5 \text{ mole}$$

$$(n_{\text{alcool}})_0 = \frac{m_{\text{alcool}}}{M_{\text{alcool}}} \text{ soit } (n_{\text{alcool}})_0 = \frac{69}{46} = 1.5 \text{ mole}$$

- Déterminons la quantité d'acide restante dans le prélèvement dosé :

A l'équilibre on a  $C_a V_a = C_b V_{bE}$

$$(n_{\text{acide}})_{\text{restant}} = C_b V_{bE} \text{ soit } (n_{\text{acide}})_{\text{restant}} = 0.5 \times 20 \cdot 10^{-3}$$

$(n_{\text{acide}})_{\text{restant}} = 10^{-2}$  mole. Cette quantité représente le 1/10<sup>ème</sup> de la quantité restante avant le prélèvement donc  $(n_{\text{acide}})_{\text{restant}}$  avant le prélèvement est égal à  $10^{-1}$  mole ; la masse correspondante est  $m = 10^{-1} \times 46$  soit 4.6g. L'affirmation est juste.

- c) Il reste  $10^{-1}$  mole d'acide donc le nombre d'acide disparu est  $n_0 - n_{\text{restant}}$  soit  $0.5 - 0.1 = 0.4$  mole.

Le nombre de moles d'alcool disparu est donc égal aussi à 0.4 mole. le nombre de mole d'alcool restant est  $(n_{\text{alcool}})_0 - (n_{\text{alcool}})_{\text{disparu}}$  soit  $(n_{\text{alcool}})_{\text{restant}} = 1.5 - 0.4 = 1.1$  mole. L'affirmation est donc fausse.

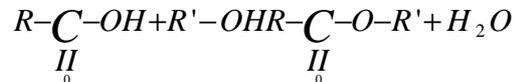
- d) Rendement de la réaction :

$$\rho = \frac{(n_{\text{acide}})_{\text{disparu}}}{(n_{\text{acide}})_{\text{initial}}} \text{ soit } \rho = \frac{0.4}{0.5} = 0.8 \text{ soit } \rho = 80\%$$

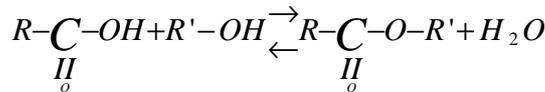
l'affirmation est donc juste.

### Exercice N°13 :

1. Equation de la réaction chimique :



d'après le graphe (1) le nombre de moles d'acide introduit initialement (n) est  $n = 0.075$  mole. La composition initiale du système est donc :  $n = 0.075$  mole d'acide carboxylique est 1.6 moles d'alcool.



- |        |         |       |   |         |
|--------|---------|-------|---|---------|
| 2. E.I | 0.075   | 1.6   | 0 | 0 moles |
| E.F    | 0.075-x | 1.6-x | x | x       |

x étant le nombre de moles d'acide disparu. Or d'après le graphe (1) le nombre de moles d'acide restant à l'équilibre

Commentaires et conseils

Attention :  
Le rendement d'une réaction se calcule par rapport au réactif en défaut.

est égal à 0.015 moles soit  $0.075 - x = 0.015$  d'où  $x = 0.060$  mole. La composition du mélange à l'équilibre est alors :

$$\begin{cases} 0.015 \text{ mole d'acide} \\ 1.54 \text{ mole d'alcool} \\ 0.06 \text{ mole d'ester} \\ 0.060 \text{ mole d'eau} \end{cases}$$

3. d'après la loi d'action de masse on a :

$$K = \frac{[\text{ester}][H_2O]_{\text{éq}}}{[\text{acide}][\text{alcool}]_{\text{éq}}}$$

$$\text{il vient } K = \frac{n_{\text{ester}} \cdot n_{H_2O}}{n_{\text{acide}} \cdot n_{\text{alcool}}} \text{ soit } K = 15,58 \cdot 10^{-2}$$

4. D'après le graphe (2) on remarque que le rendement de la réaction a été modifié. Or la température et le catalyseur sont des facteurs cinétiques ; ils permettent d'atteindre l'équilibre plus vite sans changer l'état final. On a changé la composition initiale du système ; donc les concentrations des réactifs. Le nombre de mole d'acide est gardé le même mais on a changé le nombre de mole d'alcool.

**Commentaires et conseils**

- la composition finale d'un système chimique dépend de la composition initiale.
- La constante d'équilibre n'en dépend pas.

**Réponses à « Contrôlez vos connaissances »**

1- a)

$$\text{b) } K = \frac{[NH_3]_{eq}^2}{[N_2]_{eq}[H_2]_{eq}^3}$$

$$\text{c) } K = [CO_2]$$

$$2- \text{ a) } K_{hydr} = \frac{[acide]_{eq}[alcool]_{eq}}{[ester]_{eq}[eau]_{eq}}$$

$$\text{b) } K_{hydr} = \frac{1}{K_{est}} = \frac{1}{4}$$

3- **Non car le catalyseur agit de la même manière cinétiquement sur les deux réactions inverses l'une de l'autre.**

*Les réactions  
Acides - Bases -  
pH*

## Objectifs

### 1 - Acides - Bases :

- Définir un acide et une base selon la théorie de BRONSTED.
- Définir et connaître une réaction acido-basique et dégager la notion de couple acide / base.
- Comparer les forces relatives des acides et des bases.
- Appliquer la loi d'action de masse pour la réaction acide - base.
- Classer les acides et les bases en fonction de leur constante d'acidité ou de basicité.

### 2 - pH des solutions aqueuses

- Calculer le pH d'une solution d'un monoacide fort ou d'une monobase forte en fonction de la concentration initiale de la solution.
- Etablir l'expression du  $p^H$  d'une solution d'un acide faible ( ou d'une base faible ) en fonction de sa concentration initiale  $C$  et la constante d'acidité  $K_a$
- Appliquer l'expression du  $p^H$  d'une solution aqueuse d'acide ou de base au calcul des concentrations initiales.
- Définir un indicateur coloré

## L'essentiel de l'essentiel à retenir

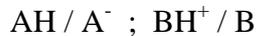
- Selon BRONSTED, un acide est une entité chimique capable de libérer un proton  $H^+$  au cours d'une réaction chimique.

Une base est une entité chimique capable de fixer un proton  $H^+$  au cours d'une réaction chimique.

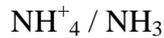
- A tout acide  $AH$ , on associe une base  $A^-$  appelée base conjuguée de l'acide et réciproquement :



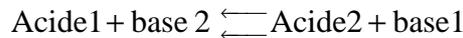
Les deux formes  $AH$  et  $A^-$  ( ou  $BH^+$  et  $B$  ) constituent un couple acide-base noté :



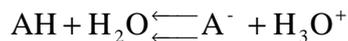
Exemples :  $CH_3COOH / CH_3COO^-$



- Une réaction acide-base correspond à l'action d'un couple acide-base sur un autre couple . Au cours de cette réaction, il y a un transfert de proton :



- L'ionisation des acides ( ou des bases ) dans l'eau sont des réactions acide-base où l'eau joue le rôle d'une base ou d'un acide selon le cas :



- La constante d'acidité  $K_a$  d'un couple  $AH / A^-$  s'écrit :

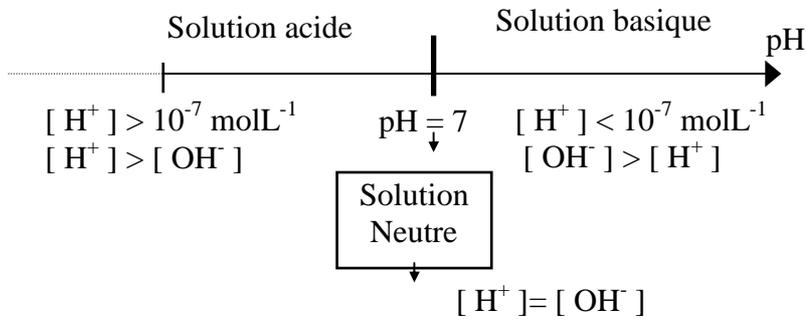
$$K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]}$$

- La constante de basicité s'écrit :

**CHIMIE : Les réactions acides – bases - pH**

$$K_b = \frac{[AH][OH^-]}{[A^-]}$$

- Pour un même couple on a  $K_a \times K_b = K_e$
- Un acide est d'autant plus fort que la constante d'acidité du couple auquel il appartient est grande (  $pK_a$  faible).
- Le pH d'une solution diluée est donnée par la relation :  
$$pH = -\log [H^+] \Leftrightarrow [H^+] = 10^{-pH}$$
- L'échelle de pH à 25°C



- Pour un acide fort :  $pH = -\log C_a$
- Pour une base forte :  $pH = pK_e + \log C_b$

Ces relations sont valables pour les solutions  
 $10^{-1} \text{ mol.L}^{-1} < C \leq 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$ .

## Contrôlez vos connaissances



**1** - Parmi les entités chimiques suivantes, préciser celles qui sont des acides et celles qui sont des bases :



**2** - Un jus de citron a un  $\text{pH} = 2,3$   
Calculez les molarités des ions  $\text{H}^+$  et  $\text{OH}^-$  à  $25^\circ\text{C}$

**3** - A  $60^\circ\text{C}$ ,  $\text{pK}_e = 13$ . Le  $\text{pH}$  d'une solution d'hydroxyde de sodium dans laquelle  $[\text{OH}^-] = 4 \cdot 10^{-6} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  vaut, à  $60^\circ\text{C}$  :

- a) 8,6      b) 5,6      c) 7,6

Donner la réponse juste.

**4** - Une solution d'acide éthanóique ( acide faible ) de concentration  $10^{-4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  a un  $\text{pH}$ , à  $25^\circ\text{C}$ , égal à :

- a)  $\text{pH} = 4$       b)  $\text{pH} = 3,6$       c)  $\text{pH} = 4,4$

Donner la réponse juste.

**EXERCICES PROPOSES****Remarque:**

On peut considérer que  $H^+$  en solution aqueuse est fixée à une molécule d'eau pour donner  $H_3O^+$  et que  $H_3O^+$  est entouré d'un certain nombre de molécules d'eau.

Les mesures de pH sont effectués à 25°C sauf indication contraire ;  
 $[H^+].[OH^-] = 10^{-14}$

**Exercice N° 1 :**

a)

Le pH d'une solution d'acide propanoïque 0,3 M est égal à 2,7.  
 Calculer le pK<sub>a</sub> du couple  $CH_3-CH_2COOH / CH_3-CH_2COO^-$

b) Le pH d'une solution de méthanoate de sodium 0,2 M est égal à 8,6. Quel est le pK<sub>a</sub> du couple  $HCOOH / HCOO^-$  ?

**Exercice N° 2 :**

Soit une solution aqueuse contenant, entre autre, les entités chimiques du couple ion ammonium / ammoniac ( $NH_4^+ / NH_3$ ) de pK<sub>A</sub> = 9,2 ; cette solution a un pH = 10,5.

La somme des concentrations en ions ammonium et en molécules ammoniac est  $C = 3.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

1 - Déterminer le rapport  $\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$  en fonction de K<sub>A</sub> et de

$[H^+]$ ; faire l'application numérique.

2 - Exprimer  $[NH_4^+]$  et  $[NH_3]$  en fonction de K<sub>A</sub>,  $[H^+]$  et C; faire l'application numérique.

**Exercice N° 3 :**

On prépare deux solutions  $10^{-2} \text{ M}$ ; l'une d'un acide  $A_1H$ , l'autre d'un acide  $A_2H$ .

Les pH des deux solutions valent respectivement :

$pH_1 = 4,7$  et  $pH_2 = 3,9$

a) Quel est l'acide le plus fort ? justifier

b) Quelles sont les molarités des entités chimiques présents dans chacune des deux solutions.

c) En déduire les pK<sub>a</sub> pour ces deux acides.

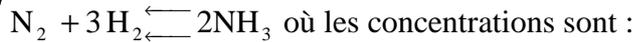
**Exercice N° 4 :**

Une solution  $S_0$  d'acide chlorhydrique a été obtenue par mise en solution de 1L de chlorure d'hydrogène de manière à obtenir 1 L de solution aqueuse.

- Sachant que le volume molaire des gaz est de 25 L ; déterminer la concentration molaire de  $S_0$ .
- Déterminer le pH de  $S_0$ .
- Indiquer comment procéder pour préparer une solution  $S_1$  de  $\text{pH}_1=2,7$  à partir de la solution  $S_0$ .

**Exercice N° 5 :**

La réaction de synthèse de l'ammoniac aboutit à l'équilibre suivant :



$$[\text{H}_2] = 5.10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}; [\text{N}_2] = 1 \text{ mol.L}^{-1}; [\text{NH}_3] = 8,66.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

1 - Déterminer la constante d'équilibre K de la réaction.

2 - On prépare une solution aqueuse en dissolvant 4,8 L d'ammoniac dans 4 L d'eau pure.

Le pH de la solution obtenue est égal à 10,95.

a) Ecrire l'équation de la réaction de dissolution de l'ammoniac dans l'eau pure et calculer la concentration C de la solution obtenue.

b) Préciser les entités chimiques présentes dans la solution.

c) Ecrire l'expression de la constante d'acidité  $K_a$  du couple  $\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3$  en fonction de  $[\text{NH}_3]$ ,  $[\text{NH}_4^+]$  et  $[\text{H}^+]$  ; déduire en justifiant les approximations utilisées, l'expression du  $\text{p}K_a$  en fonction du pH, C et  $\text{p}K_e$ . Calculer  $\text{p}K_a$ .

On suppose que l'ionisation de l'ammoniac dans l'eau pure est faible.

On donne :  $\text{p}K_e = 14$ , Volume molaire des gaz :  $V_0 = 24 \text{ L.mol}^{-1}$

**Exercice N° 6 :**

Deux solutions aqueuses  $S_1$  et  $S_2$  des monobase  $B_1$  et  $B_2$  ont le même  $\text{pH} = 11,1$ .

a) Calculer la quantité  $n_0$  d'ion  $\text{OH}^-$  ( en mole ) contenue dans un volume de 5 mL de chaque solution.

b) On dilue chaque prélèvement de 5 mL avec de l'eau distillée jusqu'à 100 mL ; les pH des solutions  $S'_1$  et  $S'_2$  obtenues valent :

$$\text{Pour } S'_1 : \text{pH}'_1 = 9,8$$

$$\text{Pour } S'_2 : \text{pH}'_2 = 10,4$$

Calculer, en moles les quantités  $n_1$  et  $n_2$  d'ions  $\text{OH}^-$  contenues dans les 100 mL des solutions diluées.

c ) En comparant, les quantités  $n_1$  et  $n_2$  d'ion  $\text{OH}^-$  avant et après la dilution dans chaque cas, montrer que l'une des solutions correspond à une base forte et l'autre à une base faible.

**Exercice N° 7:**

Une solution d'acide chlorhydrique a un  $\text{pH} = 1,7$ .

1 - Quelle est la concentration  $C_1$  de cette solution ?

2- On mélange un volume  $V_1 = 15 \text{ cm}^3$  d'acide chlorhydrique de concentration  $C_1$  avec :

- Soit un volume  $V_2 = 15 \text{ cm}^3$  d'une solution de chlorure de sodium de concentration molaire  $C_2 = 0,002 \text{ molL}^{-1}$ , le  $\text{pH}$  du mélange est 2.

- Soit un même volume  $V_3 = V_2$  d'une solution d'éthanoate de sodium de même concentration molaire  $C_3 = C_2$ , le  $\text{pH}$  du mélange est 3,4.

a ) Lorsqu'on ajoute, dans l'acide chlorhydrique, la solution de chlorure de sodium, le  $\text{pH}$  varie. Y a t il une réaction ? Si oui, la quelle ? Si non, pourquoi ? Vous justifierez votre réponse à partir des résultats expérimentaux.

b ) Lorsqu'on ajoute à l'acide chlorhydrique de l'éthanoate de sodium à la place du chlorure de sodium, dans les mêmes conditions expérimentales, la variation du  $\text{pH}$  n'est pas la même. Y a t il eu réaction? Si oui laquelle? Si non, pourquoi ?

Vous donnez, le cas échéant, l'équation de la réaction.

**Exercice N° 8 :**

Le  $\text{pH}$  d'une solution aqueuse  $S_1$  de fluorure d'hydrogène  $\text{HF}$ , de concentration molaire  $C_1 = 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ molL}^{-1}$  est égal à 2,6.

1 - a ) L'ionisation de  $\text{HF}$  dans l'eau est-elle totale ou partielle ? Justifier la réponse.

b ) Ecrire l'équation de réaction du fluorure d'hydrogène avec l'eau.

2 - On prélève un volume  $v = 1\text{mL}$  de la solution  $S_1$  et on y ajoute de l'eau distillé pour obtenir un volume total  $V = 2 \text{ L}$ . Cette solution diluée est notée  $S_2$ .

a) Calculer la concentration  $C_2$  en acide de la solution  $S_2$ .

b) On prélève trois échantillons de la solution  $S_2$  et on y ajoute quelques gouttes de trois indicateurs colorés différents. On observe les couleurs suivantes :

	Indicateurs colorés	Dans $S_2$
Echantillon N° 1	rouge de bromocrésol	Orangé
Echantillon N° 2	vert de bromocrésol	Vert
Echantillon N° 3	bleu de bromothymol	Jaune

On donne :

Indicateurs colorés	Couleur de la forme acide	Zone de virage	Couleur de la forme basique
Rouge de bromocrésol	Jaune	5,2 - 6,8	rouge
Vert de bromocrésol	Jaune	3,8 - 5,4	bleu
Bleu de bromothymol	Jaune	6,0 - 7,6	bleu

Déterminer le domaine de valeurs possibles du pH de la solution  $S_2$ .

### Exercice N° 9 :

L'hélianthine vire du rouge au jaune quand le pH passe de 3,1 à 4,4.

1 - On verse quelques gouttes d'hélianthine dans une solution  $S_1$  d'acide chlorhydrique de concentration molaire égale à  $0,01 \text{ mol.L}^{-1}$ . Quelle est sa coloration.

2 - Dans une solution  $S_2$  d'acide éthanoïque de molarité  $C_A$  on verse quelques gouttes d'hélianthine.

Dans la solution  $S_2$  le rapport de la forme acide à la forme basique vaut 25 et le  $pK_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{COOH} / \text{CH}_3\text{COO}^-$  est 4,8. Calculer le pH de la solution  $S_2$ . Quelle est sa coloration ? Montrer que  $S_2$  est centimolaire.

### Exercice N° 10 :

On dispose, de quatre solutions  $S_1, S_2, S_3$  et  $S_4$ .

$S_1$  a un pH égal à 11,6.

$S_2$  est telle que :  $[\text{OH}^-] = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

$S_3$  a été obtenue par dissolution de 2,0 g d'hydroxyde de sodium dans 10,0 L d'eau pure ;

$S_4$  résulte de l'addition de 400,0 mL d'eau pure à 100,0 mL de solution d'hydroxyde de sodium de pH égal à 12,0.

1 - Calculer le pH de la solution  $S_2$ .

2 - Déterminer la concentration en ions  $\text{OH}^-$  de  $S_3$  et  $S_4$ . En déduire leur pH.

3 - Classer les quatre solutions par basicité croissante.

### Exercice N° 11 :

On appelle coefficient de dissociation ionique d'un acide faible AH, le rapport  $\alpha$  de la quantité de molécules ionisées à la quantité totale de molécules mises en solution.

On mesure le pH d'une solution  $S_1$  d'acide méthanoïque  $\text{HCOOH}$  de concentration  $C = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ , on trouve  $\text{pH}_1 = 2,9$ .

On dilue dix fois la solution  $S_1$ , le pH de la solution  $S_2$  obtenue est  $\text{pH}_2 = 3,4$ .

**1** - Ecrire l'équation bilan de la réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau. Préciser les couples acide / base mis en jeu.

**2** - Déterminer les coefficients d'ionisation  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  de l'acide dans  $S_1$  et dans  $S_2$ . Comparer  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . Conclure.

**Exercice N° 12 :**

On dispose d'une solution d'acide chlorhydrique de  $\text{pH} = 2,9$  obtenue en dissolvant un volume gazeux  $V$  de Chlorure d'hydrogène par litre de solution.

**1** - **a**) Donner l'équation de la réaction de dissolution du Chlorure d'hydrogène dans l'eau.

**b**) Déterminer le nombre  $n_{\text{H}^+}$  de moles d'ions  $\text{H}^+$  présents dans un litre de solution.

Calculer le volume  $V$  de gaz dissous.

Dans les conditions de l'expérience, le volume molaire vaut :  $V_m = 23,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

**2** - On considère, d'autre part, un litre d'une solution d'acide éthanoïque de  $\text{pH} = 2,9$  obtenue en dissolvant 0,10 mole d'acide éthanoïque par litre de solution. On notera  $C_1$  la concentration de cette solution.

**a**) Déterminer le nombre  $n_1$  de moles d'ions  $\text{H}^+$  présents dans le litre de solution.

Le comparer au nombre de moles d'acide éthanoïque introduit et conclure.

**b**) Ecrire l'équation bilan qui traduit la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.

**3** - On dilue la solution d'acide éthanoïque de concentration  $C_1$ , pour obtenir 100 mL d'une solution de concentration  $C_2 = \frac{C_1}{10} = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ; le  $\text{pH}$  de la solution obtenue après dilution est de 3,4.

**a**) Déterminer le nombre  $n_2$  de moles d'ions  $\text{H}^+$  présents dans 100 mL de cette solution. Le comparer au nombre de moles d'ions  $\text{H}^+$  présents dans le volume de solution d'acide éthanoïque de concentration  $C_1$  que l'on a prélevé pour préparer la solution de concentration  $C_2$ .

**b**) Si on effectuait la même dilution sur la solution d'acide chlorhydrique de  $\text{pH} = 2,9$ , quel serait le  $\text{pH}$  de la solution diluée obtenue ? Justifier la valeur du  $\text{pH}$ .

**EXERCICE N°13 :**

En dissolvant chacune des trois bases  $B_1$ ,  $B_2$ , et  $B_3$  dans de l'eau pure, on prépare respectivement trois solutions aqueuses basiques ( $S_1$ ), ( $S_2$ ) et ( $S_3$ ) de concentration initiales identiques  $C_1 = C_2 = C_3$ . On oublie de coller une étiquette portant le nom de la solution sur chaque flacon. Seule l'une des

bases correspond à une base forte (hydroxyde de sodium NaOH). Chacune des deux autres étant une base faible.

Pour identifier chaque solution, on mesure son pH et on porte les résultats dans le tableau suivant :

	(S <sub>1</sub> )	(S <sub>2</sub> )	(S <sub>3</sub> )
pH	11,1	13	10,6

- 1- a- Classer les bases B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, et B<sub>3</sub> par ordre de force croissante ; justifier.  
 b- En déduire celle des trois bases qui correspond à NaOH ; déterminer la valeur de la concentration de sa solution.

2-

a- Exprimer le pK<sub>a</sub> d'une solution de base faible B en fonctions de son pH, de sa concentration initiale C et du pK<sub>e</sub>. B est l'une des deux bases faibles utilisées dans l'expérience décrite ci-dessus. On supposera que, suite à la dissolution, la concentration de la base restante est pratiquement égale à C.

b- Calculer le pK<sub>a</sub> de chacune des deux bases faibles.

c- Identifier chacune des deux bases faibles en utilisant la liste des valeurs de pK<sub>a</sub> de quelques bases consignées dans le tableau suivant :

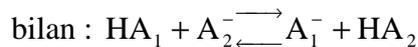
	<b>Aziridine</b>	<b>Morphine</b>	<b>Ammoniac</b>	<b>Ephedrine</b>	<b>Ethylamine</b>
pK <sub>a</sub>	8,01	8,21	9,25	9,96	10,7

**EXERCICE N°14 :**

1-

Définir un acide et une base d'après la théorie de BRONSTED

2- La réaction chimique mettant en présence les deux couples acido-basique : HA<sub>1</sub> / A<sub>1</sub><sup>-</sup> et HA<sub>2</sub> / A<sub>2</sub><sup>-</sup> conduit à l'équilibre chimique d'équation



a- Exprimer la constante d'équilibre K de la réaction en fonction des constantes d'acidité K<sub>a1</sub> et K<sub>a2</sub> respectivement de HA<sub>1</sub> / A<sub>1</sub><sup>-</sup> et HA<sub>2</sub> / A<sub>2</sub><sup>-</sup>.

b- La constante K vaut 2,5.10<sup>-4</sup> ; quel est le couple le plus acide ? Justifier.

c- On donne pK<sub>a1</sub> = 2,9. Calculer pK<sub>a2</sub> et montrer que ces valeurs justifient le classement précédent.

3- Comment peut-on expérimentalement comparer la force de deux acides.

**EXERCICE N°15 :**

On considère trois solutions aqueuses S<sub>1</sub> ; S<sub>2</sub> ; et S<sub>3</sub> à 25°C.

❖ S1 est une solution de soude (NaOH) de concentration

$$C_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

- ❖  $S_2$  est une solution d'acide méthanoïque de concentration  $C_2 = 10^1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .
  - ❖  $S_3$  est une solution de méthanoate de sodium de concentration  $C_3 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .
1. Le pH de  $S_1$  est égal à 12.7 ; montrer que la valeur de  $C_1$  que l'on peut déduire est en accord avec celle indiquée ci-dessus.
  2. a) Le coefficient de dissociation de l'acide méthanoïque dans la solution  $S_2$  est  $\alpha = 0.04$ . Calculer le pH de la solution  $S_2$ .  
b) Déterminer le pKa du couple  $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$ .
  3. A  $40 \text{ cm}^3$  de la solution  $S_3$ , on ajoute  $10 \text{ cm}^3$  de la solution  $S_2$ . Le pH du mélange ainsi réalisé est égal à 4.1.
    - a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans le mélange.
    - b) En déduire le pKa du couple  $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$ .

**EXERCICE N°16 :**

1. Soit une solution  $S_1$  d'acide nitrique  $\text{HNO}_3$ , de pH=3.4.
  - a) Calculer la concentration molaire  $C_1$  de  $S_1$ .
  - b) Que peut – on dire de la molarité des ions  $\text{OH}^-$  par rapport à celle des ions  $\text{H}^+$  ?
2. Vers quelle valeur tend le pH de cette solution d'acide nitrique si elle est extrêmement diluée ?
3. Après une forte dilution, on a une solution  $S_2$  d'acide nitrique de pH=6.8.
  - a) peut – on négliger la molarité des ions  $\text{OH}^-$  par rapport à celle des ions  $\text{H}^+$  ?
  - b) quelle est la concentration molaire  $C_2$  de  $S_2$  ?

**EXERCICE N°17 :**

- On a préparé  $10 \text{ cm}^3$  de solution aqueuse de mono éthylamine ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ ) de concentration molaire  $C_1 = 0.10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . Son pH est égal à 11.9.
1.
    - a) Montrer que la mono éthylamine est une base faible. Ecrire l'équation de sa réaction avec l'eau.
    - c) Déterminer le pKa du couple ion éthylamonium mono éthylamine.
    - d) Calculer le nombre  $n_1$  de moles de molécules de mono éthylamine présentes à l'équilibre dans les  $10 \text{ cm}^3$  de la solution.
  2. On ajoute  $90 \text{ cm}^3$  d'eau à la solution précédente. Le pH de la solution obtenue  $S_2$  est 11.3.

- a) Déterminer le nombre  $n_2$  de moles de molécules de monoéthylamine présente à l'équilibre dans la solution  $S_2$ .
  - b) Préciser si l'ajout d'eau à une solution aqueuse de monoéthylamine constitue une simple dilution ou si cet ajout est accompagné d'une réaction chimique. Si oui, laquelle ?
3. On dispose d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de  $\text{pH}=2.9$ . On effectue la même dilution que dans la question précédente. Quel serait le  $\text{pH}$  de la solution diluée obtenue ? Justifier la valeur du  $\text{pH}$ .

**EXERCICE N°18 :**

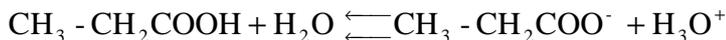
On prépare trois solutions notées  $S_1, S_2, S_3$  en dissolvant dans l'eau trois monobases  $B_1, B_2, B_3$ .

Base	Concentration ( $\text{mol.L}^{-1}$ )	PH
B1	$5.10^{-3}$	9.8
B2	$5.10^{-3}$	11.2
B3	$1.6.10^{-3}$	11.2

1. Donner la définition d'une base selon la théorie de Bronsted.
2. Vérifier que l'une des bases est forte.
3. Classer selon leurs forces les deux bases faibles. Justifier.
4. Calculer le  $\text{pK}_a$  des bases faibles.

**Exercice N° 1 :**

a) L'équation bilan de la réaction d'ionisation de l'acide dans l'eau s'écrit :



Sachant que le  $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$ , on déduit  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$   
 $\text{pH} = 2,7$  d'où  $[\text{H}^+] \cong 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ . Le produit ionique de l'eau  $K_e = [\text{OH}^-][\text{H}^+] = 10^{-14}$  à  $25^\circ\text{C}$

$$\text{alors } [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}^+]}, [\text{OH}^-] = 5 \cdot 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

On remarque que  $[\text{OH}^-]$  est négligeable devant  $[\text{H}^+]$ .

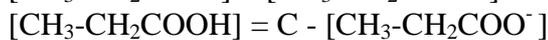
L'électro - neutralité de la solution s'écrit :



$$\text{d'où } [\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COO}^-] = [\text{H}^+] - [\text{OH}^-] \cong [\text{H}^+]$$

$$[\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COO}^-] = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

L'équation de conservation de matière s'écrit :



Or  $[\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COO}^-] \ll C$  d'où  $[\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COOH}] \cong C$

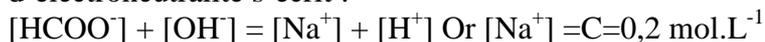
La constante d'acidité du couple acide / base s'écrit :

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COOH}]}; K_a = 1,33 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Or } \text{p}K_a = -\log K_a \quad \text{A.N : } \text{p}K_a = 4,88$$

b)  $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$  alors  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$  Soit  $[\text{H}^+] = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$ ; d'après le produit ionique de l'eau on aura :  
 $[\text{OH}^-] = 4 \cdot 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$ .

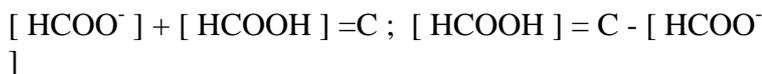
Les entités chimiques présentes en solution autre que l'eau sont :  $\text{HCOO}^-$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{H}^+$  et  $\text{HCOOH}$  La condition d'électroneutralité s'écrit :



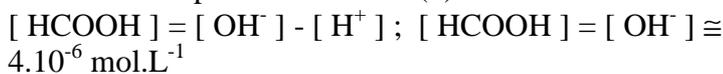
d'où  $[\text{HCOO}^-] = C - [\text{OH}^-] + [\text{H}^+] \quad (1)$

il vient  $[\text{HCOO}^-] = 0,2 \text{ mol.L}^{-1}$

La condition de conservation de matière donne :



En tenant compte de la relation (1) on aura :



La constante d'acidité du couple  $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$  s'écrit

Commentaires et  
conseils

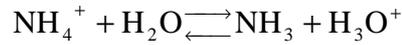
\* Les  
molécules  
 $\text{HCOOH}$   
proviennent de  
l'action de  
 $\text{HCOO}^-$  sur  
l'eau :  
 $\text{HCOO}^- + \text{H}_2\text{O}$   
 $\rightleftharpoons$   
 $\text{HCOOH} + \text{OH}^-$   
L'ionisation du  
sel est  
supposée totale

$$K_a = \frac{[H^+][CHCOO^-]}{[HCOO]}, \text{ on en déduit :}$$

$$pK_a = pH - \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOO]} \text{ A.N. : } pK_a=3,9$$

**Exercice N° 2 :**

1 - Pour le couple  $NH_4^+ / NH_3$  on peut écrire l'équation chimique traduisant l'équilibre chimique :



L'équilibre est défini par la constante d'acidité d'expression

$$K_A = \frac{[H^+][NH_3]}{[NH_4^+]}$$

$$\text{d'où } \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{K_A}{[H^+]} \quad (1)$$

$$\text{avec } K_A = 10^{-pK_A} \text{ et } [H^+] = 10^{-pH}$$

$$\text{soit } \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} \cong 20$$

2 - La condition de conservation de matière permet d'écrire  $[NH_4^+] + [NH_3] = C$  (2)

$$\text{Or d'après la relation (1) on a : } [NH_3] = [NH_4^+] \cdot \frac{K_A}{[H^+]}$$

$$\text{La relation (2) devient : } [NH_4^+] \left(1 + \frac{K_A}{[H^+]}\right) = C$$

$$\text{Soit } [NH_4^+] = \frac{C \cdot [H^+]}{K_A + [H^+]}$$

$$\text{Or } [NH_3] = C - [NH_4^+]; \text{ donc } [NH_3] = \frac{C \cdot K_A}{K_A + [H^+]}$$

$$\text{A.N: } [NH_4^+] \cong 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ molL}^{-1}$$

$$[NH_3] \cong 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ molL}^{-1}$$

**Exercice N° 3 :**

a) A concentrations égales on a  $pH_1 > pH_2$

$$\text{alors } [H^+]_1 < [H^+]_2$$

La solution de l'acide  $A_1H$  contient moins d'ions  $H^+$  que celle de l'acide  $A_2H$ .

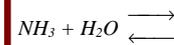
L'acide  $A_2H$  est donc plus fort que l'acide  $A_1H$ .

Commentaires et conseils

\* On rappelle :  
 $\log a \times b = \log a + \log b$

et  $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$

\* On peut écrire aussi



$NH_4^+ + OH^-$  pour le sens direct on définit  $K_b$

**b )** On remarque que les 2 acides sont faibles.

En effet on a  $\text{pH} > -\log C$

L'ionisation des 2 acides dans l'eau est partielle.

Les entités chimiques présentes en solution autre que l'eau

sont : Pour  $A_1H$  :  $A_1H$ ,  $A_1^-$ ,  $H^+$ ,  $OH^-$

pour  $A_2H$  :  $A_2H$ ,  $A_2^-$ ,  $H^+$ ,  $OH^-$

Calcul des molarités de ces entités chimiques :

Pour  $A_1H$  : on a  $\text{pH}_1 = -\log [H^+]_1$  d'où  $[H^+]_1 = 10^{-\text{pH}_1}$

soit  $[H^+]_1 = 1,99 \cdot 10^{-5} \text{ molL}^{-1}$

Le produit ionique donne  $[OH^-]_1 = \frac{K_e}{[H^+]_1}$

$$[OH^-]_1 = 5 \cdot 10^{-10} \text{ molL}^{-1}$$

L'électroneutralité de la solution permet d'écrire:

$$[A_1^-] + [OH^-]_1 = [H^+]_1$$

$$[A_1^-] = [H^+]_1 - [OH^-]$$

Or  $[OH^-]_1 \ll [H^+]_1$

alors  $[A_1^-] \cong [H^+]_1 = 1,99 \cdot 10^{-5} \text{ molL}^{-1}$

La condition de conservation de matière donne :

$$[A_1^-] + [A_1H] = C$$

d'où  $[A_1H] = C - [A_1^-] \cong C = 10^{-2} \text{ molL}^{-1}$

On procède de la même manière pour la solution d'acide

$A_2H$  on trouve :

$$[H^+]_2 = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ molL}^{-1}$$

$$[OH^-]_2 = 8 \cdot 10^{-11} \text{ molL}^{-1}$$

$$[A_2^-] = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ molL}^{-1}$$

$$[A_2H] = 0,98 \cdot 10^{-2} \text{ molL}^{-1}$$

**c )** Calcul des  $\text{pK}_a$  des couples acide-base :

Pour  $A_1H / A_1^-$   $\text{pK}_1 = \text{pH}_1 - \log \frac{[A_1^-]}{[A_1H]}$

$$\text{A.N : } \text{pK}_{1a} = 7,4$$

Pour  $A_2H / A_2^-$  on trouve  $\text{pK}_{2a} \cong 5,8$

### **Exercice N° 4 :**

**a )** Soit  $v$  le volume de Chlorure d'hydrogène mis en solution :  $v = 1\text{L}$ .

Le nombre de moles de HCl correspondant est :

$$n = \frac{v}{V_0} \quad \text{avec } V_0 : \text{volume molaire des gaz}$$

La concentration  $C_0$  de la solution obtenue est alors :

Commentaires et conseils

\* Si les concentrations des 2 solutions n'étaient pas égales ce raisonnement serait faux.

$$C_0 = \frac{n}{V} \text{ avec } V : \text{ volume de la solution ; } V = 1L$$

$$\text{soit } C_0 = \frac{V}{V_0 \cdot V} \quad \text{A.N : } C_0 = \mathbf{0,04 \text{ mol.L}^{-1}}$$

**b )** L'acide HCl étant fort le pH est donné par la relation

$$\mathbf{pH = -\log C_0 .} \quad \text{A.N : } \mathbf{pH_0 \cong 1,4}$$

**c )** Le pH de la solution S<sub>1</sub> à préparer est supérieur à celui de S<sub>0</sub>. D'après la relation  $C = 10^{-pH}$  la concentration C<sub>1</sub> de la solution S<sub>1</sub> est inférieure à la concentration C<sub>0</sub> de la solution S<sub>0</sub> ; donc on procède par **dilution**. Or HCl est un acide fort ; la quantité de matière en ions H<sup>+</sup> est la même dans les deux solutions il vient:  $C_0V_0 = C_1V_1$

V<sub>0</sub> étant le volume à prélever de la solution S<sub>0</sub>

$$V_1 \text{ étant le volume final de la solution } S_1; V_1 = \frac{10^{-pH_0}}{10^{-pH_1}} V_0 \cong 20V_0$$

Le volume d'eau ajouté est  $V_{\text{eau}} = V_1 - V_0$ ;  $\mathbf{V_{\text{eau}} = 19V_0}$

### **Exercice N° 5 :**

**1 -** La constante d'équilibre relative à la réaction directe s'écrit :

$$K = \frac{[NH_3]_{\text{éq}}^2}{[N_2]_{\text{éq}} \times [H_2]_{\text{éq}}^3} \quad \text{A.N : } \mathbf{K \cong 0,06}$$

**2 - a )** Concentration C de la solution obtenue :

$$C = \frac{n_{NH_3 \text{ dissous}}}{V_{\text{solution}}} \quad \text{or } n_{NH_3} = \frac{V_{NH_3}}{V_0}$$

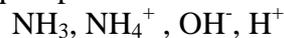
$$\text{d'où } C = \frac{V_{NH_3}}{V \times V_0} \quad \text{avec } V_{NH_3} = 4,8 L,$$

$$V = 4L, V_0 = 24L \text{ mol}^{-1} \quad \text{A.N : } C = 0,05 \text{ molL}^{-1}$$

NH<sub>3</sub> est une base faible; en effet on a pH # 14+ log C

L'équation bilan de la réaction de dissolution de l'ammoniac dans l'eau pure s'écrit :  $NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$

**b)** Puisque NH<sub>3</sub> est une base faible, l'ionisation dans l'eau est partielle, il existe des molécules d'ammoniac non ionisées. Les espèces chimiques présentes en solution sont :



**c)** l'expression de la constante d'acidité du couple NH<sub>4</sub><sup>+</sup> / NH<sub>3</sub>

$$K_a = \frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]} \quad (1)$$

L'électroneutralité de la solution permet d'écrire:

$$[\text{NH}_4^+] + [\text{H}^+] = [\text{OH}^-]$$

Or la solution est basique donc  $[\text{H}^+] \ll [\text{OH}^-]$

$$[\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}^+] \cong [\text{OH}^-]$$

La conservation de matière donne :  $[\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3] = C$

or l'ionisation de  $\text{NH}_3$  dans l'eau est faible alors:

$$[\text{NH}_4^+] \ll [\text{NH}_3] \text{ donc } [\text{NH}_3] \cong C$$

L'expression (1) devient:  $K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+] \cdot C}{[\text{OH}^-]}$

or  $K_e = [\text{OH}^-][\text{H}^+]$  on déduit  $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$

$K_a$  devient :  $K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]^2 \cdot C}{K_e}$ ; or  $\text{p}K_a = -\log K_a$

d'où  $\text{p}K_a = 2 \text{pH} - \log C - \text{p}K_e$  **A.N : pKa = 9,2**

### Exercice N° 6 :

a) Puisque le  $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$  On déduit  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$

Soit  $[\text{H}^+] = 7,94 \cdot 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$ . Le produit ionique  $K_e = [\text{OH}^-][\text{H}^+]$  donne :

$$[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}^+]}$$
 soit  $[\text{OH}^-] = 12,6 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$

Or  $[\text{OH}^-] = \frac{n_0(\text{OH}^-)}{V}$  ;  $V = 5 \text{ mL}$  ;  $V$  : volume de la solution

d'où  $n_0 = V [\text{OH}^-]$  **A.N :  $n_0 = 63 \cdot 10^{-7} \text{ mole}$**

b) Pour  $S'_1$  :  $[\text{H}^+]_1 = 10^{-\text{pH}'_1}$  ;  $[\text{H}^+]_1 = 1,58 \cdot 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$

$$[\text{OH}^-]_1 = \frac{K_e}{[\text{H}^+]_1}$$
 soit  $[\text{OH}^-]_1 = 0,63 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$

Alors  $n_1 = [\text{OH}^-]_1 \cdot V_1$  avec  $V_1 = 100 \text{ mL}$  ;  **$n_1 = 0,63 \cdot 10^{-5} \text{ mole}$**

de la même manière on trouve :  **$n_2 = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ mole}$**

c) On remarque que la quantité de matière en ions  $\text{OH}^-$  dans la solution  $S_1$  (avant la dilution) et dans la solution  $S'_1$  (après la dilution) est la même :

$$n_1 = n_0$$

Toutes les molécules de la monobase relative à  $S_1$  ont été ionisées. Il s'agit d'une base forte.

$n_2 > n_0$ , la dilution a augmenté le nombre de moles d'ions  $\text{OH}^-$  en solution ; il y a eu donc un déplacement d'équilibre lors de la dilution.

La base correspondante est donc une base faible.

**Exercice N° 7 :**

1 - HCl étant un acide fort, le pH de la solution de concentration  $C_1$  est donnée par la relation :

$$\text{pH} = -\log C_1 \quad \text{d'où } C_1 = 10^{-\text{pH}}$$

$$\text{A.N : } C_1 \cong 2.10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$$

2 - a ) Mélange de  $V_1$  mL d'acide Chlorhydrique de concentration  $C_1$  avec  $V_2$  mL d'une solution de NaCl de concentration  $C_2$ .

En versant dans la solution acide, la solution de NaCl on a apporté des ions  $\text{Na}^+$  et  $\text{Cl}^-$ , or ces ions sont indifférents ( ions spectateurs ).

La variation du pH est due à une dilution et non à une réaction chimique. On a dilué 2 fois la solution, la concentration est donc divisée par 2.

$$\text{Or } \text{pH}' = -\log C' \quad \text{avec } C' = \frac{C_1}{2} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

donc le pH devient égal a 2.

b) On ajoute à la solution d'acide chlorhydrique une solution d'éthanoate de Sodium

Le pH passe de la valeur 2 à la valeur 3,4.

Calculons la quantité d'ions  $\text{H}^+$  dans  $V_1$  mL d'acide

Chlorhydrique :  $n_1 = C_1 V_1$ ;  $n_1 = V_1.10^{-\text{pH}}$

avec  $V_1 = 15.10^{-3} \text{L}$  d'où  **$n_1 = 3.10^{-4} \text{ mole}$**

Calculons le nombre de moles d'ions  $\text{H}^+$  dans le mélange.

Le pH du mélange est  $\text{pH}' = 3,4$

Or par définition  $\text{pH}' = -\log [ \text{H}^+ ]_{\text{mélange}}$

d'où  $[ \text{H}^+ ]_{\text{mélange}} = 10^{-\text{pH}'} = 3,98.10^{-4} \text{ molL}^{-1}$ ,

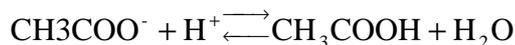
Le nombre de moles d'ions  $\text{H}^+$  est :

$$n'_1 = [ \text{H}^+ ]_{\text{mélange}} ( V_1 + V_2 )$$

$$\text{A.N : } n'_1 \cong 1,2.10^{-5} \text{ molL}^{-1}$$

On remarque  $n_1 > n'_1$

Donc au cours du mélange, les ions  $\text{H}^+$  ont été consommés, Ils ont réagi avec  $\text{CH}_3\text{COO}^-$  base conjuguée forte de l'acide faible  $\text{CH}_3\text{COOH}$  selon l'équation :

Commentaires et conseils

\*  $\text{Cl}^-$  est la base conjuguée d'un acide fort (HCl) donc c'est une base plus faible que  $\text{H}_2\text{O}$ , elle ne réagit pas avec l'eau de même pour  $\text{Na}^+$  (acide faible)

\* Attention dans la relation  $n_1 = C_1 V_1$   $V_1$  doit être exprimé en litres

\* puisque HCl est un acide fort alors on a  $C_1 = [ \text{H}^+ ]$  donc on peut aussi écrire :  $n_1 = C_1 V_1$

\* Pour voir s'il y a réaction ou non on ne doit pas comparer les pH mais les quantités de matière ( en moles ).

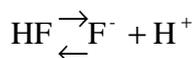
**Exercice N° 8 :**

1 - a) Si HF était un acide fort alors pH serait égal à  $-\log C_1$  soit  $\text{pH} = 2$

Or  $\text{pH}_{\text{mesurée}} = 2,6 > -\log C_1$

donc HF est un acide faible, sa réaction avec l'eau est partielle.

b) La réaction étant limitée, elle aboutit à l'équilibre dynamique symbolisée par l'équation suivante :



2 - a) Le nombre de moles d'acide mis en solution ne sera pas modifié par l'addition de l'eau donc on a :  $n_{\text{HF}} = C_1 \cdot v = C_2 \cdot V$

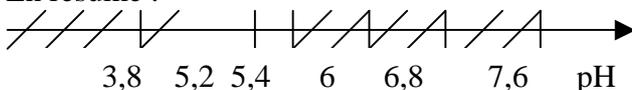
d'où  $C_2 = C_1 \cdot \frac{v}{V}$  ; A.N :  $C_2 = 0,49 \cdot 10^{-5} \text{ molL}^{-1}$

b) Pour le rouge de bromocrésol, il prend la teinte jaune pour  $\text{pH} < 5,2$  et rouge pour  $\text{pH} > 6,8$

Il prend sa teinte sensible (orangée) pour  $5,2 < \text{pH} < 6,8$ .

Pour l'échantillon N° 1 on peut dire que le pH de la solution est  $5,2 < \text{pH} < 6,8$  ; avec le vert de bromocrésol l'échantillon N° 2 a pris la teinte vert (teinte sensible de l'indicateur coloré), le pH est donc compris entre 3,8 et 5,4. Dans, l'échantillon N° 3, le bleu de bromothymol a viré au jaune donc le pH est inférieur à 6.

En résumé :



Le pH de la solution  $S_2$  est compris entre 5,2 et 5,4.

**Exercice N° 9 :**

1 - HCl étant un acide fort, le pH de la solution  $S_1$  est  $\text{pH}_{S_1} = -\log C_1$  soit  $\text{pH} = 2$ . Or la couleur de la forme acide de l'hélianthine (rouge) domine pour  $\text{pH} < 3,1$  donc la coloration de  $S_1$  est rouge.

2 - Pour le couple  $\text{CH}_3\text{COOH} / \text{CH}_3\text{COO}^-$  la constante d'acidité s'écrit :

Commentaires et conseils

\* Il reste en solution des molécules HF non ionisées.

\* Ne pas confondre entre concentration de la solution en acide et une concentration en ions  $\text{H}^+$  dans le cas d'un acide faible

$$K_A = \frac{[ \text{CH}_3\text{COO}^- ] [ \text{H}^+ ]}{[ \text{CH}_3\text{COOH} ]}$$

$$\text{On tire } [ \text{H}^+ ] = K_A \times \frac{[ \text{CH}_3\text{COOH} ]}{[ \text{CH}_3\text{COO}^- ]}$$

En prenant :

- Logarithme décimal des deux membres, il vient:

$$\text{pH}_{\text{S}_2} = \text{pK}_A - \log \frac{[ \text{CH}_3\text{COOH} ]}{[ \text{CH}_3\text{COO}^- ]}$$

$$\text{d'après l'énoncé : } \frac{[ \text{CH}_3\text{COOH} ]}{[ \text{CH}_3\text{COO}^- ]} = 25$$

**A.N :  $\text{pH}_{\text{S}_2} = 3,4$**

Or la zone de virage de l'indicateur coloré est :  $3,1 < \text{pH} < 4,4$

L'indicateur prend une coloration intermédiaire entre celle de la forme acide et celle de la forme basique. Déterminons la concentration molaire de la solution  $\text{S}_2$  : la connaissance du pH donne :  $[ \text{H}^+ ] = 10^{-\text{pH}_{\text{S}_2}} = 3,98 \cdot 10^{-4} \text{ molL}^{-1}$

$$\text{on a } [ \text{OH}^- ] = \frac{K_e}{[ \text{H}_3\text{O}^+ ]} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ molL}^{-1}$$

La condition d'électroneutralité de la solution permet d'écrire :

$$[ \text{CH}_3\text{COO}^- ] + [ \text{OH}^- ] = [ \text{H}^+ ], \text{ puisque } [ \text{OH}^- ] \ll [ \text{H}^+ ]$$

$$\text{on a donc } [ \text{CH}_3\text{COO}^- ] \cong [ \text{H}^+ ] = 3,98 \cdot 10^{-4} \text{ molL}^{-1}$$

d'autre part la constante d'acidité du couple acide / base s'écrit :

$$K_A = \frac{[ \text{CH}_3\text{COO}^- ] [ \text{H}^+ ]}{[ \text{CH}_3\text{COOH} ]}$$

$$\text{d'où } [ \text{CH}_3\text{COOH} ] = \frac{[ \text{CH}_3\text{COO}^- ] [ \text{H}^+ ]}{K_A}$$

$$[ \text{CH}_3\text{COOH} ] \cong \frac{[ \text{H}^+ ]^2}{K_A}$$

$$\text{Or } [ \text{H}^+ ] = 10^{-\text{pH}_{\text{S}_2}} \text{ et } K_A = 10^{-\text{pK}_A}$$

$$\text{il vient } [ \text{CH}_3\text{COOH} ] \cong \frac{10^{-2\text{pH}_{\text{S}_2}}}{10^{-\text{pK}_A}} = 10^{-2\text{pH}_{\text{S}_2} + \text{pK}_A}$$

**A.N :  $[ \text{CH}_3\text{COOH} ] \cong 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$**

La conservation de matière de l'acide donne :

$$[ \text{CH}_3\text{COOH} ] + [ \text{CH}_3\text{COO}^- ] = C_A$$

d'après le calcul on peut négliger  $[ \text{CH}_3\text{COO}^- ]$  devant

$$[ \text{CH}_3\text{COOH} ] \text{ d'où } \underline{C_A \cong 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}}$$

**Exercice N° 10 :**

1 - Pour la solution S<sub>2</sub> on a :  $[\text{OH}^-] = 3.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

$$\text{Or } K_e = [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \text{ à } 25^\circ\text{C d'où } [\text{H}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]}$$

$$\text{soit } [\text{H}^+] = \frac{1}{3} 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1} \text{ Par définition } \text{pH}_{S_2} = -\log [\text{H}^+]$$

$$\text{A.N : } \text{pH}_{S_2} = \mathbf{11,4}$$

2 - \* pH de la solution S<sub>3</sub> : Le nombre de moles de NaOH dissous est

$$n_{\text{NaOH}} = \frac{m}{M} \text{ avec } M : \text{ masse molaire de NaOH}$$

$$\text{soit } n_{\text{NaOH}} = 5.10^{-2} \text{ mole.}$$

d'après l'équation de dissociation ionique de l'hydroxyde de Sodium :  $\text{NaOH}_{\text{sd}} \rightarrow \text{Na}^+_{\text{aq}} + \text{OH}^-_{\text{aq}}$  ; une mole de NaOH dissoute fait apparaître une mole d'ions OH<sup>-</sup> et puisqu'il s'agit d'une base forte alors :

$$n_{\text{OH}^-} = (n_{\text{NaOH}})_{\text{dissous}} = 5.10^{-2} \text{ mole}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V} = 5.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

d'après le produit  $K_e = [\text{H}^+][\text{OH}^-]$

$$\text{On a } [\text{H}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} = 2.10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

Le pH est alors :  $\text{pH}_{S_3} = -\log [\text{H}^+]$

$$\text{A.N : } \text{pH}_{S_3} = \mathbf{11,7}$$

\* pH de la solution S<sub>4</sub> :

La base étant forte l'addition de l'eau ne fait pas varier la quantité de matière d'ions OH<sup>-</sup>.

Avant la dilution on a : pH = 12,0

$$\text{donc } [\text{H}^+] = 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1} \text{ d'où } [\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$n_{\text{OH}^-} = [\text{OH}^-] \times V \text{ avec } V = 100\text{mL}$$

$n_{\text{OH}^-}$  étant le même après dilution on écrit :

$$n_{\text{OH}^-} = [\text{OH}^-]_{S_4} \times V_{S_4} \text{ avec } V_{S_4} = 100 + 400 = 500\text{mL}$$

$$\text{d'où on a : } [\text{OH}^-] V = [\text{OH}^-]_{S_4} \times V_{S_4}$$

$$\text{il vient : } [\text{OH}^-]_{S_4} = [\text{OH}^-] \cdot \frac{V}{V_{S_4}}$$

$$\text{A.N : } [\text{OH}^-]_{S_4} = \mathbf{2.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}} \text{ alors } [\text{H}^+]_{S_4} = 5.10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

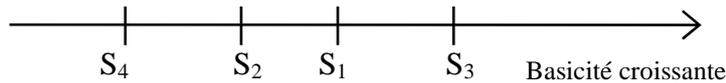
$$\text{d'où } \text{pH}_{S_4} = -\log [\text{H}^+]_{S_4} ; \text{ A.N : } \text{pH}_{S_4} = \mathbf{11,3}$$

3 - Une solution est d'autant plus basique que son pH est élevé :

On a d'après le calcul :

$$\text{pH}_{S_3} > \text{pH}_{S_1} > \text{pH}_{S_2} > \text{pH}_{S_4}$$

On a donc le classement suivant :



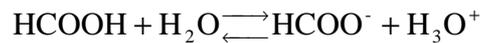
**Exercice N° 11:**

1 - D'après les mesures on a :

$$\text{pH}_1 = 2,9 \quad \text{or } C = 10^{-2} \text{ molL}^{-1}$$

Si l'acide était fort on aura  $\text{pH} = -\log C = 2$

Or  $\text{pH}_1 > -\log C$  donc l'acide est faible on aura alors l'équilibre dynamique symbolisée par l'équation :



Les couples acide / base mis en jeu sont :



2 - Calculons  $\alpha_1$  pour la solution  $S_1$  ; d'après le pH on a :

$[\text{H}^+]_{S1} = 10^{-\text{pH}_1}$  soit  $[\text{H}^+] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  ; d'après l'électroneutralité de la solution on a :

$$[\text{HCOO}^-] + [\text{OH}^-] = [\text{H}^+] \text{ Or } [\text{OH}^-]_{S1} = 0,79 \cdot 10^{-11} \ll [\text{H}^+]$$

$$\text{donc } [\text{HCOO}^-] \cong [\text{H}^+] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

D'après la définition du coefficient d'ionisation  $\alpha$  de l'acide

$$\alpha = \frac{n_{A^-}}{(n_{AH})_0} \text{ soit aussi } \alpha = \frac{[A^-]}{C}$$

$$\text{on a : } \alpha_1 = \frac{[\text{HCOO}^-]}{C} \quad \text{A.N : } \alpha_1 = 0,126 = 12,6 \%$$

- Calculons  $\alpha_2$  pour la solution  $S_2$  : On procède de la même manière :

$$[\text{HCOO}^-]_{S2} \cong [\text{H}^+]_{S2} = 3,98 \cdot 10^{-4} \text{ molL}^{-1}$$

En diluant 10 fois , la concentration molaire de la solution acide serait :

$$C' = \frac{C}{10} = 10^{-3} \text{ molL}^{-1}$$

$$\text{d'où : } \alpha_2 = \frac{[\text{HCOO}^-]_{S2}}{C'} = 0,398 = 39,8\%$$

$$\alpha_2 \cong 40 \%. \text{ On a } \alpha_2 > \alpha_1$$

La dilution déplace l'équilibre dans le sens de l'ionisation de l'acide; plus on dilue, plus le nombre de molécules d'acide ionisées est grand.

**Exercice N° 12 :**

1 -a ) l'équation bilan de la réaction s'écrit :



b ) Le pH étant égal à 2,9 on déduit :  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$

$$\text{Or } [\text{H}^+] = \frac{n_{\text{H}^+}}{v}$$

avec  $v = 1\text{L}$  : volume de la solution

$$\text{d'où } n_{\text{H}^+} = [\text{H}^+] \cdot v$$

$$n_{\text{H}^+} = 10^{-\text{pH}} \cdot v ; \text{AN : } n_{\text{H}^+} \cong 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ mole}$$

Calcul du volume V de HCl dissous

$$n_{\text{H}^+} = \frac{V}{V_m} \text{ d'où } V = n_{\text{H}^+} \cdot V_m ;$$

$$\text{AN : } V = 29,8 \cdot 10^{-3}\text{L}$$

$$V = 29,8 \text{ mL}$$

2 - a)  $n_1 = [\text{H}^+] \cdot v$  avec  $v = 1\text{L}$ . Or  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$

il vient :  $n_1 = 10^{-\text{pH}} \cdot v$  AN :  $n_1 \cong 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ mole}$

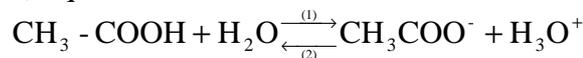
Or le nombre de moles d'acide introduit est

$n = 0,10 \text{ mole}$ . On remarque que  $n_1 < n$

Toutes les molécules d'acide éthanoïque mis en solution n'ont pas été ionisées.

on conclut donc que l'acide éthanoïque est un acide faible dans l'eau.

b) équation bilan de la réaction de l'acide avec l'eau s'écrit :



3 - a) La solution obtenue après dilution a un  $\text{pH}' = 3,4$ .

On en déduit  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}'}$

Le nombre de moles d'ions  $\text{H}^+$  présents dans le volume  $v'_1 = 100 \text{ mL}$  de la solution diluée est :

$$n_2 = [\text{H}^+] \times v'_1 \text{ soit : } n_2 = 10^{-\text{pH}'} \cdot v'_1$$

AN :  $n_2 \cong 3,98 \cdot 10^{-5} \text{ mole}$ . Pour préparer la solution de

$$\text{concentration } C_2 = \frac{C_1}{10}$$

On a procédé par une dilution : on a dilué, la solution initiale d'acide éthanoïque, 10 fois c'est à dire le volume prélevé est  $v_1 = 10\text{mL}$ .

Le nombre de mole d'ions  $\text{H}^+$  contenus dans le volume est :

$$n_3 = [\text{H}^+] \cdot v_1 \text{ soit } n_3 = 10^{-\text{pH}} \cdot v_1$$

Commentaires et conseils

\* Cette réaction est quasi-totale car HCl est un électrolyte fort.

\* L'ionisation de l'acide dans l'eau est partielle

\* du fait que l'acide est faible, la

réaction (1) aboutit à un

équilibre

dynamique

\* La dilution

ne modifie pas

le nombre de

moles d'acide

mis en solution

:

$$C_1 v_1 = C_2 v'_1$$

$$\text{or } C_2 = \frac{1}{10} C_1$$

donc  $v_1$

$$= \frac{1}{10} v'_1$$

$$= \frac{1}{10} v'_1$$

soit  $v_1 = 10 \text{ mL}$

\* Ce résultat

est conforme

avec la loi de

modération :

la dilution

provoque le

déplacement

del'équilibre

dans le sens

del'ionisation

de l'acide

$v_1 = 10 \text{ mL}$  et  $\text{pH} = 2,9$  AN :  $n_3 = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ mole}$

On remarque après dilution le nombre de mole d'ions  $\text{H}^+$  présents est supérieur à celui avant la dilution :  $n_2 > n_3$ .

b) Pour un acide fort tel que  $\text{HCl}$ , le nombre de moles d'ions  $\text{H}^+$  présents dans la solution est égal au nombre de moles d'acide mis en solution :  $(n_{\text{H}_3\text{O}^+})_{\text{présent}} = (n_{\text{HCl}})_0$  mais la dilution ne fait que varier la molarité en ion

$\text{H}^+$ . En diluant 10 fois on a :  $C_2 = \frac{C_1}{10}$ . Or  $\text{HCl}$  étant fort on a  $\text{pH} = -\log C$

avant la dilution  $\text{pH} = -\log C_1 = 2,9$  après la dilution  $\text{pH}' = -\log C_2$

Or  $C_2 = \frac{C_1}{10}$  d'où  $\text{pH}' = -\log C_1 + \log 10$

il vient :  $\text{pH}' = \text{pH} + 1$  soit  **$\text{pH}' = 3,9$**

### EXERCICE N°13 :

1. a- A concentration égale on a d'après les mesures :

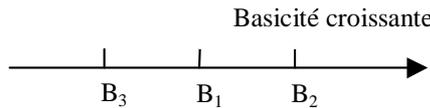
$$\text{pH}_{(s_3)} < \text{pH}_{(s_1)} < \text{pH}_{(s_2)}$$

Ce qui implique que  $[\text{H}^+]_{s_3} > [\text{H}^+]_{s_1} > [\text{H}^+]_{s_2}$

Or le produit est  $K_e = [\text{H}^+].[\text{OH}^-] = \text{cte}$  à une température donnée

Donc  $[\text{OH}^-]_{s_3} < [\text{OH}^-]_{s_1} < [\text{OH}^-]_{s_2}$ .

Ces inégales montrent que la base  $B_3$  est plus faible que la base  $B_1$  laquelle est plus faible que la base  $B_2$ .



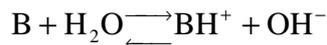
La base la plus forte est  $B_2$  c'est à dire l'hydroxyde de sodium. Pour une base forte le pH est donnée par la relation:

$\text{pH} = 14 + \log C$ , soit  $\text{pH}_2 = 14 + \log C_2$  d'où  $\log C_2 = \text{pH}_2 - 14$ .

$\log C_2 = -1$ , il vient  **$C_2 = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$**

2. a- Ecrivons les équations des réactions chimiques:

- ionisation de la base B dans l'eau:



- ionisation propre de l'eau:



Les espèces chimiques présentes (autre que l'eau) sont:

$\text{B}$  (non ionisées);  $\text{BH}^+$ ;  $\text{OH}^-$ ;  $\text{H}^+$ .

Exprimons l'électroneutralité de la solution:

$[\text{H}^+] + [\text{BH}^+] = [\text{OH}^-]$  d'où  $[\text{BH}^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}^+]$ .

Or la solution est basique, on peut donc négliger  $[\text{H}^+]$

devant  $[\text{OH}^-]$ . Il vient  $[\text{BH}^+] \cong [\text{OH}^-]$ .

La condition de conservation de matière donne:

$C = [\text{BH}^+] + [\text{B}]$ ; il vient  $[\text{B}] = C - [\text{BH}^+]$ .

D'après l'énoncé on suppose que  $[\text{BH}^+] \ll C$

D'où  $[\text{BH}^+] \cong C$ . La loi d'action de masse permet d'écrire:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{B}]}{[\text{BH}^+]} \quad \text{soit} \quad K_a = \frac{[\text{H}^+]C}{[\text{OH}^-]} \quad (1) \quad \text{or} \quad [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}^+]}$$

La relation (1) devient:  $K_a = \frac{[\text{H}^+]^2 C}{K_e} \quad [\text{H}^+]^2 = \frac{K_e \cdot K_a}{C}$

Ce qui donne  $2\text{pH} = \text{p}K_e + \text{p}K_a + \log C$

d'où  $\text{p}K_a = 2\text{pH} - \text{p}K_e - \log C$

b- Calculons le  $\text{p}K_a$  des bases faibles  $B_1$  et  $B_3$  :

Pour  $B_1$  on a  $C_1 = C_2 = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$  et  $\text{pH}_1 = 11,1$ ;  $\text{p}K_a = 9,2$ .

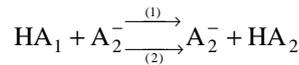
Pour  $B_3$  on a  $\text{pH}_3 = 10,6$  ;  $\text{p}K_{a3} = 8,2$ .

c-  $\text{p}K_{a1} = 9,2$  donc la base  $B_1$  est l'ammoniac.

$\text{p}K_{a3} = 8,2$  donc la base  $B_3$  est la morphine.

**Exercice N°14 :**

- Selon la théorie de BRONSTED, un acide est une entité chimique capable de libérer un proton ( $\text{H}^+$ ) au cours d'une réaction chimique. Une base est toute entité chimique capable de fixer un proton au cours d'une réaction chimique.
- a- Soit l'équilibre schématisé par l'équation :



D'après la loi d'action de masse, la constante d'équilibre de la réaction directe s'écrit :

$$K = \frac{[\text{HA}_2]_{\text{éq}} \cdot [\text{A}_1^-]_{\text{éq}}}{[\text{HA}_1]_{\text{éq}} \cdot [\text{A}_2^-]_{\text{éq}}} \quad (1)$$

La constante d'acidité du couple  $\text{HA}_1/\text{A}_1^-$  s'écrit :

$$K_{a1} = \frac{[\text{H}^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{A}_1^-]_{\text{éq}}}{[\text{HA}_1]_{\text{éq}}} \quad (2)$$

Celle du couple  $\text{HA}_2/\text{A}_2^-$  s'écrit :

$$K_{a2} = \frac{[\text{H}^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{A}_2^-]_{\text{éq}}}{[\text{HA}_2]_{\text{éq}}} \quad (3)$$

divisons les équations (2) et (3) membre à membre

il vient :  $\frac{K_{a1}}{K_{a2}} = \frac{[\text{A}_1^-]_{\text{éq}} [\text{HA}_2]_{\text{éq}}}{[\text{HA}_1]_{\text{éq}} [\text{A}_2^-]_{\text{éq}}}$  soit :  $\boxed{\frac{K_{a1}}{K_{a2}} = K}$

b- On a  $K = 2,5 \cdot 10^{-4}$  ;  $K < 1$  ce qui implique que  $\frac{K_{a1}}{K_{a2}} < 1$ . Soit  $K_{a1} < K_{a2}$ , donc

l'acide  $HA_2$  est plus fort que l'acide  $HA_1$ .

c- On a  $\frac{K_{a1}}{K_{a2}} = K$  soit  $-\log K = -\log \frac{K_{a1}}{K_{a2}}$

d'où  $-\log K = -\log K_{a1} + \log K_{a2}$

$pK = pK_{a1} - pK_{a2}$  il vient :  $pK_{a2} = pK_{a1} - pK$

$pK_{a1} = 2,9$  et  $pK = -\log 2,5 \cdot 10^{-4}$  soit  $pK = 3,6$

A.N. :  $pK_{a2} = -0,7$ .

D'après le calcul on a  $pK_{a2} < pK_{a1} \Leftrightarrow K_{a2} > K_{a1}$ . Ce résultat confirme le résultat de la question b-.

3. \* On peut mesurer les pH des solutions à concentration égale. A concentration égale, la solution dont le pH est le plus bas correspondant à l'acide le plus fort.
- On peut aussi comparer la conductibilité électrique des solutions acides ayant la même concentration. La solution de l'acide le plus fort conduit mieux le courant électrique.

### EXERCICE N°15 :

1. NaOH étant une base forte, le pH est donné à 25°C par la relation :

$pH = 14 + \log C_b$ . Il vient  $\log C_b = pH - 14$  soit  $\log C_b = -1,3$ .

soit  $C_b = 10^{1,3} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  valeur indiquée par l'énoncé.

2. a)  $\alpha = \frac{[H^+]}{C_2}$  d'où  $[H^+] = C_2 \alpha$  soit  $[H^+] = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

$pH = -\log[H^+]$  soit  $pH = 2,3$ .

b)  $HCOOH \xrightleftharpoons{H_2O} H^+ + HCOO^-$  l'équilibre d'auto protolyse de

l'eau :  $H_2O \xrightleftharpoons{} H^+ + OH^-$  Les espèces présentes en solution sont :

$H^+$  ;  $OH^-$  ;  $HCOOH$  ;  $HCOO^-$   $pH = 4,1$  d'où  $[H^+] = 10^{-pH}$

Soit  $[H^+] = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

$K_e = [H^+][OH^-]$  d'où  $[OH^-] = \frac{K_e}{[H^+]}$  soit  $[OH^-] = 0,25 \cdot 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$

$[OH^-] \ll [H^+]$ .

La solution étant électriquement neutre on peut écrire :

$[H^+] = [HCOO^-] + [OH^-]$

d'où  $[HCOO^-] \cong [H^+] = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

Traduisons la condition de conservation de matière:

$C_2 = [HCOOH] + [HCOO^-]$  d'où  $[HCOOH] = C_2 - [HCOO^-]$ .

On remarque que  $[HCOO^-] \ll C_2$  d'où  $[HCOOH] = C_2 = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$

Expression de  $K_a$  :  $K_a = \frac{[H^+][HCOO^-]}{[HCOOH]}$

Il vient  $K_a = \frac{[H^+]^2}{C_2}$  soit  $K_a = 16.10^{-5}$

d'où  $pK_a = -\log K_a$

Soit  $pK_a = 3.79$

3. a)  $pH = 4.1$  d'où  $[H^+] = 10^{-pH}$  soit  $[H^+] = 7.9.10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ .

On peut négliger  $[OH^-]$  devant  $[H^+]$ .

❖ Condition d'électroneutralité du mélange :

$$[H^+] + [Na^+] = [OH^-] + [HCOO^-] \quad (1)$$

❖  $[Na^+] = \frac{C_3 V_3}{V_2 + V_3}$  avec  $V_3 = 40 \text{ cm}^3$ ,  $V_2 = 10 \text{ cm}^3$  et

$$C_3 = 5.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

il vient  $[Na^+] = 4.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

La relation (1) donne  $[HCOO^-] = [Na^+] + [H^+] - [OH^-]$ .

Or  $[OH^-] \ll [H^+]$  et  $[H^+] \ll [Na^+]$

Il vient  $[HCOO^-] = [Na^+] = 4.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

❖ Condition de conservation de matière dans le mélange :

$$[HCOOH] + [HCOO^-] = \frac{C_3 V_3}{V_2 + V_3} + \frac{C_2 V_2}{V_2 + V_3}$$

il vient  $[HCOOH] = \frac{C_3 V_3}{V_2 + V_3} + \frac{C_2 V_2}{V_2 + V_3} - [Na^+]$

or  $[Na^+] = \frac{C_3 V_3}{V_2 + V_3}$  d'où  $[HCOOH] = \frac{C_2 V_2}{V_2 + V_3}$

soit  $[HCOOH] = 2.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

b)  $K_a = \frac{[H^+][HCOO^-]}{[HCOOH]}$  il vient

$$pK_a = pH - \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pK_a = 4,1 - \log \frac{4.10^{-2}}{2.10^{-3}}$$

soit  $pK_a = 2,79$  valeur trouvée dans la question 2-b.

### EXERCICE N°16 :

1. a) l'acide nitrique étant un acide fort, le pH est donné par la relation :  $pH = -\log C_1$  d'où  $C_1 = 10^{-pH}$ .

Commentaires et conseils

On conserve l'élément carbone ; il se trouve sous 2 formes HCOOH non ionisés et HCOO<sup>-</sup>

$pH = -\log C$  n'est valable que pour  $10^{-6} < C < 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$

Si on prend une solution acide tel que  $[H^+] = 10^{-8} \text{ M}$  Le pH calculé

Soit  $C_1 = 3.98 \cdot 10^{-4} \text{ molL}^{-1}$ .

$$b) [OH^-] = \frac{Ke}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{4 \cdot 10^{-4}} \text{ soit } [OH^-] = 2.5 \cdot 10^{-11} \text{ molL}^{-1}.$$

On peut donc négliger  $[OH^-]$  devant  $[H^+]$   
car  $2.5 \cdot 10^{-11} \ll 4 \cdot 10^{-4}$ .

2. Toute solution extrêmement diluée a son pH qui tend vers 7 à 25°C. Pour une solution d'acide nitrique extrêmement diluée son pH tend vers 7 par valeur inférieure car la solution est acide.
3. a) Par définition  $pH = -\log [H^+]$  d'où  $[H^+] = 10^{-pH}$   
pour  $pH = 6.8$  on a  $[H^+] = 1.6 \cdot 10^{-7} \text{ molL}^{-1}$ .

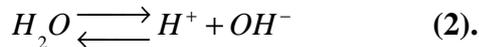
D'après le produit ionique de l'eau  $[OH^-] = \frac{Ke}{[H^+]}$ .

Soit  $[OH^-] = 6.3 \cdot 10^{-8} \text{ molL}^{-1}$ .

On remarque que  $[OH^-] = 0.4 \cdot [H^+]$ .

On ne peut pas dans ce cas négliger  $[OH^-]$  devant  $[H^+]$

b) Dans la solution on deux réactions :



L'acide étant totalement ionisé dans l'eau il vient :

$[NO_3^-] = [HNO_3]_{\text{initial}} = C_2$ . La solution est électriquement neutre, on peut écrire :  $[H^+] = [H^+] + [NO_3^-]$

D'où  $[NO_3^-][H^+] - [OH^-] = C_2$

$$\text{or } [H^+] = 10^{-pH} \text{ et } [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-pH}} = 10^{-14+pH}.$$

Il vient  $C_2 = 10^{-pH} - 10^{-14+pH}$ .

Soit  $C_2 = 10^{-pH} [1 - 10^{-14+2pH}]$ .

Avec  $pH = 6.8$  il vient  $C_2 = 9.5 \cdot 10^{-8} \text{ molL}^{-1}$ .

### Exercice N° 1 7:

1. a) Si la base était forte son pH serait à 25°C :  
 $pH = 14 + \log C_1$  soit  $pH = 13$ . or le  $pH_{\text{mesuré}} = 11.9$ .  
donc  $pH_{\text{calculé}} > pH_{\text{mesuré}}$  la base est donc faible.  
La réaction de la base avec l'eau est une réaction limitée ; son équation s'écrit :



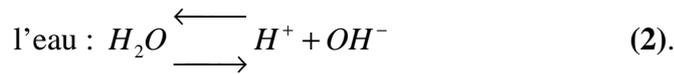
- b) On tient compte de la réaction d'ionisation propre de

Commentaires et

conseils

Serait 8 !!

Alors la solution acide est devenue basique !!!



Les espèces présentes en solution sont alors :



La constante d'acidité du couple  $C_2H_5NH_3^+/C_2H_5NH_2$  s'écrit :

$$K_a = \frac{[H^+][C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]}$$

Calculons les molarités des  $H^+$ ,  $C_2H_5NH_2$  et  $C_2H_5NH_3^+$  :

- $pH=11.9$  d'où  $[H^+]=10^{-pH}$  soit  $[H^+]=1.25 \cdot 10^{-12} \text{ molL}^{-1}$ .

La solution étant nettement basique  $[H^+] \ll [OH^-]$ .

La solution est électriquement neutre : on écrit alors :

$$[H^+] + [C_2H_5NH_3^+] = [OH^-].$$

$$\text{Il vient : } [C_2H_5NH_3^+] = [OH^-] = \frac{K_e}{[H^+]}$$

$$\text{Soit } [C_2H_5NH_3^+] = 10^{-14+pH}$$

Conservation de la matière :  $C_1 = [C_2H_5NH_3^+] + [C_2H_5NH_2]$ .

$$[C_2H_5NH_2] = C_1 - [C_2H_5NH_3^+]; [C_2H_5NH_2] = C_1 - 10^{-14+pH}$$

$$K_a = \frac{[H^+][C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]}; K_a = \frac{10^{-pH} (C_1 - 10^{-14+pH})}{10^{-14+pH}}$$

$$K_a = 10^{-pH} (C_1 - 10^{-14+pH}) \cdot 10^{14+pH}$$

$$K_a = (C_1 - 10^{-14+pH}) \cdot 10^{14+2pH}$$

Il en résulte  $pK_a = 2pH - 14 - \log [C_1 - 10^{-14+pH}]$ .

Avec  $C_1 = 0.10 \text{ molL}^{-1}$ ;  $pH = 11.9$  **A.N. :  $pK_a = 10.8$**

c)  $n_1 = [C_2H_5NH_2] \cdot V_1$  avec  $V_1 = 10 \text{ cm}^3$ .

Or  $[C_2H_5NH_2] = C_1 - 10^{-14+pH}$ ; il vient  $n_1 = (C_1 - 10^{-14+pH}) \cdot V_1$ .

$$\text{A.N. : } n_1 = 9.2 \cdot 10^{-4} \text{ mol.}$$

2. a) On reprend le même calcul avec une nouvelle concentration

$$C_2 = \frac{C_1}{10} = 10^{-2} \text{ molL}^{-1}; \text{ le nouveau volume est } V_2 = 100 \text{ cm}^3, \text{ et le } pH_{S2} = 11.3.$$

On aura:  $n_2 = [C_2H_5NH_2]_{S2} \cdot V_2$ ,  $n_2 = (C_2 - 10^{-14+pH_{S2}}) \cdot V_2$ .

$$\text{A.N. : } n_2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ mole.}$$

b) On remarque que  $n_2 < n_1$  donc l'ajout de l'eau a augmenté le nombre de molécules de  $C_2H_5NH_2$  ionisées. L'ajout de l'eau a déplacé l'équilibre d'ionisation de la base ; il s'agit donc d'une réaction chimique.

3. L'acide chlorhydrique étant un acide fort, son  $pH = -\log C$ . Pour la solution diluée  $C' = C/10$  d'où  $pH' = -\log C/10$  soit  $pH' = -\log C + 1$ , le pH de la solution diluée serait alors :  $pH' = 2.9 + 1 = 3.9$ . Cette variation du pH est due à une simple dilution et non à une réaction chimique.

### Exercice N° 1 7:

1. Selon Bronsted, une base est une entité chimique qui, au cours d'une réaction chimique, fixe un proton ( $H^+$ ).
2. Pour une monobase forte le pH est donné à  $25^\circ C$  par la relation  $pH=14+\log C_b$ . ceci est vérifié pour la base  $B_3$  ; en effet  $C_b=1.6.10^3 \text{ molL}^{-1}$ . Il vient  $pH=11.2$ .
3. Les bases  $B_1$  et  $B_2$  sont des bases faibles de même concentration  $C_b=5.10^3 \text{ molL}^{-1}$ . La base la plus forte est celle qui a le pH le plus élevé ; il vient : la base  $B_2$  est une base plus forte que la base  $B_1$ .
4. Calculons le pKa du couple B,  $H^+/B_1$ .  $pH=9.8$  il vient  $[H^+]=10^{-9.8}$  soit  $[H^+]=1.58.10^{-10} \text{ molL}^{-1}$  ;  $[H^+] \ll [OH^-]$ .
  - Condition d'électroneutralité de la solution :  
 $[H^+]+[B, H^+]=[OH^-]$  d'où  $[B, H^+]=[OH^-]-[H^+]=[OH^-]$
  - Conservation de matière :  $C_b=[B, H^+]+[B]$  d'où  $[B]=C_b-[B, H^+]$ , soit  $[B]=5.10^{-3}-0.63.10^{-4}$ .  $[B]=4.93.10^{-3} \text{ molL}^{-1}$ .  

$$K_a = \frac{[H^+][B_1]}{[B, H^+]} = \frac{1,58.10^{-10} \cdot 4,93.10^{-3}}{0.63.10^{-4}}$$
 $K_a=12,36.10^{-9}$  d'où  $pK_a = -\log K_a$ . Soit  $pK_a = 7.9$   
 On procède de la même pour le couple  $B_2H^+/B_2$ .  
 On trouve  $pK_a=10.7$ .

**Réponses à « Contrôlez vos connaissances »**

1- acides :  $\text{HNO}_3$  ;  $\text{HSO}_4^-$  ;  $\text{NH}_4^+$   
bases :  $\text{NH}_3$  ;  $\text{OH}^-$

2 -  $[\text{H}^+] = 5.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$   
 $[\text{OH}^-] = 2.10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$

3 - c) pH = 7,6

4 - c) pH = 4,4

*Dosage*

*acido - basiques*

## Objectifs

- ✓ Réaliser des expériences de dosages acide - base.
- ✓ Connaître l'allure et les caractéristiques de la courbe de variation de  $p^H$  au cours de la réaction entre:
  - un monoacide fort et une base forte en solution aqueuse.
  - un monoacide faible et une monobase forte en solution aqueuse.
  - une monobase faible et un monoacide fort en solution aqueuse.
- ✓ Définir l'équivalence d'un dosage acide - base et déterminer le point d'équivalence.
- ✓ Définir le point de demi - équivalence et signaler l'existence de solutions tampons.
- ✓ Etre capable de choisir l'indicateur coloré approprié pour un dosage acide - base.



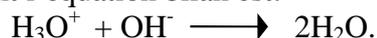


## L'essentiel de l'essentiel à retenir

### I- Réaction entre un monoacide fort et une monobase forte en solution aqueuse:

- ✓ doser un acide par une base revient à déterminer la concentration molaire  $C_a$  de l'acide.
- ✓ Equation - bilan de la réaction.

Tout acide fort et toute base forte en solution aqueuse réagissent selon la réaction dont l'équation bilan est:



Cette réaction instantanée est pratiquement totale et exothermique.

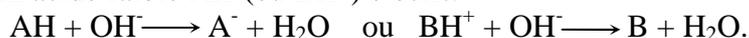
- ✓ Lors d'un dosage d'un acide fort par une base forte, l'équivalence acido-basique est obtenue lorsque le nombre de moles d'ions  $\text{OH}^-$  apportés est égal au nombre de moles d'ions  $\text{H}^+_{\text{aq}}$  fournis par l'acide. On a donc à l'équivalence:

$C_a V_a = C_b V_{bE}$  ;  $V_{bE}$  : volume de base nécessaire pour obtenir l'équivalence.

- ✓ Au cours de ce dosage, à l'équivalence le  $\text{P}^{\text{H}}$  du mélange est égal à  $\frac{1}{2} \text{p}K_e$  soit  $\text{p}^{\text{H}} = 7$  à  $25^\circ\text{C}$
- ✓ La courbe de variation du  $\text{P}^{\text{H}}$  en fonction de  $V_b$  versé présente un seul point d'inflexion (le point d'équivalence).

### II- Réaction entre un acide faible et une base forte:

Equation de la réaction: L'équation bilan entre une base forte telle que la soude et un acide faible AH (ou  $\text{BH}^+$ ) s'écrit:



Cette réaction est quasi-totale.

- Il y a équivalence lorsque le nombre de moles d'ions  $\text{OH}^-$  apportés est égal au nombre de moles d'acide initial mis en solution:  
( $n_{\text{OH}^-}$ ) ajouté = ( $n_{\text{OH}^-}$ )<sub>0</sub> soit  $C_a V_a = C_b V_{bE}$ .
- La courbe  $\text{P}^{\text{H}} = f(V_b)$  présente certaines caractéristiques:
  - \* Le  $\text{P}^{\text{H}}$  à l'équivalence est supérieur à 7 à  $25^\circ\text{C}$
  - \* Elle présente deux points d'inflexion (points où la courbe change de concavité): Le point correspondant à l'équivalence et le point de la demi-équivalence.
- La demi-équivalence est obtenue lorsque le volume de base versé ( $V_b$ ) est moitié de celui nécessaire à l'équivalence  
soit  $V_b = \frac{1}{2} V_{bE}$ .

- Pour  $V_b = \frac{1}{2} V_{bE}$ , le  $P^H$  du mélange est égal au  $P^K_a$  du couple  $AH / A^-$  (ou  $BH^+ / B$ ). Une telle solution est une solution Tampon (la plus efficace) possédant des propriétés particulières.

☞ **III- Réaction entre un acide fort et une base faible:**

- Equation - bilan:

La réaction entre une base faible telle que l'ammoniac ( $NH_3$ ) et un acide fort se traduit par l'équation - bilan:



C'est une réaction quasi-totale.

- La courbe  $P^H = f(V_a)$  présente certaines caractéristiques:

- Le  $P^H$  à l'équivalence est inférieur à 7 à 25°C.
- Elle possède deux points d'inflexion.

## Contrôlez vos connaissances



**Répondre par VRAI (V) à l'affirmation juste:**

1. La réaction d'un acide faible avec une base forte est-elle une réaction:

a) limitée?

b) quasi-totale ?

2- Le  $p^H$ , à l'équivalence, d'une réaction entre un acide faible et une base forte est à  $25^\circ\text{C}$ :

a) égal à 7

b) supérieur à 7

c) inférieur à 7

3- A l'équivalence, la quantité d'ions  $\text{OH}^-$  versée est égale:

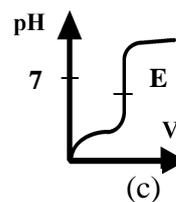
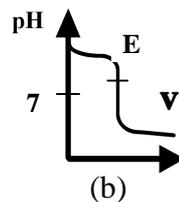
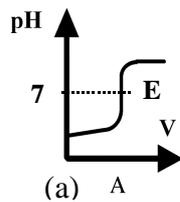
a) à la quantité d'ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  présente initialement dans la solution d'acide faible;

b) à la quantité d'acide introduit dans la solution initiale d'acide faible;

• **Est-ce que vous savez appliquer?**

4- Quelle est la composition d'une solution, à l'équivalence lors de la réaction d'une solution d'acide chlorhydrique  $10^{-2}\text{M}$  et une solution de soude  $10^{-2}\text{M}$ ? (température de l'expérience =  $25^\circ\text{C}$ ).

5- A quel type de dosage correspondent ces courbes?



6- Vers quelle limite tend le  $p^H$  du mélange lors d'un dosage d'un acide faible par une base forte lorsque  $V_b$  est nettement supérieur à  $V_{bE}$ ? ( $V_{bE}$ : volume nécessaire à l'équivalence).

7- Parfois, on est obligé d'ajouter, à un volume  $V_a$  d'acide placé dans un bêcher de l'eau distillée pour que l'électrode du  $p^H$ -mètre trempe bien dans la solution. Cette eau distillée ajoutée modifie-t-elle le résultat du dosage?

### EXERCICE N°1

a)

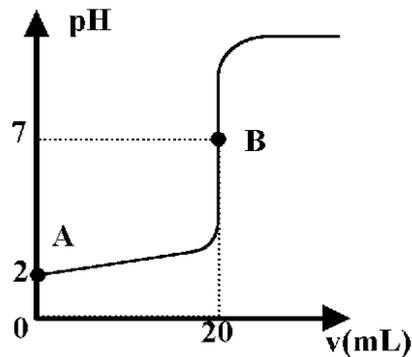
Calculer le  $P^H$  d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire égale à  $0,01 \text{ mol.L}^{-1}$ .

b) Dans 50 ml de solution d'acide chlorhydrique 0,01 M, on verse progressivement 20; 30; 50 et 100 mL de solution d'hydroxyde de sodium (soude) 0,01M. Calculer le  $P^H$  des différentes solutions ainsi obtenues.

c) En déduire l'allure de la courbe de dosage de 50 mL d'acide chlorhydrique en portant le  $P^H$  en ordonnées et le volume  $V_b$  de soude versée en abscisses.

### EXERCICE N°2

Dans un bêcher contenant une solution d'acide chlorhydrique de volume  $V_A$  et de concentration  $C_A$ , on verse progressivement un volume croissant  $v$  d'une solution de soude de concentration  $C_2=10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . La courbe ci-dessous indique la variation du  $p^H$  au cours de l'expérience.



a) De la valeur du  $P^H$  au point A, déduire la valeur de la concentration initiale  $C_1$  de la solution d'acide chlorhydrique. Compte tenu des autres données de la courbe, déterminer le volume  $V_1$  de cette solution.

b- Calculer les molarités des entités chimiques présentes dans le mélange au point B ( $v=20 \text{ mL}$ ;  $p^H = 7$ ).

### EXERCICE N°3:

On dispose de deux solutions:

O- Une solution A d'acide chlorhydrique de concentration  $0,20 \text{ mol.L}^{-1}$ ;

- Une solution B d'hydroxyde de sodium obtenue en dissolvant 1,6 g d'hydroxyde de sodium pour un volume de 500 mL de solution.

a) A 60 mL de la solution A, on ajoute 100 mL de la solution B

Le mélange obtenu est-il à l'équivalence?

Le mélange est-il acide ou basique? Justifier.

b) Quel volume de quelle solution convient-il d'ajouter à ce mélange pour être à l'équivalence? Quel est alors le  $P^H$  de la solution ainsi obtenue?

c) Préciser la concentration des divers espèces en solution à l'équivalence.

$M_{Na} = 23$  g/mol;  $M_O = 16$  g/mol;  $M_H = 1$  g/mol.



#### EXERCICE N°4

On dispose d'une solution d'acide méthanoïque  $HCOOH$  de concentration  $C_a = 0,10$  mol.L<sup>-1</sup> et de  $P^H = 2,4$ .

1- Ecrire l'équation bilan de la réaction de cet acide avec l'eau.

2- Dans un bêcher, on prend un volume  $V_a = 20,0$  mL de cet acide; on y ajoute un volume  $v_b$  d'une solution de soude de concentration  $C_b = 0,25$  mol<sup>-1</sup>.

a) Ecrire l'équation -bilan de la réaction

b) Calculer le volume  $V_{bE}$  de soude qu'il faut verser pour obtenir l'équivalence; le  $P^H$  de la solution vaut alors 8,3; justifier simplement le caractère basique de la solution.

c) Quand on a versé un volume  $V_b = \frac{1}{2} V_{bE}$ , le  $p^H$  vaut 3,8.

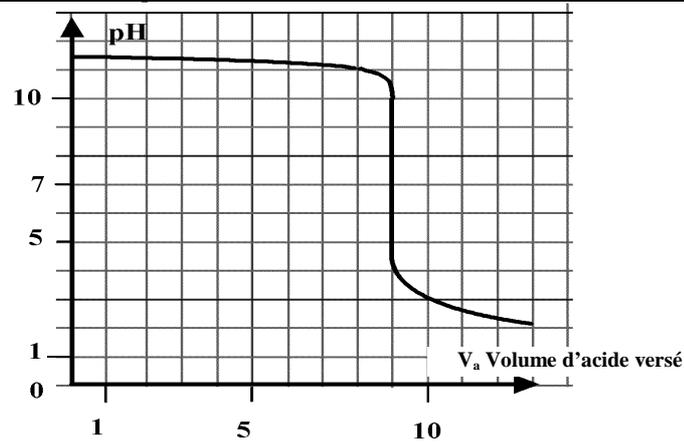
Montrer, en utilisant les approximations nécessaires que cette valeur de  $P^H$  est égal au  $P^K_a$  du couple  $HCOOH/HCOO^-$ .



#### EXERCICE N°5:

On souhaite doser une solution d'hydroxyde de sodium S. On dispose d'une solution titrée d'acide chlorhydrique de concentration  $C_a = 10^{-2}$  mol.L<sup>-1</sup>.

Les mesures effectuées ont permis de tracer le graphe  $P^H = f(V_a)$  représenté ci-dessous:



1. Préciser dans quelle verrerie se trouvaient la solution d'hydroxyde de sodium et la solution d'acide chlorhydrique.
2. Déterminer le point d'équivalence du dosage. Déterminer la concentration  $C_b$  de la solution d'hydroxyde de sodium S.
3. Au lieu d'utiliser un  $P^H$ -mètre, on pouvait réaliser ce dosage en présence d'un indicateur coloré. Expliquer le principe de cette méthode. Parmi les indicateurs colorés suivants, indiquer ceux qui peuvent convenir, en justifiant la réponse. Quel est celui qui permet d'obtenir la meilleure précision?
  - hélianthine: zone de virage 3,1 - 4,4
  - phénolphtaléïne: zone de virage 8,2 - 10,0
  - bleu de bromothymol: zone de virage 6,0 - 7,6

**EXERCICE N°6:**

Dans 200 mL d'une solution d'acide chlorhydrique, on ajoute progressivement une solution d'hydroxyde de sodium à  $0,20 \text{ mol L}^{-1}$ . Les relevés du  $P^H$  observé après chaque ajout ont permis de dresser le tableau suivant en fonction du volume  $V_b$  de la solution d'hydroxyde de sodium versée:

$V_b$ (mL)	0	2,5	5,0	6,3	7,5	10	11,3	12,3	12,5	12,8	13,8	15	20	25	30
$P^H$	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,6	2,9	3,6	5,1	10,3	11	11,3	11,6	11,8	11,9

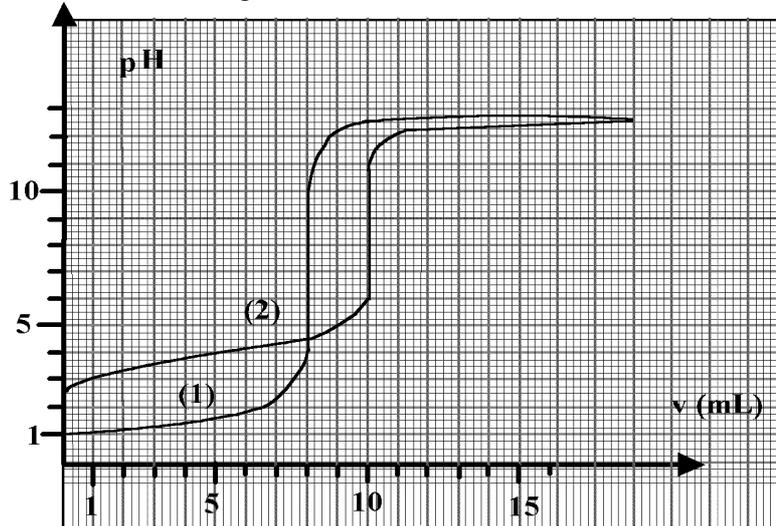
1. Tracer la courbe  $p^H = f(V_b)$  sur une feuille de papier millimétré :  
Echelles:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{en abscisses: 1 cm pour 1 mL} \\ \text{en ordonnées: 1 cm pour une unité de pH} \end{array} \right.$
2. Déterminer graphiquement le point d'équivalence et en déduire la concentration de la solution d'acide chlorhydrique.
3. Quelle est la composition de la solution à l'équivalence?
4. Calculer les concentrations des divers espèces chimiques dans la solution après addition de 5 mL de la solution d'hydroxyde de sodium.

 **EXERCICE N°7:**

Les courbes représentant  $P^H = f(v)$  ont été obtenues en mesurant le  $P^H$  au cours de l'addition progressive d'un volume  $V$  d'une solution de soude de concentration  $C = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ .

- à 10 mL d'une solution aqueuse d'un acide noté  $HA_1$ ;  
courbe (1)

- à 10mL d'une solution aqueuse d'un acide noté  $HA_2$ ;  
courbe (2) de la figure ci-dessous:



- a) A partir de l'observation des deux courbes, montrer que l'un des acides est fort, et que l'autre est faible. Les identifier, sans calcul, en précisant les raisons de votre choix.
- b) Calculer les concentrations  $C_1$  et  $C_2$  des deux solutions acides  $HA_1$  et  $HA_2$ .
- c) Dans le cas de la solution d'acide faible, déterminer le  $P^k_a$  du couple correspondant.

 **EXERCICE N°8:**

Deux flacons sans étiquettes, contiennent des solutions  $S_1$  et  $S_2$  de concentration  $C_1$  et  $C_2$  inconnues. On veut identifier  $S_1$  et  $S_2$  :

1- On procède aux mesures suivantes:

a) mesure du  $p^H$  :

- pour  $S_1$ :  $p^H = 2,5$ ;

- pour  $S_2$ :  $p^H = 2,0$ ;

b) dosage par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire  $C_b = 5.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ , d'un volume

$20 \text{ cm}^3$  de  $S_1$  ou de  $S_2$ .

$V_a =$

L'équivalence acido-basique est obtenue après avoir versé les volumes d'hydroxyde de sodium:

$V_{bE} = 24 \text{ cm}^3$  pour  $S_1$  et  $V_{bE2} = 4 \text{ cm}^3$  pour  $S_2$ .

En déduire, en justifiant que l'un des flacons contient un monoacide fort, l'autre un monoacide faible.

a) Si on dispose d'un tableau donnant les valeurs du  $P^K_a$  de divers couples acide / base, montrer qu'une seule des deux solutions  $S_1$  et  $S_2$  pourra être identifiée par son  $P^K_a$ . Calculer alors, d'après les résultats de la première question, le  $P^K_a$  de ce couple et le reconnaître en consultant le tableau ci-dessous.

Nom de l'acide	$P^K_a$
Chloroéthanoïque	2,5
Méthanoïque	3,8
Benzoïque	4,2
Ethanoïque	4,8
ion ammonium	9,3

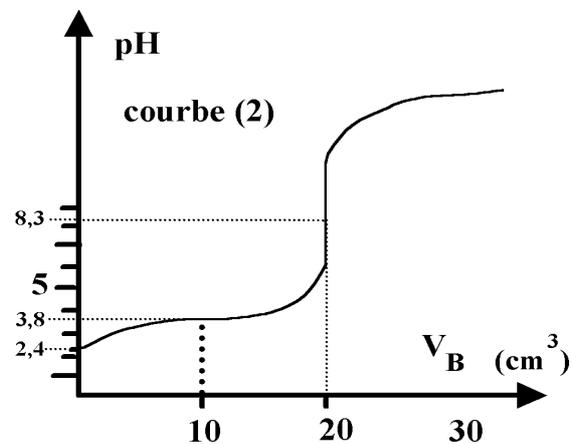
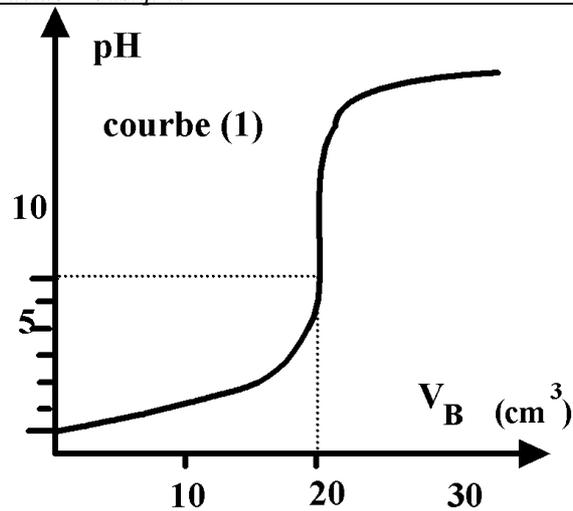
b) L'autre solution produit un précipité par l'action d'une solution de nitrate d'argent. Que pourrait être l'acide contenu dans cette solution?



#### EXERCICE N°9:

On dispose de deux solutions aqueuses, l'une de chlorure d'hydrogène de concentration molaire inconnue  $C_A$  et l'autre d'acide méthanoïque ( $\text{HCOOH}$ ) de concentration molaire

$C'_A = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ . On dose, séparément un volume  $V = 20 \text{ cm}^3$  de chacune des deux solutions par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire  $C_B = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ . Au cours du dosage, on suit au pH-mètre l'évolution du  $p^H$  du milieu réactionnel en fonction du volume  $V_B$  de la solution d'hydroxyde de sodium versé. On obtient les deux courbes (1) et (2) suivantes:



**1.a)** Dire en justifiant, quelle est parmi les deux courbes (1) et (2) celle qui correspond à la courbe de dosage de la solution de chlorure d'hydrogène par la solution d'hydroxyde de sodium

**b)** en déduire la concentration  $C_A$  de la solution d'acide chlorhydrique.

**2. a)** L'acide méthanoïque est-il fort ou faible? Justifier la réponse.

**b)** Ecrire l'équation chimique relative à la dissociation de cet acide dans l'eau.

**c)** Calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques, autre que l'eau, présentes dans la solution quant on a versé  $10 \text{ cm}^3$  de solution d'hydroxyde de sodium dans la solution aqueuse d'acide méthanoïque.

d) En déduire le  $P^kA$  du couple acide méthanoïque/ion méthanoate. Ce résultat est-il prévisible sans calcul?

Dans l'affirmation expliquer comment.

3. on dispose des trois indicateurs colorés dont les zones de virage sont consignées dans le tableau suivant et l'on désire effectuer ces dosages en présence de l'un d'eux.

Indicateur	Hélianthine	Bleu de bromothymol	Phénol-phtaléine
Zone de virage (pH)	3,1 - 4,4	6,2 - 7,6	8,0 - 10,0

a) Qu'appelle-t-on indicateur coloré?

b) Lequel des trois indicateurs est le mieux approprié pour le dosage de chacun des deux acides étudiés? Justifier la réponse.

#### Exercice N°10:

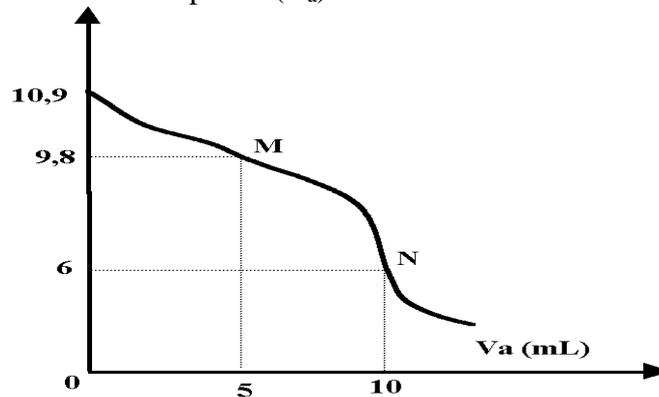
On mélange un volume  $V_A = 20 \text{ cm}^3$  d'une solution aqueuse d'acide méthanoïque de concentration initiale  $C_a = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$  et un volume  $V_b = 30 \text{ cm}^3$  de solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration initiale  $C_b = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$

1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique qui se produit au cours du mélange.

2. Le pH mesuré du mélange final peut-il être: 3,8 ou 7,0 ou 12,3? Le choix sera justifié sans faire de calcul du pH. On donne  $pK_a(\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-) = 3,8$ .

#### EXERCICE N°11:

On utilise une solution d'acide chlorhydrique 0,1 M pour doser 20 mL d'une solution S de diéthylamine ( $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}$ ) de concentration molaire  $C_b$  inconnue. On mesure le pH au cours de l'addition de la solution acide; on obtient la courbe  $\text{pH} = f(V_a)$  ci-dessous:



- Déduire la concentration molaire  $C_b$  de la base et dire si la base est faible ou forte.
- Calculer en M les concentrations molaires des entités chimiques présentes.
  - En déduire la valeur de la constante d'acidité  $K_a$  du couple  $(C_2H_5)_2NH^+ / (C_2H_5)_2NH$ .
  - la base est-elle plus forte ou plus faible que l'ammoniac sachant que le couple  $NH_4^+/NH_3$  a un  $pK_a = 9,2$ .
- Déduire  $K_a$  à partir de la courbe.

### Exercice N°12:

Soit une solution d'ammoniac  $NH_3$  de concentration  $C = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . A  $V_b = 50 \text{ mL}$  de cette solution, on ajoute un volume  $V$  d'acide nitrique  $HNO_3$ , acide fort, de même concentration  $C = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . On obtient ainsi une solution S. Le volume  $V$  exprimé en mL est tel que  $10 \leq V \leq 40$ . Le pH de la solution S est égal à 8,8. On donne le  $pK_a(NH_4^+/NH_3) = 9,3$

1.a) A partir de l'équation d'électroneutralité de la solution S, exprimer la concentration de cette solution en ion  $NH_4^+$  (expression 1)

b) Donner un encadrement de la concentration en ion nitrate

c) Comparer  $[NO_3^-]$  au reste des termes de l'expression (1) et faire les approximations nécessaires afin d'exprimer  $[NH_4^+]$  en fonction de  $V$ .

d) Exprimer la concentration en molécule  $NH_3$  en fonction de  $V$  et

montrer que le rapport  $\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{V_b}{V} - 1$ .

2. a) Pour  $pH = 8,8$ , calculer  $V$  b) Pour  $pH = pK_a$ , calculer  $V$

### Exercice N°13:

Cinq béchers contiennent un même volume  $V$  de solutions différentes mais de même concentration égale à  $C = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

Pour identifier chaque solution, on mesure le pH en numérotant le bûcher correspondant

N° du bûcher	1	2	3	4	5
pH	5,6	7	10,6	11,3	12

a) Chaque solution a été préparée par dissolution dans l'eau pure à l'un des produits suivants:

- \* soit du chlorure de sodium  $NaCl$
- \* soit du chlorure d'ammonium  $NH_4Cl$
- \* soit de méthylamine  $CH_3NH_2$
- \* soit d'hydroxyde de sodium  $NaOH$
- \* soit d'ammoniac  $NH_3$

Identifier, en justifiant (avec le minimum de calcul) la solution se trouvant dans chaque bûcher. On donne:  $K_a = 6,3 \cdot 10^{-10}$  pour le couple  $NH_4^+/NH_3$

et  $K_a = 2,6 \cdot 10^{-11}$  pour le couple  $\text{CH}_3\text{NH}_3^+/\text{CH}_3\text{NH}_2$ .

b) On mélange le contenu des deux béchers contenant l'un: la solution chlorure d'ammonium, l'autre: la solution d'ammoniac. Le pH final est de 9,2. Retrouver à partir de ces données, la valeur de la constante d'acidité du couple  $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$



#### Exercice N°14:

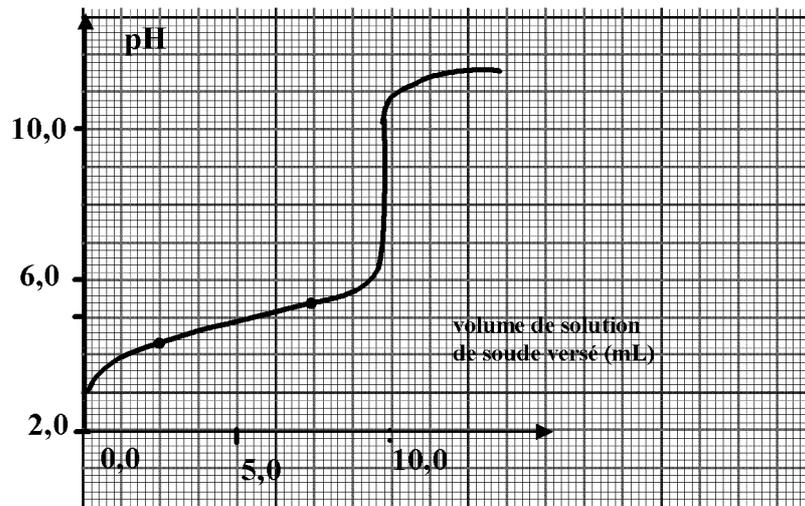
On dispose dans la salle de travaux pratiques du lycée du matériel suivant:

- Fioles jaugées diverses (1L; 500 mL; 100 mL; 50 mL)
- Pipettes diverses (50 mL; 20 mL; 10 mL; 5 mL; 1 mL)
- Burettes graduées :(50 mL; 20 mL; 10 mL)graduées au  $1/10^{\text{ème}}$  de mL.
- Béchers divers (500 mL; 250 mL; 100 mL)
- Un pH-mètre
- Une balance sensible au mg.

1- Préciser le protocole expérimental à suivre pour préparer un volume de 500 mL d'une solution A d'acide éthanóique de concentration d'environ  $0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ , à partir d'une solution mère S contenant sensiblement une mole de cet acide par litre.

2- La concentration de la solution initiale étant mal connue, il faut déterminer, par un dosage acide-base, la concentration  $C_a$  de la solution A obtenue. Une solution B d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_b = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ , est progressivement introduite dans un volume  $V_a = 10 \text{ mL}$  de solution de A.

Le graphe, donnant la variation du pH en fonction du volume  $V_b$  de base versé, est représenté à la figure ci-dessous:



a) Faire un schéma du montage en indiquant les différents récipients utilisés et les produits qu'ils contiennent.

- b) Déterminer, en précisant la méthode utilisée, la valeur du  $\text{pH}_E$  pour laquelle se produit l'équivalence acido-basique.
- c) Ecrire l'équation-bilan de la réaction acide-base étudiée.
- d) Déterminer la concentration  $C_S$  de la solution A dosée. En déduire la vraie valeur  $C_S$  de la concentration molaire de la solution mère S
- 3- Le mélange d'hydroxyde de sodium et d'acide éthanoïque constitue une solution tampon autour d'une position idéale F
- a) Rappeler les propriétés d'une solution tampon
- b) Déterminer, pour la courbe donnée, les coordonnées  $V_F$  et  $\text{pH}_F$ .

**Exercice N°15:**

1.

On dissout de l'acide propanoïque ( $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{COOH}$ ) dans de l'eau pure à  $25^\circ\text{C}$  de façon à obtenir une solution S de molarité  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ .

- a) Expliquer la variation de pH qui accompagne cette dissolution.
- b) La mesure du pH de la solution obtenue donne  $\text{pH} = 3$ ; l'acide est-il faible ou fort? Justifier la réponse.
- c) Quel est l'effet d'une élévation de température sur le pH sachant que la dissolution de cet acide dans l'eau est endothermique?
2. On fait réagir une solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_b = 0,2 \text{ mol.L}^{-1}$  sur 10 mL de la solution S jusqu'à obtenir l'équivalence acido-basique.
- a) Ecrire l'équation bilan de la réaction
- b) Quel est le volume d'hydroxyde de sodium versé
- c) La solution obtenue à l'équivalence est-elle acide, neutre ou basique? Justifier la réponse.

**Exercice N°16:**

On prépare deux solutions  $S_1$  et  $S_2$  décimolaires respectivement d'acide butanoïque et de son isomère. A  $25^\circ\text{C}$ , leurs pH vérifient les inégalités suivantes:  $3 < \text{pH}_{S_1} < \text{pH}_{S_2}$

1. Montrer que les deux acides sont faibles. Dire en le justifiant quel est l'acide le plus faible et en déduire quel est celui qui correspond à la base conjuguée la plus faible.
2. On fait réagir une solution décimolaire de soude sur un même volume  $V_0$  de chacune des solutions  $S_1$  et  $S_2$  jusqu'à l'obtention du point d'équivalence dans chaque cas. Avec la solution  $S_1$ , le volume de soude versé dans ces conditions est  $V_1 = 12 \text{ mL}$ .
- a) Calculer le volume  $V_0$ . En déduire le volume  $V_2$  de soude nécessaire pour obtenir l'équivalence avec la solution  $S_2$ .
- b) La connaissance de la valeur du pH au point d'équivalence dans chacun des deux cas permet-il de reconnaître le plus faible de ces deux acides? Expliquer.

 **Exercice N° 17 :**

On travaille à 25°C, température à laquelle le produit ionique de l'eau est  $K_e=10^{-14}$ . L'acide benzosulfonique, agent actif d'un détartrant commercial, a un  $pK_a=0,7$ . On le notera AH dans la suite de l'exercice.

On dissout un sachet de ce détartrant dans de l'eau distillée pour obtenir une solution de cet acide AH, notée ( $S_A$ ), de concentration  $C_A$ .

1- Ecrire l'équation de dissolution de AH dans l'eau, sachant que cette réaction n'est pas totale.

2- On dose une prise d'essai de 10 mL de ( $S_A$ ) par une solution d'hydroxyde de sodium, notée ( $S_B$ ), de concentration  $C_B=5.10^3 \text{ mol.L}^{-1}$ . Le volume  $v_{BE}$  de la solution basique versée à l'équivalence est détecté à l'aide d'un indicateur coloré approprié, sa valeur est 166 mL.

a- Proposer un schéma du dispositif expérimental permettant ce dosage et décrire le protocole expérimental correspondant à cette activité expérimentale.

b- Calculer la valeur de  $C_A$ .

3- a- Combien de fois une burette de 25 mL faisant partie du dispositif expérimental utilisé a-t-elle été remplie pour effectuer ce dosage ?

b- Pour éviter ce gaspillage, on se propose de concentrer la solution ( $S_B$ ) afin de ramener le volume de la solution basique ajoutée à l'équivalence à 10mL.

Calculer la masse de cristaux de soude NaOH à dissoudre dans 100 mL de ( $S_B$ ) afin d'obtenir la solution basique concentrée souhaitée. On supposera que cette opération se fait sans variation de volume.

4- a- Calculer les concentrations des espèces chimiques, autres que l'eau, présentes dans la solution ( $S_A$ ) dont le pH est égal à 1,2.

b- En déduire la valeur du coefficient de dissociation  $\alpha$  de AH dans la solution ( $S_A$ ). On rappelle que ce coefficient est définie par :

$$\alpha = \frac{\text{Nombre de moles de AH dissocié}}{\text{Nombre de moles de AH initialement introduit}}$$

On donne les masses molaires suivantes :  $M(\text{H})=1 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M(\text{O})=16 \text{ g mol}^{-1}$  et  $M(\text{Na})=23 \text{ g mol}^{-1}$ .

 **Exercice N° 18 :**

On dispose de deux solutions aqueuses  $S_1$  d'hydroxyde de potassium – (KOH) de concentration  $C_1=10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  ; l'autre  $S_2$  d'acide nitrique de concentration  $C_2=2.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

1. Quelle masse d'hydroxyde de potassium faut – il dissoudre pour préparer  $500\text{cm}^3$  de solution  $S_1$  ?.
2. Quel volume de solution  $S_1$  faut – il ajouter à  $V_2=15\text{cm}^3$  de solution  $S_2$  pour obtenir l'équivalence acido – basique ?
3. On mélange  $V_1=12\text{cm}^3$  de  $S_1$  et  $V_2=8\text{cm}^3$  de  $S_2$ . Quel sera le pH du mélange ?

 **Exercice N° 19 :**

Répondre par vrai ou faux : 20mL d'un produit ménager contenant de la soude diluée 50 fois, sont dosés par l'acide chlorhydrique à  $0.1\text{molL}^{-1}$ .

A-. Diluer 50 fois le produit ménager c'est en prélever 20mL que l'on place dans 1L d'eau.

B- La constante de la réaction acide – base est  $10^{14}$ , en conséquence la réaction est pratiquement totale.

C- La constante de la soude dans le produit ménage est  $5\text{molL}^{-1}$ .

 **Exercice N° 20 :**

On dispose d'une solution ( $S_A$ ) d'acide chlorhydrique de concentration  $C_A$  et d'une solution ( $S_B$ ) d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_B$ , on donne les courbes de dosage (1) et (2) déterminés par deux élèves.

1. Indiquer brièvement le mode opératoire suivi par chaque élève. On donnera un schéma annoté du montage expérimental.
2. Définir le point d'équivalence pour chaque dosage.
3. a) donner graphiquement le pH initial de chacune des solutions ( $S_A$ ) et ( $S_B$ ).  
b) en déduire les concentrations molaires  $C_A$  et  $C_B$ .
4. Calculer pour chaque dosage le volume du mélange à l'équivalence.
5. On ajoute 10 mL d'eau au volume de ( $S_A$ ). On refait les mesures effectuées au cours du premier dosage (courbe1) ; préciser, en justifiant, si à la suite de cette dilution, le volume de la solution ( $S_B$ ) ajoutée pour atteindre l'équivalence reste inchangé, subit une augmentation ou une diminution.

 **Exercice N° 21 :**

Une solution aqueuse  $S_A$  d'acide chlorhydrique de concentration  $C_A = 10^{-1}\text{mol.L}^{-1}$ , ayant le même pH qu'une solution  $S'_A$  d'un acide faible AH de concentration  $C'_A$ .

1. Comparer  $C_A$  et  $C'_A$ .
2. Calculer  $C'_A$  si on admet que 10% des molécules d'acide AH introduits en solution sont ionisés.

3. Une solution  $S'_B$  d'une base faible B a une même concentration qu'une solution  $S_B$  de soude de concentration  $C_B = 8.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . Soit  $\text{pH}_B$  et  $\text{pH}'_B$  les pH respectives de la solution de soude et de la base B. Comparer  $\text{pH}_B$  et  $\text{pH}'_B$ . Justifier la réponse.
4.  $20 \text{ cm}^3$  de la solution  $S'_B$  sont mélangés avec  $V_A \text{ cm}^3$  de  $S_A$ . Le pH du mélange est égal à 7..
  - a) Calculer  $V_A$ .
  - b) Calculer  $V_e$  le volume de la solution  $S_A$  nécessaire à l'équivalence. On donne  $\text{p}K_a (\text{BH}^+/\text{B})=9,2$ .

**Exercice N° 1:**

a) Le  $P^H$  de la solution aqueuse d'un acide fort est donné par la relation:  $P^H = -\log C$  avec  $C$  : concentration de la solution

**A.N:**  $C = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

d'où  **$pH = 2$**

b) \*  **$V_b = 20 \text{ mL}$** .

Calculons le nombre de moles d'ions  $H_3O^+$  présents initialement dans le volume

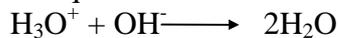
$V_a = 50 \text{ mL}$  d'acide chlorhydrique.  $(n_{H_3O^+})_0 = C_a V_a$  soit:  **$(n_{H_3O^+})_0 = 5.10^{-4} \text{ mole}$**

Calculons le nombre de moles d'ions  $OH^-$  apportés par le volume  $V_b$  de soude:

$(n_{OH^-})$  apportés =  $C_b V_b$

soit:  **$(n_{OH^-}) = 2.10^{-4} \text{ mole}$**

Or d'après l'équation-bilan de la réaction:



Une mole d'ion  $H_3O^+$  réagit avec une mole

d'ion  $OH^-$  donc  $(n_{H_3O^+})_{disparus} = (n_{OH^-})$

apportés alors le nombre de mole d'ion

$H_3O^+$  restant dans le mélange est:

$(n_{H_3O^+})_{restants} = (n_{H_3O^+})_0 - (n_{OH^-})_{ajoutés}$  soit

**$(n_{H_3O^+})_{restants} = 3.10^{-4} \text{ mole}$**

La molarité en ion  $H_3O^+$  dans le mélange

est:

$$[H_3O^+] = \frac{(n_{H_3O^+})_{restants}}{V_a + V_b}$$

soit  $[H_3O^+] = \frac{3}{7}.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

d'où  $pH = -\log [H_3O^+]$

**A.N.:  $pH = 2,36$**

**\*  $V_b = 30 \text{ mL}$**

On procède de la même manière que précédemment;

Il vient:

$(n_{H_3O^+})_{restants} = C_a V_a - C_b V_b$

$[H_3O^+]_{mélange} = \frac{(n_{H_3O^+})_{restants}}{V_a - V_b}$  ; il



**Commentaires et conseils**

La relation  $pH = -\log C$  est valable pour  $10^{-1} \leq C \leq 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$

On ne doit pas oublier de tenir compte de la dilution c'est à dire considérer le volume total  $V_a + V_b$

$pH_E = 7$  car l'acide et la base utilisés sont **forts**.

Si une échelle est imposée par l'énoncé, on doit la respecter pour tracer la courbe

$$\text{vient } [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{mélange}} = \frac{C_a V_a - C_b V_b}{V_a + V_b}$$

$$\text{soit } [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{mélange}} = 1/4 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{d'où } \text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+];$$

$$\text{A.N: } \text{pH} = 2,60 \quad * \quad V_b = 50 \text{ mL}$$

Dans ce cas, on a  $C_a V_a = C_b V_b$ ;

Il s'agit donc de l'équivalence acido-basique. Le pH; à l'équivalence est alors = à 7 à 25°C.

$$* \quad V_b = 100 \text{ mL.}$$

Le volume de soude nécessaire à l'équivalence est

$$V_{bE} = 50 \text{ mL}; \text{ on a donc } V_b \gg V_{bE}.$$

Les ions  $\text{OH}^-$  sont ajoutés en excès.

Calculons le nombre de moles d'ions

$\text{OH}^-$  en excès dans le mélange.

$$(n_{\text{OH}^-})_{\text{restants}} = (n_{\text{OH}^-})_{\text{ajoutés}} - (n_{\text{H}_3\text{O}^+})_0$$

$$\text{soit } (n_{\text{OH}^-})_{\text{restants}} = C_b V_b - C_a V_a$$

$$(n_{\text{OH}^-})_{\text{restants}} = 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mole}$$

$$\text{d'où } [\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V_a + V_b} \text{ .d'où}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V_a + V_b} \text{ .}$$

$$\text{A.N: } [\text{OH}^-] = 1/3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

Or le produit ionique de l'eau est

$$K_e = [\text{OH}^-][\text{H}_3\text{O}^+] + 10^{-14}$$

$$\text{à } 25^\circ\text{C} \text{ d'où } [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]}$$

$$\text{A.N: } [\text{H}_3\text{O}^+] = 3 \cdot 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}.$$

$$\text{Il vient } \text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+]; \text{ A.N: } \text{pH} =$$

$$\underline{\underline{11,52}}$$



**Commentaires  
et conseils**

Les ions  $\text{Na}^+$  provenant de la soude et les ions  $\text{Cl}^-$  provenant de l'acide chlorhydrique sont des ions indifférents (ou spectateurs).

Ce résultat est prévisible d'après la condition d'électroneutralité du mélange:

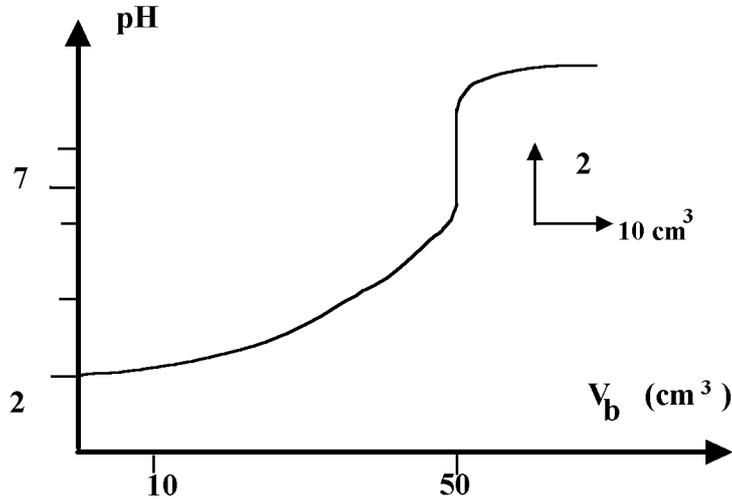
$$[\text{Na}^+]_B + [\text{H}_3\text{O}^+]_B = [\text{OH}^-]_B + [\text{Cl}^-]_B.$$

Or  $[\text{Na}^+]_B = [\text{Cl}^-]_B$  on explique ainsi le caractère neutre de la solution à l'équivalence.

⚡  
**C)** Courbe de  $\text{pH} = f(V_b)$ : D'après le calcul précédent, nous avons quelques points remarquables permettant de tracer la courbe:

$V_b$ (mL)	0	20	30	50	100
pH	2	2,36	2,60	7	11,52

D'où la courbe ci-dessous:



🔑 **Exercice N° 2:**

**a)** Le chlorure d'hydrogène étant un acide fort, on donc  $[\text{H}_3\text{O}^+] = C_1$   
 d'où  $\text{pH} = -\log C_1 \Leftrightarrow C_1 = 10^{-\text{pH}}$

Or le pH initial de la solution acide (point A de la courbe) est égal 2;  
 il vient  $C_1 = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2}$

soit  **$\text{pH} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$** .

Au point B de la courbe, on a  $\text{pH} = 7$ .

Puisqu'il s'agit d'un dosage d'un acide fort par une base forte, alors ce point B correspond à l'équivalence acido-basique. On a donc  $C_1 V_1 = C_2 V_{bB}$ ; avec  $V_{bB} = 20 \text{ mL}$ .

d'où  $V_1 = \frac{C_2}{C_1} V_{bB}$ ; **A.N:  $V_1 = 20 \text{ mL}$** .

**b)** Au point B on a  $\text{pH}_B = 7$  alors  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ . Les entités chimiques présentes, autre que l'eau sont:  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{OH}^-$ .  
 Calculons leurs molarités dans ce mélange:

$$[\text{Na}^+]_{\text{B}} = \frac{C_2 \cdot V_{\text{bB}}}{V_1 + V_{\text{bB}}} ; [\text{Cl}^-]_{\text{B}} = \frac{C_1 \cdot V_1}{V_1 + V_{\text{bB}}}$$

Or on a  $C_1 V_1 = C_2 V_{\text{bB}}$  il vient:  $[\text{Na}^+]_{\text{B}} = [\text{Cl}^-]_{\text{B}}$

$$\text{A.N: } [\text{Na}^+]_{\text{B}} = [\text{Cl}^-]_{\text{B}} = \underline{\underline{5.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}}}$$

### 🔑 Exercice N°3:

a) \* Calculons la concentration de la solution B d'hydroxyde de sodium.

$$n_{\text{soude}} \text{ dissoutes} = \frac{m}{M} \text{ avec } m = 1,6\text{g}$$

et M = masse molaire de soude (M = 40g.mol.<sup>-1</sup>)

$$C_{\text{b}} = \frac{n}{V} ; \text{ avec } V = \text{volume de la solution B; } V=500 \text{ mL} = 0,5 \text{ L.}$$

$$\text{A.N: } C_{\text{b}} = \underline{\underline{0,08 \text{ mol.L}^{-1}}}$$

- Calculons le nombre de moles d'ions OH<sup>-</sup> apportés par la solution basique.

La base étant forte ; on a :  $(n_{\text{OH}^-})_{\text{apportés}} = n_{\text{soude}}$

Soit  $(n_{\text{OH}^-})_{\text{apportés}} = C_{\text{b}} V_{\text{b}}$  avec  $V_{\text{b}} = 100 \text{ mL}$ .

$$\text{A.N. } (n_{\text{OH}^-})_{\text{apportés}} = \underline{\underline{8.10^{-3} \text{ mole}}}$$

Calculons le nombre de moles d'ions H<sup>+</sup><sub>aq</sub> présents dans la solution A d'acide chlorhydrique: HCl étant un acide fort

on a:  $(n_{\text{H}^+})_{\text{présents}} = (n_{\text{HCl}})_{\text{dissous}}$

soit  $(n_{\text{H}^+})_{\text{présents}} = C_{\text{a}} V_{\text{a}}$ ;

$$\text{A.N: } (n_{\text{H}^+}) = \underline{\underline{12.10^{-3} \text{ mole}}}$$

Or une mole d'ion  $H^+$  réagit avec une mole d'ion  $OH^-$ ; donc les ions  $H^+$  sont en excès ( $n_{H^+} \text{présents} > n_{OH^-} \text{apportés}$ ) alors  $[H^+]_{\text{mélange}} > [OH^-]_{\text{mélange}}$ ,

le mélange est donc **acide**.

b) D'après la question précédente, on doit encore ajouter la solution B pour obtenir l'équivalence acido-basique tel que

$$C_a V_a = C_b V_{bE},$$

$$\text{avec } V_{bE} = 150$$

mL. On doit donc ajouter au mélange encore 50 mL de solution B. Au cours du dosage d'un acide fort par une base forte, le  $P^H$  à l'équivalence est égal à 7 à 25° c.

c) Les espèces présentes dans le mélange obtenu à l'équivalence, autres que l'eau, sont  $Na^+_{aq}$ ;  $Cl^-_{aq}$ ;  $H^+$  et  $OH^-$  (provenant de l'eau). A l'équivalence on a  $pH_E = 7$

ce qui donne :

$$[H^+] = 10^{-pH_E} = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}.$$

$$[OH^-] = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}.$$

$$[Na^+]_E = \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_{bE}} \text{ et } [Cl^-]_E = \frac{C_a V_a}{V_a + V_{bE}}$$

Or à l'équivalence on a  $C_a V_a = C_b V_{bE}$  donc  $[Na^+]_E = [Cl^-]_E$

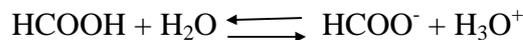
**A.N:  $[Na^+]_E = [Cl^-]_E = 5,7.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$**

### Exercice N° 4:

1. D'après les données, on remarque que:  $pH_{\text{initial}} > -\log C_a$ ; autrement dit:

$[H_3O^+]_i < C_a$ , donc l'acide HCOOH est un acide faible dans l'eau. Sa dissociation ionique dans l'eau est une réaction partielle.

L'équation -bilan de sa réaction dans l'eau s'écrit:



2. a) L'équation -bilan de la réaction s'écrit:



b) A l'équivalence on a:  $(n_{OH^-})_{\text{apportés}} = (n_{HCOOH})_{\text{initial}}$



#### Commentaires et conseils

-Ne pas oublier de mettre la double flèche faisant allusion aux deux réactions (1) et (2) qui se produisent simultanément.

-Cette réaction est le bilan de deux transformations  
 $H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$  (1) et  
 $HCOOH + H_2O \rightleftharpoons HCOO^- + H_3O^+$  (I).  
 La réaction (1) en se produisant déplace l'équilibre(I) dans le sens de l'ionisation de l'acide jusqu'à atteindre l'équivalence.

$$\text{Soit } C_b \cdot V_{bE} = C_a \cdot V_a \text{ d'où } V_{bE} = \frac{C_a}{C_b} \cdot V_a ;$$

**A.N:  $V_{bE} = 8,0 \text{ mL}$ .**

pour  $V_b = V_{bE}$ , on a  $\text{pH}_E = 8,3 > 7$  à  $25^\circ\text{C}$ .

La solution, à l'équivalence a donc un caractère basique. En effet, à l'équivalence on a une solution saline de méthanoate de sodium ( $\text{HCOO}^- + \text{Na}^+$ )

Les ions  $\text{Na}^+$  sont des ions indifférents (acide conjugué faible d'une base forte).

Les ions méthanoate  $\text{HCOO}^-$  est la base conjuguée d'un acide faible,  $\text{HCOO}^-$  est donc une base forte. Elle réagit donc avec l'eau selon une réaction limitée:



Au cours de cette réaction, il y a apparition d'ions  $\text{OH}^-$  d'où le caractère basique du mélange.

c) Pour  $V_b = \frac{1}{2} V_{bE}$ , on a  $\text{pH} = 3,8$  on en déduit  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$

soit  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

D'après le produit ionique de l'eau

$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] [\text{OH}^-]$  on a

$$[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$$

soit  $[\text{OH}^-] = 0,63 \cdot 10^{-10} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

On remarque que  $[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$ .

Le principe

d'électroneutralité de la solution permet d'écrire:

$$\underline{[\text{Na}^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{HCOO}^-] + [\text{OH}^-]} \quad (1)$$

Or  $[\text{Na}^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b}$  avec  $V_b = \frac{1}{2} V_{bE} = 4 \text{ mL}$

$$[\text{Na}^+] = \frac{1}{2} \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_b}; \text{ A.N: } [\text{Na}^+] = \frac{1}{24} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

L'équation (1) donne :  $[\text{HCOO}^-] = [\text{Na}^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-]$ .

Or  $[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$ ; d'autre part  $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{Na}^+]$ .

Il vient:  $[\text{HCOO}^-] \approx [\text{Na}^+] = \frac{1}{24} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

L'équation de conservation des atomes de carbone (existent sous les deux formes  $\text{HCOOH}$  et  $\text{HCOO}^-$ ) s'écrit:



**Commentaires  
Et  
conseils**

Lorsque le volume  $V_a$  est écrit  $V_a = 20,0\text{mL}$  le zéro après la virgule a une signification: Le volume est mesuré au 1/10 de mL près; donc vos résultats doivent être donnés en conséquence. Un sel provenant d'une base forte et d'un acide faible a un caractère basique.



avec  $C'_a$ : concentration de l'acide dans le mélange:

$$C'_a = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b}; \text{ il vient: } [\text{HCOOH}] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} - [\text{Na}^+]$$

$$[\text{HCOOH}] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} - \frac{C_b \cdot V_b}{V_a + V_b} \text{ Or on a : } C_a V_a = C_b V_{bE}.$$

$$\text{Il vient: } [\text{HCOOH}] = \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_b} - \frac{1}{2} \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_b}$$

$$[\text{HCOOH}] = \frac{1}{2} \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_b}.$$

On a donc:  $[\text{HCOOH}] = [\text{HCOO}^-] \approx [\text{Na}^+]$ .

L'expression de la constante d'acidité  $K_a$  du couple

$$\text{HCOOH} / \text{HCOO}^- \text{ s'écrit: } K_a = \frac{[\text{HCOO}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{HCOOH}]}$$

Or  $[\text{HCOOH}] = [\text{HCOO}^-]$ ; il vient  $K_a = [\text{H}_3\text{O}^+]$

donc  $\text{p}K_a = \text{pH} = 3,8$ .



### Exercice N° 5:

1. Puisque le pH initial est supérieur à 7 à 25°C, alors la solution dosée est basique. Cette solution d'hydroxyde de sodium est placée dans le bêcher. La solution titrée d'acide chlorhydrique est placée dans la burette graduée.

2. Le point d'équivalence E correspond au saut brusque de pH. Ses coordonnées sont :

$V_{bE} = 9 \text{ mL}$  et  $\text{pH}_E = 7$ . Le pH initial étant égal à 11,5, on en déduit  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$  soit  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 3,16 \cdot 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$ .

Le produit ionique de l'eau est

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-].$$

$$\text{on en déduit } [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$$

Soit  $[\text{OH}^-] = 0,316 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . Or l'hydroxyde de sodium est une monobase forte donc  $C_b = [\text{OH}^-] = 0,316 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

3. On peut suivre le dosage en présence d'un indicateur coloré approprié. On place quelques gouttes de l'indicateur coloré dans la solution à doser. On verse progressivement la solution d'acide chlorhydrique jusqu'à virage de l'indicateur coloré. (L'I.C prend sa teinte sensible).

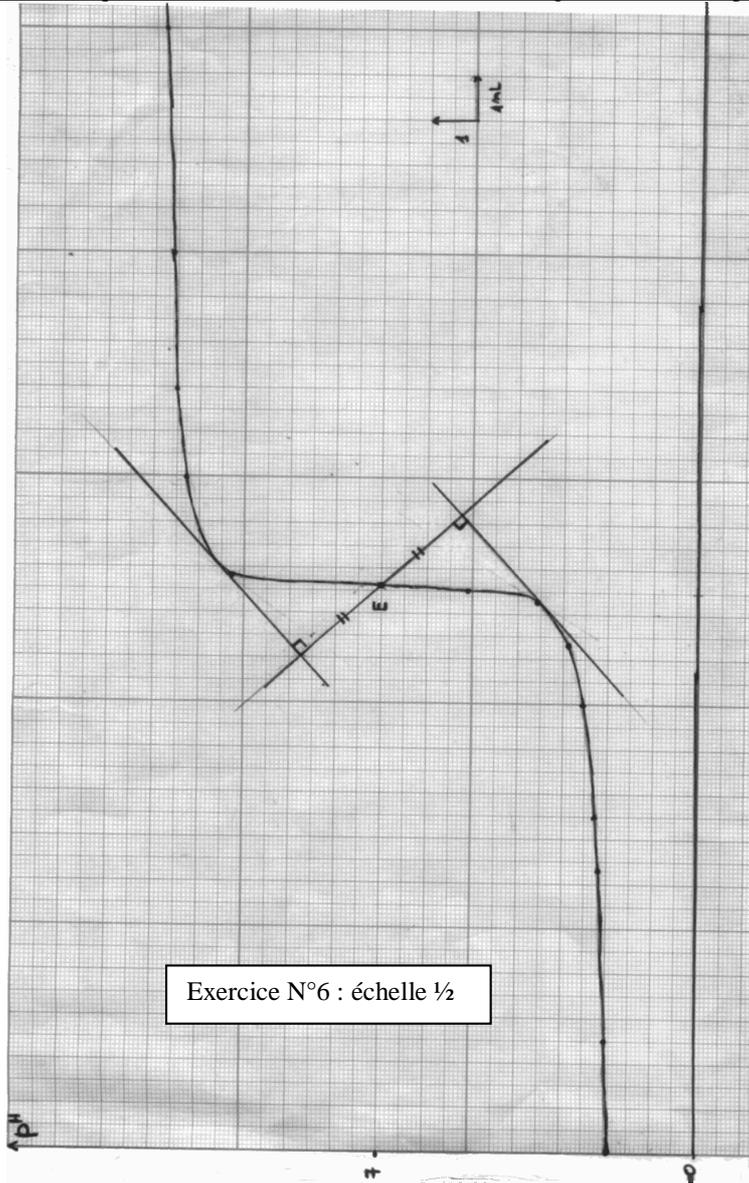


### Commentaires et conseils

\* On peut calculer  $C_b$  à partir de la relation:  
 $\text{p}^H = 14 + \log C_b$   
 \*Avant l'équivalence, l'I.C prend la couleur de sa forme basique

\*Si on dépasse le point d'équivalence, l'I.C prend la couleur de sa forme acide

On obtient alors le point d'équivalence acido-basique. Le  $p^H$  du mélange, dans ce cas de dosage vaut 7 à 25°C.  
L'indicateur coloré qui convient est celui dont sa zone de virage contient le  $p^H$  de l'équivalence. Parmi les trois indicateurs colorés donnés dans l'énoncé, celui qui convient est le bleu de bromothymol.



**Exercice N° 6:**

1. Voir papier millimétré.
2. Pour déterminer le point d'équivalence E graphiquement, on applique la méthode des tangentes (voir courbe).

On trouve  $V_{bE} = 12,5 \text{ mL}$ ,  
 $p^H E = 7$ . A l'équivalence on a  $C_a V_a = C_b V_{bE}$ ;

$$\text{il vient: } C_a = C_b \frac{V_{bE}}{V_a}$$

**A.N:**  $C_a = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

3. A l'équivalence, la solution contient:

$\text{Na}^+$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{OH}^-$  (provenant de l'eau)

- $p^H E = 7$  on en déduit :  
 $[\text{H}_3\text{O}^+]_E = 10^{-p^H E} = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ .
- $[\text{OH}^-]_E = [\text{H}_3\text{O}^+]_E = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ .
- $[\text{Na}^+]_E = \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_{bE}}$  et  $[\text{Cl}^-]_E = \frac{C_a V_a}{V_a + V_{bE}}$

- Or  $C_b V_{bE} = C_a V_a$ , alors  $[\text{Na}^+]_E = [\text{Cl}^-]_E$

**A.N:**  $[\text{Na}^+]_E = [\text{Cl}^-]_E = 1,17 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

4. Pour  $V_b = 5 \text{ mL}$ , on a  $p^H = 2,1$  (d'après le tableau de valeurs).  $p^H$  étant égal à 2,1; on en déduit  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-p^H}$  soit  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 7,94 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

$$[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 0,126 \cdot 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{Na}^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b}$$

soit  $[\text{Na}^+] = 4,87 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

$$[\text{Cl}^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} \text{ soit } [\text{Cl}^-] \approx 1,22 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

  
**Commentaires  
 et conseils**

avant l'équivalence les ions  $\text{OH}^-$  sont minoritaires  
 $[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$

### 🕯 Exercice N° 7:

a) La courbe (1) présente un seul point d'inflexion; elle correspond donc au dosage d'un acide fort par une base forte:  $HA_1$ , est l'acide fort. La courbe (2) présente deux points d'inflexion; elle correspond au dosage d'un acide faible par une base forte;  $HA_2$  est un acide faible.

b) Pour le dosage de l'acide  $HA_1$ , (courbe (1)), l'équivalence est obtenue pour  $V_{1E} = 8$  mL.

Or à l'équivalence on a:  $C_1 V_a = C \cdot V_{1E}$ ; d'où

$$C_1 = C \cdot \frac{V_{1E}}{V_a}; \text{ A.N: } C_1 = \mathbf{0,08M.}$$

Pour l'acide  $HA_2$ , l'équivalence est obtenue pour  $V = V_{2E} = 10$  mL; d'où  $C_2 = C \cdot$

$$\frac{V_{2E}}{V_a};$$

$$\text{A.N: } C_2 = \mathbf{0,1M.}$$

c) A la demi-équivalence on a  $P^H = pK_a$ ; elle est obtenue pour  $V = \frac{1}{2} V_{2E} = 5$  mL. A partir de la courbe (2) on lit l'ordonnée du point correspondant à l'abscisse  $V = 5$  mL; on trouve  $P^H = pK_a \approx 4$ .

### 🕯 Exercice N°8:

1.\* Calcul des concentrations  $C_1$  et  $C_2$  respectivement des solutions  $S_1$  et  $S_2$ :  
D'après les résultats des dosages, on peut écrire qu'à l'équivalence:  $C_a V_a = C_b V_{bE}$ ,

$$\text{il vient } C_a = \frac{C_b V_{bE}}{V_a}$$

Pour  $S_1$ :  $V_{bE1} = 24 \text{ cm}^3$ ; A.N:  $C_1 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ M}$

Pour  $S_2$ :  $V_{bE2} = 4 \text{ cm}^3$ ; A.N:  $C_2 = 10^{-2} \text{ M}$

\* D'après les mesures du  $p^H$  initial de

#### 👉 Commentaires et conseils

Ce qui fait réellement la différence c'est la zone pour  $V < 5 \text{ mL}$ .

Les points d'équivalence permettent de distinguer les deux acides; mais encore faut-il les déterminer avec précision!!  
Le saut de  $p^H$  peut être une différence mais il dépend de la dilution.

Cette solution est une solution tampon ( $P^H = pK_a$ )

$p^H S_1 > -\log C_1$   
alors  $[H_3O^+] < C_1$

chacune des solutions  $S_1$  et  $S_2$ , on a trouvé:  $-p^H S_1 = 2,5$  et

$$p^H S_2 = 2,0$$

$p^H S_2$  étant égal à 2 donc  $[H_3O^+]_{S_2} = 10^{-p^H} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

On a donc  $[H_3O^+]_{S_2} = C_2$ , alors l'acide de la solution  $S_2$  est fort.

Pour  $S_1$ : si l'acide était fort on aurait mesuré un  $p^H$  égal à  $-\log C_1$ , soit  $p^H = 1,22$ . Or  $p^H S_1 = 2,5 > -\log C_1$ , donc l'acide de la solution  $S_1$  est faible.

2. a) La constante d'acidité d'un couple acide / base  $HA / A^-$  s'écrit

$$K_a = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[HA]}$$

pour un acide fort ( $[HA] = 0$ )  $K$  est infinie (très grande). On

peut déterminer  $K_a$  de l'acide faible. Le  $p^H$  initial de la solution  $S_1$  étant égal à 2,5 ce qui donne :

$$[H_3O^+]_{S_1} = 10^{-2,5} = 3,16 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \text{ soit } [H_3O^+]_{S_1} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[OH^-]_{S_1} = \frac{K_e}{[H_3O^+]_{S_1}} \text{ soit } [OH^-]_{S_1} = 3,16 \cdot 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[OH^-]_{S_1} \ll [H_3O^+]_{S_1}$$

La condition d'électroneutralité de la solution permet d'écrire:  $[H_3O^+]_{S_1} = [A_1^-] + [OH^-]_{S_1}$ .

$$[A_1^-] \approx [H_3O^+]_{S_1} = 3,16 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

La conservation de la matière permet d'écrire:

$$[HA_1]_{S_1} + [A_1^-] = C_1 \text{ d'où } [HA_1]_{S_1} = C_1 - [A_1^-]$$

$$\text{soit } [HA_1]_{S_1} = 56,84 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{or } K_a = \frac{[H_3O^+][A_1^-]}{[HA_1]} \quad K_a \approx \frac{[H_3O^+]^2}{[HA_1]}$$

$$\mathbf{A.N: } K_a = 17,56 \cdot 10^{-5} \quad \mathbf{pK_a} = -\log K_a$$

soit  $\mathbf{pK_a} \approx 3,8$ . D'après le tableau il s'agit de l'acide méthanoïque.

### 🔪 Exercice N° 9:

1.a) Lors d'un dosage d'un acide fort par une base forte la courbe  $p^H = f(V_b)$  présente un seul point d'inflexion. Puisque HCl est un acide fort, alors la courbe correspondante au dosage de HCl est la courbe (2).



#### Commentaires et conseils

\* On peut chercher  $C_A$  à partir du  $p^H$  initial relevé de la courbe:  $p^H_i = -\log C_A$ .

\* On peut se baser sur le  $p^H$  initial  $p^H_i = 2,4$   $p^H_i > -\log C_A$  alors l'acide est faible.

\* On peut aussi écrire simplement:  
 $HCOOH_{aq} \rightleftharpoons HCOO^-_{aq} + H^+_{aq}$

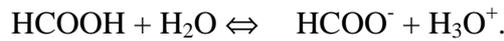
b) Pour le dosage d'acide fort par une base forte, le  $p^H$ , à l'équivalence est égale à 7 (à 25°C); or l'abscisse correspondant à  $P^H = 7$  est  $V_{BE} = 20 \text{ mL}$ .

A l'équivalence on a  $C_a V_a = C_B V_{BE}$  d'où  $C_a = C_B \cdot \frac{V_{BE}}{V_A}$  ;

**A.N:  $C_A = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ .**

2. a) La courbe (2), correspondant au dosage de l'acide méthanoïque par la soude, présente deux points d'inflexion; alors on déduit que HCOOH est un acide faible.

b) La réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau est une réaction limitée dont l'équation-bilan s'écrit:



c) Les entités chimiques présente dans la solution pour  $V_b=10\text{mL}$  sont:  $\text{Na}^+$ , HCOOH,  $\text{HCOO}^-$ ,  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{OH}^-$ .

• Pour  $V_b = 10 \text{ mL}$ , on a d'après la courbe (2)  $p^H = 3,8$ , d'où  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ . D'après le produit ionique de l'eau:

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] \text{ on a } [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$$

soit  $[\text{OH}^-] = 6,31 \cdot 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$ . On remarque que :  $[\text{OH}^-] \ll \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$ .

• Le principe d'électroneutralité de la solution permet d'écrire:

$$[\text{Na}^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{HCOO}^-] + [\text{OH}^-] \quad (1)$$

Or  $[\text{Na}^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b}$  soit  $[\text{Na}^+] = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

On remarque  $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{Na}^+]$ . L'équation (1) donne  $[\text{HCOO}^-] \approx [\text{Na}^+] = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

$$[\text{HCOOH}] = \frac{C'_A V_A}{V_A + V_B} - [\text{HCOO}^-] ; [\text{HCOOH}] = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$$

d) L'expression de la constante d'acidité du couple HCOOH/HCOO<sup>-</sup> s'écrit:

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]}$$

Or d'après le calcul précédent on a  $[\text{HCOOH}] = [\text{HCOO}^-]$ .

Il vient alors  $K_a = [\text{H}_3\text{O}^+]$  d'où  $pK_a = p^H = 3,8$ .

Ce résultat est prévisible. En effet:

$V_b = 10\text{mL} = \frac{1}{2} V_{BE}$ . On est à la demi-équivalence; c'est à dire on a dosé la moitié de la quantité d'acide initiale; il reste donc dans le mélange la moitié. Puisque une mole



**Commentaires et conseils**

L'indicateur coloré doit être utilisé en très faible quantité.

\*Le  $p^H$  égal à 3,8 correspondrait à la demi-équivalence, c.a.d. pour un volume  $V_b = \frac{1}{2} V_{BE} = 10\text{mL}$ .

d'acide disparue est accompagnée par l'apparition d'une mole d'ion  $\text{HCOO}^-$ , on a alors  $[\text{HCOOH}] = [\text{HCOO}^-]$  d'où  $\text{p}^{\text{H}} = \text{pK}_a$ .

3. a) Un indicateur coloré de  $\text{p}^{\text{H}}$  est un acide ou une base faible dont les formes acide et base conjuguées ont des couleurs différentes.

b) Si on veut repérer le point d'équivalence d'un dosage acido-basique, on doit utiliser un indicateur coloré dont la zone de virage contient le  $\text{p}^{\text{H}}$  du point d'équivalence. Pour le dosage de  $\text{HCl}$  ( $\text{p}^{\text{H}}_{\text{E}} = 7$ ), le meilleur indicateur coloré est le bleu de bromothymol. Pour le dosage de  $\text{HCOOH}$  ( $\text{p}^{\text{H}}_{\text{E}} = 8,3$ ), on utilisera le phénolphthaléine.

### 🔑 Exercice N° 10:

1. L'équation-bilan de la réaction qui se produit au cours du mélange est:  $\text{HCOOH} + \text{OH}^- \rightarrow \text{HCOO}^- + \text{H}_2\text{O}$ .

2. On remarque  $C_b V_b > C_a V_a$ , donc le nombre de moles d'ions  $\text{OH}^-$  ajoutés est en excès par rapport au nombre de moles d'acide initial.

Le milieu réactionnel est basique.

Le  $\text{p}^{\text{H}}$  est alors supérieur à 7 (à  $25^\circ\text{C}$ )

Soit  $\text{p}^{\text{H}} = 12,3$ .

### 🔑 Exercice N° 11:

1. • D'après la courbe  $\text{p}^{\text{H}} = f(V_a)$ ; le point N appartenant au saut de  $\text{p}^{\text{H}}$  correspond au point d'équivalence. Le volume d'acide versé à l'équivalence est  $V_{aE} = 10 \text{ mL}$ . Or à l'équivalence on a :  $C_b V_b = C_a V_{aE}$ ,

$$\text{d'où } C_b = C_a \frac{V_{aE}}{V_b};$$

$$\text{A.N: } C_b = 0,05 \text{ M.}$$

• Le  $\text{p}^{\text{H}}$  initial de la solution S est égal à 10,9. Si la base était forte, le  $\text{p}^{\text{H}}$  mesuré serait:  $\text{p}^{\text{H}} = 14 + \log C_b$  soit  $\text{p}^{\text{H}} = 12,7$

On a donc  $\text{p}^{\text{H}}_{\text{expérimental}} < 12,7$ , alors la base est faible.

2. • Au point M, le volume d'acide versé est

  
Commentaires  
et conseils

\*On peut calculer la molarité en ion  $\text{OH}^-$  de la solution S

$$[\text{OH}^-] = K_e / 10^{-\text{p}^{\text{H}}}$$

On remarque  $[\text{OH}^-] < C_b$ .

$V_a = 5 \text{ mL}$  et le  $p^H$  du mélange est égal à  $9,8.p^H$  étant

égal à  $9,8$ , on en déduit

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-p^H}$$

$$\text{soit } [\text{H}_3\text{O}^+] = 1,58 \cdot 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}.$$

Le produit ionique de l'eau  $K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] [\text{OH}^-]$  donne

$$[\text{OH}^-] = \frac{k_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$$

$$\text{soit } [\text{OH}^-] = 0,63 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.$$

On

remarque que  $[\text{H}_3\text{O}^+] \lll [\text{OH}^-]$ .

Le principe d'électroneutralité de la solution s'écrit:  $[\text{Cl}^-] + [\text{OH}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] +$

$$[(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}_2^+] \quad (1) \quad \text{Or } [\text{Cl}^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b}$$

$$\text{soit } [\text{Cl}^-] = 0,02 \text{ mol.L}^{-1}.$$

La relation (1) donne:  $[(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}_2^+] = [\text{Cl}^-] + [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+]$ .

Or  $[\text{H}_3\text{O}^+] \lll [\text{OH}^-]$ , on peut aussi négliger  $[\text{H}_3\text{O}^+]$

devant  $[\text{Cl}^-]$

]. Il vient:  **$[(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}_2^+] = [\text{Cl}^-] = 0,02 \text{ mol.L}^{-1}$ .**

La condition de la conservation de matière (des atomes de carbone) s'écrit:  $[(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}_2^+] + [(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}] = C'_b$

$$\text{avec } C'_b = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b}.$$

$$\text{On tire: } [(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} - \frac{C_a V_a}{V_a + V_b}$$

$$\text{Soit } [(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}] \approx 0,02 \text{ mol.L}^{-1}.$$

• L'expression de la constante d'acidité du couple acide/base étudié s'écrit:

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}]}{[(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}_2^+]}$$

Or d'après le calcul on a

$$[(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}] \approx [(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}_2^+]$$

$$\text{il vient } K_a = [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$\text{soit } pK_a = p^H = 9,8.$$

• Une base est d'autant plus forte que le  $pK_a$  du couple acide/base auquel elle appartient est plus grand. Or  $pK_a$   $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}_2^+ / (\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH} = 9,8$  et  $pK_a$   $(\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3) = 9,2 < 9,8$

alors  $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}$  est une base plus forte que l'ammoniac  $\text{NH}_3$ .

3. A partir de la courbe  $p^H = f(V_a)$ , à la demi-équivalence (point M) on a  $p^H = pK_a$ ;  $pK_a$  est donc égal à  $9,8$ .

**Exercice N° 12:**

1. a) Les entités chimiques présentes en solution sont:



Le principe d'électroneutralité de la solution obtenue s'écrit:

$$[\text{NO}_3^-] + [\text{OH}^-] = [\text{NH}_4^+] + [\text{H}_3\text{O}^+]$$

d'où:  $[\text{NH}_4^+] = [\text{NO}_3^-] + [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+]$  (1).

b) La molarité des ions nitrates  $\text{NO}_3^-$  dans le mélange est :

$$[\text{NO}_3^-] = \frac{C \cdot V}{V + V_b} \quad \text{Or on a } 10 \text{ mL} \leq V \leq 40 \quad (2)$$

$V_b$  étant égal à 50 mL.

Donc  $60 \text{ mL} \leq V + V_b \leq 90 \text{ mL}$  (3).

On divise les inégalités (2) et (3) membre à membre, il

vient:  $\frac{1}{6} \leq \frac{V}{V + V_b} \leq \frac{4}{9}$ .

donc  $\frac{1}{6} C \leq [\text{NO}_3^-] \leq \frac{4}{9} C$

avec  $C = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . A.N:  $0,25 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \leq [\text{NO}_3^-] \leq 0,66 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

c) Le  $p^H$  étant égal à 8,8 donc  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-p^H} = 1,58 \cdot 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$ .

D'après le produit ionique de l'eau on a :  $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$

soit  $[\text{OH}^-] = 0,63 \cdot 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ . D'après le calcul on a  $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{OH}^-]$

D'autre part d'après l'encadrement de  $[\text{NO}_3^-]$  et compte tenu de la valeur de  $[\text{OH}^-]$ , on remarque que  $[\text{OH}^-] \ll [\text{NO}_3^-]$  l'expression (1) devient alors:

$$[\text{NH}_4^+] \approx [\text{NO}_3^-] = \frac{C \cdot V}{V + V_b} \quad (4)$$

d) La condition de conservation de matière (atome d'azote) s'écrit:

$$[\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3] = C'_b = \frac{C \cdot V_b}{V_a + V_b}$$

$$[\text{NH}_3] = \frac{C \cdot V_b}{V_a + V_b} - [\text{NH}_4^+]$$

$$[\text{NH}_3] = \frac{C \cdot V_b}{V + V_b} - \frac{C \cdot V}{V + V_b} = \frac{C \cdot V_b - CV}{V + V_b}$$

$$[\text{NH}_3] = \frac{C \cdot V_b - CV}{V + V_b} \quad (5)$$

divisons les équations (5) et (4) membre à membre, il vient:

  
Commentaires  
et  
conseils

Les molécules  $\text{NH}_3$  existent en solution car  $\text{NH}_3$  est une base faible dans l'eau. D'autre part pour le volume  $V$  utilisé on n'a pas obtenu l'équivalence.

$$\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = \frac{C \cdot V_b - CV}{C \cdot V} \text{ soit } \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = \frac{V_b}{V} - 1$$

2. a)  $p^H = 8,8$  La constante d'acidité du couple  $\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3$  s'écrit:

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} \text{ d'où } \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = \frac{K_a}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \text{ soit } \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = \frac{10^{-pK_a}}{10^{-pH}}$$

Il vient:  $\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = 10^{-pK_a+pH}$ ; A.N.  $\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = 0,316$

or  $\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = \frac{V_b}{V} - 1$ , il vient  $V = \frac{V_b}{\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} + 1}$

**A.N: V = 38 mL.**

b) pour  $p^H = pK_a$  on a  $[\text{NH}_3] = [\text{NH}_4^+]$

donc  $\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = 1$ , alors  $\frac{V_b}{V} - 1 = 1$ , Il vient  $V = \frac{V_b}{2}$  ;

$V = 25 \text{ mL}$

### Exercice N° 13:

a) Identification des solutions: La comparaison des  $p^H$  permet d'identifier les solutions car toutes les solutions ont la même concentration molaire.

b)

- La solution de chlorure de sodium ( $\text{Na}^+ + \text{Cl}^-$ ) est neutre; son  $p^H$ , à  $25^\circ\text{C}$  est égal à 7: c'est le bêcher N°2.

- L'hydroxyde de sodium ( $\text{NaOH}$ ) est une monobase forte, son  $p^H$  est donné par la relation  $p^H = 14 + \log C$  (à  $25^\circ\text{C}$ ) soit  $p^H = 12$ : c'est le bêcher N°5.

- Le chlorure d'ammonium ( $\text{NH}_4^+ + \text{Cl}^-$ ) est un sel provenant d'un acide fort ( $\text{HCl}$ ) et d'une base faible ( $\text{NH}_3$ ), il a donc un caractère acide, son  $p^H$ , à  $25^\circ\text{C}$ , est inférieur à 7: c'est le bêcher N°1.

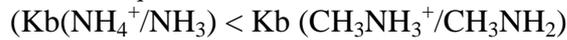
- $\text{CH}_3\text{NH}_2$  et  $\text{NH}_3$  sont deux bases faibles; or  $K_a(\text{NH}_4^+/\text{NH}_3) > K_a(\text{CH}_3\text{NH}_2)$

### Commentaires Et conseils

\*Les ions  $\text{Na}^+$  et  $\text{Cl}^-$  sont des ions indifférents  
 $\text{Cl}^-$  est un ion différent mais  $\text{NH}_4^+$  acide conjugué d'une base faible, il est fort il réagit avec l'eau:  $\text{NH}_4^+ + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{NH}_3 + \text{H}_3\text{O}^+$ . D'où le caractère acide

\*A concentrations égales, si  $\text{NH}_3$  est une base plus faible, sa solution contient moins d'ions  $\text{OH}^-$ , donc plus d'ions  $\text{H}_3\text{O}^+$ .

\* La dilution ne fait pas varier la quantité initiale d'acide présent mais elle change la concentration molaire de la solution en acide.



Le  $p^H$  de la solution de  $\text{NH}_3$  (à concentrations égales) est plus petit. Alors, le bêcher N°3 contient la solution de  $\text{NH}_3$  et le bêcher N°4 contient celle de  $\text{CH}_3\text{-NH}_2$ .

En résumé on a:

N° du bêcher	1	2	3	4	5
Le composé	$\text{NH}_4\text{Cl}$	$\text{NaCl}$	$\text{NH}_3$	$\text{CH}_3\text{-NH}_2$	$\text{NaOH}$

b)  $p^H = 9,2$ ; on en déduit  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 6,3 \cdot 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$  Le produit ionique de l'eau donne:

$$[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \text{ soit } [\text{OH}^-] = 0,158 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

On remarque que  $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{OH}^-]$

Le principe d'électroneutralité de la solution s'écrit:

$$[\text{NH}_4^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{Cl}^-] + [\text{OH}^-] \quad (1)$$

$$\text{Or } [\text{Cl}^-] = \frac{CV}{2V} = \frac{C}{2} \text{ soit } [\text{Cl}^-] = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.$$

La relation (1) donne:

$$[\text{NH}_4^+] = [\text{Cl}^-] + [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+]$$

or  $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{OH}^-]$  et  $[\text{OH}^-] \ll [\text{Cl}^-]$

Il vient:  $[\text{NH}_4^+] \approx [\text{Cl}^-] = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

La condition de concentration des atomes d'azote

$$\text{donne: } [\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3] = \frac{CV}{2V} + \frac{CV}{2V} = C$$

$$\text{d'où } [\text{NH}_3] = C - [\text{NH}_4^+] = \frac{C}{2}$$

$$[\text{NH}_3] = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.$$

L'expression de la concentration d'acidité du couple  $\text{NH}_4^+ /$

$$\text{NH}_3 \text{ s'écrit: } K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} \text{ Or } [\text{NH}_3] \approx [\text{NH}_4^+] \text{ donc}$$

$$K_a = [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-pH}$$

$$\text{A.N: } K_a = 6,3 \cdot 10^{-10}$$

### 🔪 Exercice N° 14:

1. La solution mère a une concentration

$C_s = 1\text{M}$ ; on veut préparer à partir de S, une solution A de concentration

$C_a = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$  et de volume

$V_A = 500 \text{ mL}$ .

Puisque la solution fille A à préparer a une concentration inférieure à celle de la solution mère, nous allons procéder par dilution.

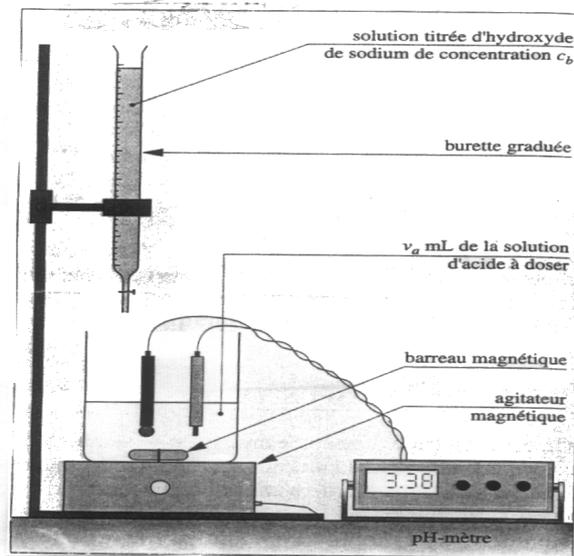
Le nombre de moles d'acide présent dans le volume  $V_s$  à prélever de la solution S est:  $n_s = C_s V_s$ . Le nombre de moles d'acide présent dans le volume  $V_A$  est:  $n_A = C_a V_A$ ; or  $n_s = n_A$

d'où  $C_a V_A = C_s V_s$ . Il vient  $V_s = \frac{C_a}{C_s} \cdot V_A$ . **A.N:  $V_s = 50 \text{ mL}$ .**

### Mode opératoire:

On prélève de la solution S mère, à l'aide d'une pipette de 50 mL, le volume  $V_s$  calculé. On place dans une fiole jaugée de 500 mL. Ensuite, on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

2. a) Schéma du montage:



c) Pour identifier graphiquement le point d'équivalence,

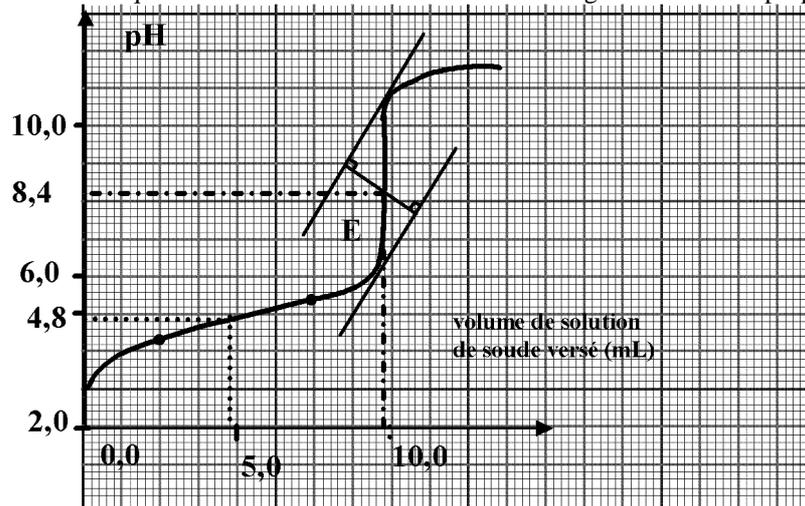
d) on procède comme suit:

On amène deux tangentes à la courbe  $p^H = f(V_b)$  situées de part et d'autre du saut de  $p^H$ . On trace ensuite la perpendiculaire commune à ces deux tangentes.



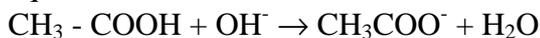
### Commentaires et conseils

\* éviter d'aspirer les acides avec la bouche: On utilise une poire à pipeter  
\*L'utilisation d'un agitateur magnétique serait idéale, mais ce n'est pas nécessaire!



La droite passant par le milieu de cette perpendiculaire coupe la courbe au point E. On trouve ainsi:  $p^H E = 8,4$  mL et  $V_{bE} = 9,8$  mL.

c) Equation - bilan de la réaction:



d) A l'équivalence on a:  $C_a V_a = C_b V_{bE}$

avec  $V_a = 10$  mL;  $C_b = 0,1$  mL; et  $V_{bE} = 9,8$  mL

$$D'où C_s = \frac{C_a V_{bE}}{V_s}; \text{ A.N: } C_s = 0,98 \text{ mol.L}^{-1}$$

3. a) Une solution tampon est une solution dont le  $p^H$  varie très peu lors d'une addition modérée d'acide ou de base et est pratiquement constant lors d'une dilution modérée.

b) La solution tampon idéale est celle pour laquelle  $pH = pK_a = 4,8$ . Elle correspond à la demi-équivalence; soit pour un volume de soude versé  $V_b = \frac{1}{2} V_{bE}$  avec  $V_{bE} = 9,8$  mL, donc  $V_F = 4,9$  mL. Le pH correspondant est  $pH_F = 4,8$ .

### 🧪 Exercice N° 15:

1- a) Pour l'eau pure, l'ionisation est limitée. Elle est schématisée par l'équation:  $H_2O \rightleftharpoons H^+ + OH^-$ ; l'équation de dissociation ionique de l'acide propanoïque dans l'eau est:



25°C, on a  $[H^+] = [OH^-] = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ , la dissolution de l'acide dans l'eau soit un  $pH = 7$  fait apparaître par la réaction (1) des ions  $H^+$ ; donc dans la solution S obtenue on a  $[H^+] > [OH^-]$   $[H^+] > 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$  il vient  $pH < 7$ . Le pH subit donc au cours de la dissolution, une diminution.

- b)  $\text{pH}=3$  alors  $[\text{H}^+]=10^{-3}\text{mol.L}^{-1}$ . or  $C=0,1\text{mol.L}^{-1}$ . On a donc  $[\text{H}^+]<C$ , l'acide est alors faible.
- c) La dissolution de l'acide étant limitée car l'acide faible, on aboutit donc à un équilibre dynamique (I). D'après la loi de modération, une élévation de température déplace l'équilibre dans le sens endothermique, c'est à dire dans le sens (1), l'acide se dissout davantage, et la molarité des ions  $\text{H}^+$  augmente. Par conséquent, le pH diminue.
- 2- a) équation – bilan de la réaction acido – basique :  
 $\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COOH} + \text{OH}^- \rightarrow \text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COO}^- + \text{H}_2\text{O}$ .
- b) à l'équivalence on a :  $C_a V_a = C_b V_{bE}$
- d'où  $V_{bE} = \frac{C_a V_a}{C_b}$  ; A.N. :  $V_{bE} = 5\text{mL}$ .
- c) à l'équivalence on a une solution saline de propanoate de sodium ( $\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COO}^- + \text{Na}^+$ )  $\text{Na}^+$  est un ion indifférent ;  $\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COO}^-$  est une base conjuguée d'un acide faible, elle est donc une base forte ; elle réagit alors avec l'eau selon l'équation :  
 $\text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COO}^- + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CH}_3 - \text{CH}_2\text{COOH} + \text{OH}^-$  le milieu est donc basique.

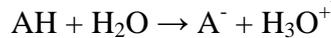
### 🔑 Exercice N° 16:

- 1- On a deux solutions de même concentration  $C=0,1\text{mol.L}^{-1}$ ,  $\text{pH}_{S_1}=3$  d'où  $[\text{H}^+]_{S_1}=10^{-3}\text{mol.L}^{-1}<C$  donc l'acide correspondant à la solution  $S_1$  est faible. Il en est de même pour l'acide de la solution  $S_2$  à concentration égale on a  $\text{pH}_{S_1}<\text{pH}_{S_2}$  d'où  $[\text{H}^+]_{S_1}>[\text{H}^+]_{S_2}$  donc l'acide de  $S_1$  est plus ionisé dans l'eau, l'acide correspondant à  $S_2$  est plus faible. A l'acide le plus fort correspond la base conjuguée la plus faible. Donc la base conjuguée correspondant à l'acide de  $S_1$  est plus faible.
- 2- a) Pour  $S_1$  on a  $V_{1E} = 12\text{mL}$  ; à l'équivalence on a  $C V_0 = C_b V_1$  d'où  $V_0 = \frac{C_b \cdot V_1}{C}$  ; A.N. :  $V_0 = 12\text{mL}$ . D'autre part pour  $S_2$ , à l'équivalence on a :  $C \cdot V_0 = C_b V_2$  d'où  $V_2 = \frac{C}{C_b} V_0$  ; A.N. :  $V_2 = 12\text{mL}$ .
- b) à l'équilibre on a une solution saline ; dans chacune des solutions on a la base conjuguée de l'acide correspondant. Or la base conjuguée de l'acide (1) est la plus faible. Pour cette base l'équilibre chimique est moins déplacé vers la droite  $\text{A}_1^- + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{A}_1\text{H}^+ + \text{OH}^-$  et  $\text{A}_2^- + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{A}_2\text{H} + \text{OH}^-$ .  
 Donc à l'équivalence on a  $\text{pH}_{1E} < \text{pH}_{2E}$ .

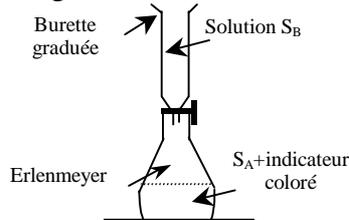
Conclusion : la connaissance des pH à l'équivalence permet de comparer la force relative des deux acides.

**Exercice N° 17:**

- 1) Equation de dissolution de AH dans l'eau : la réaction étant limitée, il s'établit un équilibre chimique :



- 2) a- On prélève à l'aide d'une pipette un volume  $V_A$  de la solution acide à doser que l'on place dans un erlenmeyer . On additionne quelques gouttes d'un indicateur approprié. A l'aide de la burette graduée, on verse la solution de soude goutte à goutte jusqu'à observer le virage de l'indicateur coloré.



- b- A l'équivalence on a :

$$\left( \overset{\eta}{H^+} \right) \text{libérés} = \left( \overset{\eta}{OH^-} \right) \text{apportés} .$$

Il vient :  $C_A V_A = C_B V_{BE}$  d'où  $C_A = C_B \cdot \frac{V_{BE}}{V_A}$  avec  $V_{BE} =$

166mL ;  $C_B = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  ;  $V_A = 10 \text{ mL}$ .

A.N. :  $C_A = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

- 3- a) On a versé 166 mL de soude à l'aide d'une burette graduée de contenance 25 mL soit  $\frac{166}{25} = 6,64$  . La

burette a été donc remplie 7 fois.

- b) La solution  $S_B$  étant trop diluée, on va la concentrer pour pouvoir utiliser un volume de soude inférieur à 166 mL soit 10mL. A

l'équivalence on a :

$$C_A V_A = C'_B V'_{BE}$$

Avec  $V'_{BE} = 10 \text{ mL}$  ;  $C_A = 83 \cdot 10^{-3}$  ;  $V_A = 10 \text{ mL}$ .

Il vient  $C'_B = \frac{C_A V_A}{V'_{BE}}$  A.N. :  $C'_B = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

Calcul de la masse de cristaux d'hydroxyde de sodium à dissoudre :

$$C'_B = \frac{\overset{\eta}{NOOH}}{V'_B} ; \text{ avec } V'_B = 100 \text{ mL} .$$

*Commentaires  
et conseils*

\* On peut aussi écrire  $AH \rightarrow H^+ + A^-$  et  $A^-$  étant des ions hydratés.

\* L'indicateur coloré est celui dont la zone de virage contient le pH de la solution à l'équivalence.

\* Un indicateur coloré doit être ajouté en très faible quantité pour ne pas fausser le résultat du dosage.

*Commentaires  
et conseils*

On effectue cette préparation dans une fiole jaugée de 100mL

$$\text{Or } \eta_{\text{NaOH}} = \frac{\eta_{\text{NaOH}}}{M} ; M \text{ étant la masse molaire de NaOH.}$$

Il vient :

$$C'_B = \frac{m_{\text{NaOH}}}{M \times V_B} \text{ d'où } m_{\text{NaOH}} = C'_B \cdot M \cdot V_B \text{ Soit } m_1 = C'_B \cdot M \cdot V'_B.$$

Or la masse initiale dissoute dans  $S_B$  est :

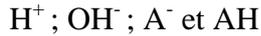
$$m_2 = C_B \cdot M \cdot V'_B$$

Il vient la masse à dissoudre encore dans  $S_B$  est :

$$M = m_1 - m_2 \text{ soit } m = M V'_B (C'_B - C_B)$$

$$\text{A.N. : } m = 0,312\text{g.}$$

4- a) les entités chimiques présentes en solution sont :



La solution étant électriquement neutre on écrit :

$$[\text{H}^+] = [\text{H}^-] + [\text{OH}^-].$$

La solution étant acide  $[\text{OH}^-]$  est négligeable devant  $[\text{H}^+]$ .

$$\text{D'où } [\text{H}^+] = [\text{A}^-] = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}.$$

La condition de conservation de matière permet d'écrire :

$$C_A = [\text{A}^-] + [\text{AH}]$$

$$\text{D'où } [\text{AH}] = C_A - [\text{A}^-] \text{ avec } C_A = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{Et } [\text{A}^-] = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}. \text{ A.N. : } [\text{AH}] = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{b) } \alpha = \frac{[\text{A}^-]}{C_A} ; \text{ A.N. : } \alpha = 75,9 \cdot 10^{-2}.$$

### 🕒 Exercice N° 18 :

$$1. C_1 = \frac{n}{V} \text{ avec } n \text{ nombre de moles de NaOH dissous.}$$

$$n = \frac{m}{M} ; m : \text{masse de NaOH dissous pour préparer une solution } S_1$$

de volume  $V = 500 \text{ cm}^3$  et  $M$  : masse molaire de NaOH.

$$\text{D'où } C_1 = \frac{m}{M \cdot V}, \text{ il vient } \boxed{m = C_1 \cdot M \cdot V} \text{ A.N. : } m = 0,28\text{g.}$$

$$2. \text{ à l'équivalence on a } C_1 V_1 = C_2 V_2. \text{ d'où } \boxed{V_1 = \frac{C_2 V_2}{C_1}} \text{ A.N. :}$$

$$V_1 = 30 \text{ cm}^3.$$

3. Calculons le nombre de moles d'ions  $\text{OH}^-$  apportés par  $S_1$  :

$$(n_{\text{OH}^-})_0 = C_1 V_1 \text{ soit } (n_{\text{OH}^-})_0 = 12 \cdot 10^{-5} \text{ mole.}$$

Calculons le nombre de moles d'ions  $\text{H}^+$  apportés par la solution  $S_2$  :

$$(n_{\text{H}^+})_0 = C_2 V_2 \text{ soit } (n_{\text{H}^+})_0 = 16 \cdot 10^{-5} \text{ mole.}$$

nombre de moles d'ions  $H^+$  restant est :

$$(n_{H^+})_{\text{restant}} = (n_{H^+})_0 - (n_{OH^-})_0 \quad \text{soit } (n_{H^+})_{\text{restant}} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ moles.}$$

la molarité d'ion  $H^+$  dans le mélange est :

$$[H^+] = \frac{(n_{H^+})_{\text{restant}}}{V_1 + V_2} \quad \text{soit } [H^+] = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = \log[H^+] \quad \text{AN: } pH \approx 2,7.$$

**Exercice N° 19 :**

**A-** diluer 50 fois c'est à dire le volume final doit être 50fois le volume initial. Soit  $50 \times 20 \text{ ml} = 1000 \text{ mL}$ . La proposition est donc **VRAI**.

**B-** Equation de la réaction entre un acide fort et une base

forte :  $H^+ + OH^- \rightarrow H_2O$  La constante d'équilibre de la réaction est :

$$K = \frac{1}{K_e} \quad \text{soit } K = 10^{14}. \quad K \text{ est très grande, la réaction est pratiquement}$$

totale. La proposition est donc **VRAI**.

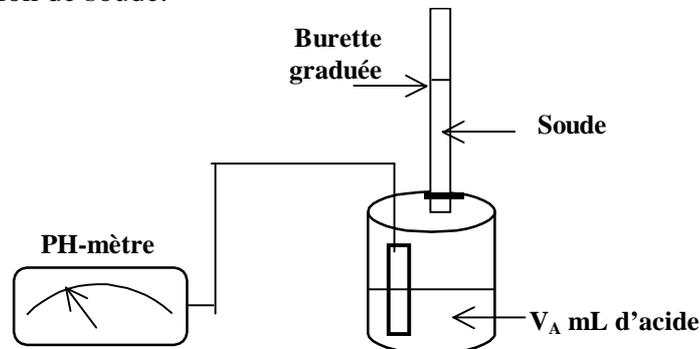
**C-** D'après la courbe  $pH=f(V_a)$ , le volume nécessaire à l'équivalence est  $V_{aE} = 24 \text{ mL}$ . Le volume de soude doré est  $V_b = 20 \text{ mL}$  A l'équivalence on a  $C_a V_{aE} = C_b V_b$ , avec  $C_b$  la concentration de la solution diluée

$$d'où : C_b = \frac{C_a \cdot V_{aE}}{V_b} \quad \text{soit } C_b = \frac{0,1 \times 24}{20} = 0,12 \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{Or la solution}$$

dorée est diluée 50 fois. La concentration du produit ménagé est  $C'_b = 50 C_b$  soit  $C'_b = 6 \text{ mol.L}^{-1}$ . La proposition est **FAUSSE**.

**Exercice N° 20 :**

**1.** Courbe de la figure 1. L'élève a dosé un volume  $V_A$  d'acide par une solution de soude.



Courbe de la figure 2 : l'élève a dosé la solution basique par la solution<sup>2</sup> acide.

**2.** Points d'équivalence :

$$\text{Courbe (1): } E_1 \begin{cases} V_{BE} = 25 \text{ mL} \\ \text{pH}_E = 7 \end{cases}$$

$$\text{Courbe (2): } E_2 \begin{cases} V_{AE} = 35 \text{ mL} \\ \text{pH}_E = 7 \end{cases}$$

3. a) pH initial :

pour la solution d'acide  $S_A$  : pH=2

pour la solution de base  $S_B$  : pH=11

e) Hcl étant un acide fort le pH est donné par la relation :  $\text{pH} = -\log C_A$  avec  $\text{pH}=2$  d'où  $C_A=10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . NaOH étant une base forte le pH est donné par la relation :  $\text{pH}=14+\log C_B$ . d'où  $\log C_B=\text{pH}-14$  soit  $\log C_B= -3$ .

Il vient  $C_B=10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

4. Calculons le volume  $V_A$  d'acide dosé (courbe1) à l'équivalence

$$C_A V_A = C_B V_{BE} \text{ d'où } V_A = \frac{C_B V_{BE}}{C_A} \text{ Soit } V_A = 2,5 \text{ mL. Calculons le}$$

volume  $V_B$  de soude dosé (courbe 2) à l'équivalence

$$C_B V_{BE} = C_A V_{AE} \text{ d'où } V_B = \frac{C_A V_{AE}}{C_B} \text{ soit } V_B = 350 \text{ mL.}$$

Volume du mélange à l'équivalence :

- dosage relatif à la courbe 1 :  $V = V_A + V_{BE} = 2,5 + 25 = 27,5 \text{ ML}$ .
- dosage relatif à la courbe 2 :  $V = V_B + V_{AE} = 350 + 35 = 385 \text{ ML}$ .

5. L'addition de l'eau au volume  $V_A$  ne change pas la quantité de matière d'acide présent. L'équivalence est obtenue lorsque le nombre de moles d'ions  $\text{OH}^-$  ajoutés est égal au nombre de moles (quantité de matière) d'acide présent initialement ; donc le volume  $V_{BE}$  nécessaire à l'équivalence reste inchangé.

### Exercice N° 21 :

1. Les solutions ont le même pH. Or  $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$  soit  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$ .

Pour l'acide fort  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = C_A$

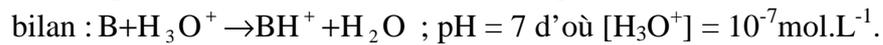
Pour l'acide faible  $[\text{H}^+]_A = 10^{-\text{pH}} < C'_A$ . d'où  $C'_A > C_A$ .

$$2. \alpha = \frac{[\text{H}^+]}{C'_A} = 10\% ; \text{ or } [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = C_A = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1};$$

d'où  $C'_A = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ .

3. La soude est une base forte, B étant une base faible les deux solutions étant à concentrations égales, celle qui a le pH le plus élevé est la base la plus forte ; donc  $\text{pH}_B > \text{pH}'_B$ .

4. a) Il s'agit d'une réaction acide – base d'équation –



D'après le produit ionique de l'eau

$$[OH^-] = \frac{V_e}{[H_3O^+]} = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1} ; [Cl^-] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B}$$

Condition d'électroneutralité du mélange :

$$[Cl^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [BH^+].$$

$$[BH^+] = [Cl^-] + [OH^-] - [H_3O^+] = [Cl^-].$$

Conservation de matière (de l'espèce B) :

$$[B] + [BH^+] = [C'_B]. \text{ Avec } C'_B = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}.$$

$$[B] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} [BH^+], \text{ soit } [B] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} \frac{C_A V_A}{V_A + V_B}.$$

$$\text{or } \text{pH} = \text{pka} + \log \frac{[B]}{[BH^+]} \text{ soit } \text{pH} = \text{pka} + \log \frac{C_B V_B - C_A V_A}{C_A V_A}$$

$$\log \left[ \frac{C_B V_B}{C_A V_A} - 1 \right] + \text{pH} - \text{pka} \text{ soit } \log \left[ \frac{C_B V_B}{C_A V_A} - 1 \right] = -2,2$$

$$\text{d'où } \frac{C_B V_B}{C_A + V_A} - 1 = 6,3 \cdot 10^{-3}.$$

$$\text{il vient } \frac{C_B V_B}{C_A + V_A} = 1,0063 \text{ d'où } V_A = 15,9 \text{ mL.}$$

f) A l'équivalence on a :  $C_B V_B + C_A V_{AE}$  d'où  $V_{AE} = \frac{C_B V_B}{C_A}$

Soit  $V_{AE} = 16 \text{ mL.}$

## Réponses à « Contrôlez vos connaissances »

1- b) Vrai

2- c)  $p^H > 7$  à  $25^\circ\text{C}$

3- b)  $(n_{\text{OH}^-}) = (n_{\text{AH}})$  initial

4-  $[\text{H}_3\text{O}^+]_E = [\text{OH}^-]_E = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$

$$[\text{Na}^+]_E = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_a + V_{bE}} \quad \text{et} \quad [\text{Cl}^-]_E = \frac{C_a V_a}{V_a + V_{bE}}$$

or  $C_a V_a = C_b \cdot V_{bE}$  et puisque  $C_a = C_b$

alors  $V_{bE} = V_a$ ; d'où  $[\text{Na}^+]_E = [\text{Cl}^-]_E = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

5- **Courbe (a):** dosage d'un acide fort par une base forte :

Le  $p^H$  initial est inférieur à 7, la solution dosée est donc acide. La courbe présente un seul point d'inflexion.

**Courbe (b):** dosage d'une base faible par un acide fort:

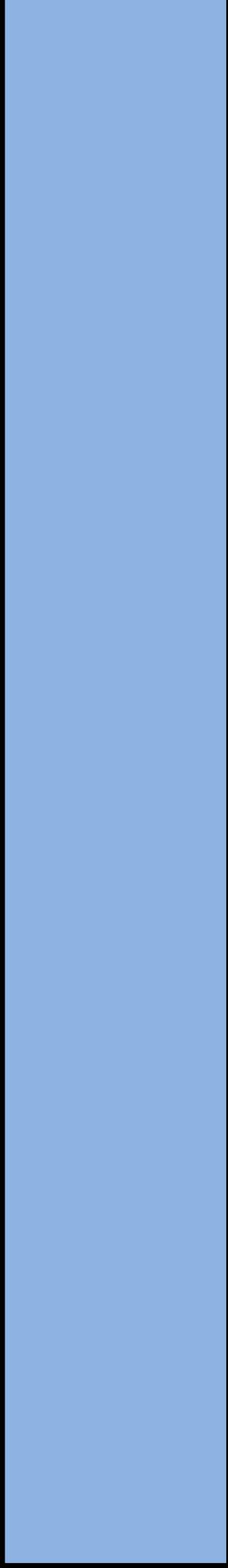
\* Le  $p^H$  initial étant supérieur à 7, donc la solution dosée est basique

\* La courbe présente 2 points d'inflexion.

**Courbe (c):** dosage d'un acide faible par une base forte:

6- Si  $V_b \gg V_{bE}$ , le  $P^H$  du mélange tend vers celui de la solution basique utilisée ( $P^H = 14 + \log C_b$ )

7- Le dosage ne sera pas faussé: La dilution de l'acide initial ne modifie pas la quantité d'acide à doser.



*Les piles  
électrochimiques*

## Objectifs

- ✓ Connaître et expliquer le Principe de fonctionnement de la pile Daniell.
- ✓ Savoir que le courant débité par une pile est dû à une réaction rédox spontanée qui évolue vers un état d'équilibre dynamique.
- ✓ Savoir définir et mesurer la f.e.m d'une pile
- ✓ Connaître la polarité d'une pile.
- ✓ Etablir l'expression de la f.e.m d'une pile en fonction des concentrations à une température donnée.
- ✓ Définir et connaître la demie-pile normale de référence
- ✓ Savoir mesurer le potentiel d'un couple rédox.
- La connaissance de  $E_0$  (ou de  $K$ ) permet de prévoir l'évolution spontanée d'une réaction rédox.





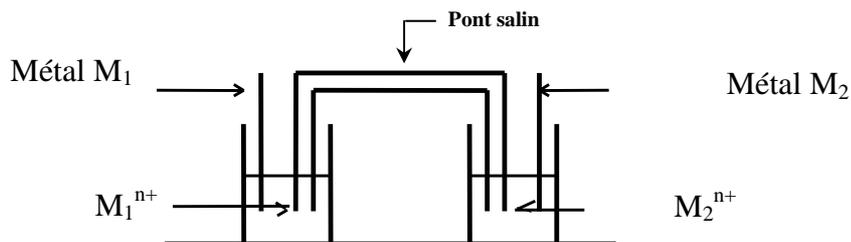
## L'essentiel de l'essentiel à retenir

☞ Pour constituer une pile, on doit former deux demi-piles; chaque demi-pile est constituée d'un couple rédox.

☞ Soient deux couples rédox relatifs à deux métaux quelconques  $M_1$  et  $M_2$ :  $M_1^{n+}/M_1$  et  $M_2^{n+}/M_2$ .  
Le symbole de la pile est :  $M_1/M_1^{n+} // M_2^{n+}/M_2$ .

☞ On doit relier les deux demi piles par un pont électrolytique (pont salin)

☞ Le schéma de la pile est:



☞ La f.e.m  $E$  d'une pile est définie comme étant la d.d.p, en circuit ouvert, entre les deux électrodes constituées par les tiges des métaux  $M_1$  et  $M_2$ :

$$E = V_{bD} - V_{bG},$$

$$E = V_{M2} - V_{M1}$$

☞ Au cours du fonctionnement d'une pile, la f.e.m décroît jusqu'à s'annuler; la pile est alors usée.

☞ La f.e.m d'une pile varie avec les concentrations en cations métalliques dans chaque demi-pile.

La loi de Nernst permet de calculer cette f.e.m:

$$E = E_0 - \frac{0,06}{n} \text{Log} \frac{[M_2^{n+}]}{[M_1^{n+}]}$$

avec  $E_0$  : la f.e.m normale (ou standard de la pile )

et  $n$ : nombre d'électrons mis en jeu au cours de la réaction rédox

☞ La mesure de la f.e.m de différentes piles permet de faire un classement électrochimique des couples rédox.

☞ Le potentiel standard du couple  $H^+/H_2$  est nul à toute températures:

$$E_{(H^+/H_2)}^0 = 0 \text{ volt.}$$

## Contrôlez vos connaissances



### Est-ce que vous connaissez?

1. Indiquer la(ou les) proposition(s) juste(s)  
le symbole de la pile Daniell est:

- a)  $\text{cu} / \text{cu}^{2+} // \text{zn} / \text{zn}^{2+}$
- b)  $\text{cu} / \text{cu}^{2+} // \text{zn}^{2+} / \text{zn}$
- c)  $\text{zn} / \text{zn}^{2+} // \text{cu}^{2+} / \text{cu}$
- d)  $\text{cu} / \text{cu}^{2+} // \text{Fe}^{2+} / \text{Fe}$

2. Même question:

Pour la pile Danielle, dans les conditions standards, la borne positive est constituée par la lame de cuivre, les électrons circulent à l'extérieur de la pile:

- a) de la lame de zinc vers la de lame cuivre.
- b) de la lame de cuivre vers la lame de zinc

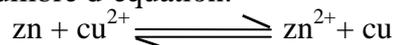
3. Qu'appelle-t-on conditions standards?

4. Vrai ou Faux?

La f.e.m de la pile est égale à la d.d.p entre les bornes de la pile lorsqu'elle fonctionne.

Est-ce que vous savez appliquer?

5. Pour l'équilibre d'équation:



la constante d'équilibre est  $K = 3,6 \cdot 10^{36}$  à  $25^{\circ}\text{C}$

Comparer les pouvoirs réducteurs des deux couples rédox mis en jeu.

6. En changeant le schéma d'une pile, est-ce que la polarité de la pile change?

7. Si on connaît le signe de la f.e.m E d'une pile, peut-on connaître la polarité de la pile?

8. peut-on former une pile avec le même couple redox?

**Exercice N°1:**

On considère la pile Daniell suivante:  
 $\text{Cu} / \text{Cu}^{2+} (10^{-2} \text{ mol L}^{-1}) // \text{Zn}^{2+} (10^{-1} \text{ mol L}^{-1}) / \text{Zn}$   
 la f.é.m normale de cette pile vaut  $E^0 = -1,1 \text{ V}$ .

1. Écrire l'équation chimique associée à cette pile et déterminer la valeur de sa constante d'équilibre.
2. Donner l'expression de la f.é.m de la pile et calculer sa valeur.

**Exercice N°2:**

On mesure la f.é.m de la pile symbolisée par:  
 $\text{Co} / \text{Co}^{2+} // \text{Cd}^{2+} / \text{Cd}$   
 en faisant varier les molarités de  $\text{Co}^{2+}$  et  $\text{Cd}^{2+}$ .  
 Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant:

Expérience n°.	$[\text{Co}^{2+}] / (\text{mol L}^{-1})$	$[\text{Cd}^{2+}] (\text{mol L}^{-1})$	E (Volt)
1	0,1	0,1	-0,12
2	$10^{-5}$	1	+0,03
3	$10^{-2}$	$10^{-1}$	-0,09

1. Donner l'expression de la f.é.m de la pile.
2. Déterminer sa f.é.m normale.
3. Quelle réaction se produit dans chaque cas?

L'oxydant le plus fort réagit-il toujours avec le réducteur le plus fort? justifier.

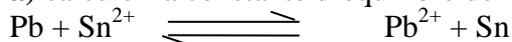
**Exercice N°3:**

On forme les deux demi-piles suivantes:  
 -Une tige de plomb Pb plongeant dans une solution de  $\text{Pb}^{2+}$  ( $1 \text{ mol L}^{-1}$ )  
 -Une tige d'étain Sn plongeant dans une solution de  $\text{Sn}^{2+}$  ( $0,1 \text{ mol L}^{-1}$ )

1. Écrire le symbole de la pile avec la tige d'étain à droite.

Faire son schéma.

2. La f.é.m normale de la pile est  $E^0 = -0,01 \text{ V}$   
 a) calculer la constante d'équilibre de la réaction :



- b) Quelle est la f.é.m de la pile ainsi formée?

En déduire la réaction qui a lieu spontanément lorsque la pile fonctionne.

**Exercice N°4:**

Une lame de manganèse Mn, plongée dans une solution aqueuse de chlorure d'étain ( $\text{SnCl}_2$ ), se recouvre d'un dépôt d'étain.

1.
  - a) Quels sont les couples rédox mis en jeu dans la réaction
  - b) Quel est l'oxydant le plus fort?
1. On forme une pile électrochimique en associant les deux couples précédents pris dans les conditions standards.
  - a) Préciser le pôle positif de la pile et indiquer le sens de circulation des électrons dans le circuit extérieur.
  - b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se déroule lorsque la pile fonctionne.
  - c) La f.é.m de la pile est de 890 mV dans les conditions standards. Déterminer la constante d'équilibre de la réaction
  - d) Sachant que le potentiel normal du couple  $\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}$  est égale à 0,14V, calculer le potentiel normal du couple auquel appartient le manganèse.
  - e) Proposer une méthode permettant de mesurer le potentiel normal du couple  $\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}$ .

**Exercice N°5**

On considère la pile symbolisée par:  $\text{Sn}^{2+}/\text{Sn} (10^{-2}\text{M}) // \text{Pb}^{2+} (10^{-1}\text{M}) / \text{Pb}$   
On donne:  $E^0 (\text{Pb}^{2+}/\text{Pb}) = -0,13\text{V}$   
 $E^0 (\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}) = -0,14\text{V}$

1. Calculer la tension d'électrode de chaque demie-pile.
2. Schématiser la pile en précisant la polarité de la pile et écrire l'équation bilan de la réaction spontanée.
3. Calculer la constante d'équilibre relative à la réaction rédox qui a eu lieu.

**Exercice N°6:**

On considère que la température est constante et égale à  $25^{\circ}\text{C}$   
1. On réalise la pile  $P_1$  formée par l'électrode normale à hydrogène, placée à gauche et le couple  $\text{Ni}^{2+} (1 \text{ mol l}^{-1}) / \text{Ni}$ , placé à droite. La mesure de la f.é.m de cette pile donne

$E_1^0 = -0,25\text{V}$ ; son pôle positif étant à gauche.

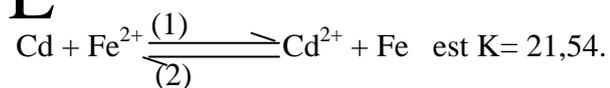
- a) Faire un schéma, avec toutes les précisions nécessaire P, de la pile  $P_1$ .

- b) Préciser le sens du courant dans le circuit extérieur et écrire l'équation bilan de la réaction spontanée qui se déroule dans la pile  $P_1$  quand celle-ci débite un courant.
- c) Déterminer le potentiel normal rédox du couple  $Ni^{2+}/Ni$ .
2. On réalise la pile  $P_2$  en associant les deux couples rédox suivant:  $Ni^{2+}/Ni$  (placé à gauche) et  $Co^{2+}/Co$  (placé à droite)
- on donne  $E_{Co^{2+}/Co}^0 = -0,28V$

- a) Donner le symbole de la pile  $P_2$  et écrire l'équation chimique associée à cette pile.
- b) Déterminer la f.é.m normale de la pile  $P_2$  et la constante d'équilibre de la réaction associée à cette pile.
- c) Calculer la f.é.m de cette pile quand  $[Ni^{2+}] = 0,1 mol L^{-1}$  et  $[Co^{2+}] = 0,1 mol L^{-1}$ . Ecrire alors l'équation de la réaction qui se produit spontanément quand la pile débite un courant.
- d) Calculer les concentrations molaires  $[Co^{2+}]$  et  $[Ni^{2+}]$  quand la pile ne débite plus de courant électrique dans le circuit extérieur.
- On suppose que les solutions dans les compartiments de gauche et de droite, ont le même volume.

### Exercice N°7:

La constante d'équilibre de la réaction:

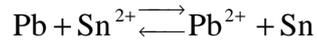


- Faire le schéma de la pile associée à cette équation
- Préciser le sens de la circulation des électrons et la polarité de la pile lorsque  $[Cd^{2+}] = 0,1 mol L^{-1}$  et  $[Fe^{2+}] = 2.10^{-3} 0,1 mol L^{-1}$
- Les deux compartiments de la pile ont même volume, déterminer les molarités des ions  $Cd^{2+}$  et  $Fe^{2+}$  à l'équilibre.
- L'équilibre étant atteint, on ajoute de l'eau distillée à l'un des compartiments de la pile; on constate que la pile débite de nouveau et que sa polarité est inversée. Interpréter et indiquer dans quel compartiment a lieu l'addition de l'eau.

### Exercice N°8:

On réalise une pile avec les couples  $Pb^{2+}/Pb$  de potentiel normal  $E_{Pb^{2+}/Pb}^0 = -0,13 V$  et le couple  $Sn^{2+}/Sn$  de potentiel normal  $E_{Sn^{2+}/Sn}^0 = -0,14 V$ . Les solutions sont molaires.

1. Schématiser la pile dont l'équation de la réaction associée est :



2. a) Calculer la f.e.m de cette pile.  
 b. Lorsque la pile débite un courant électrique dans un circuit extérieur, préciser le sens de ce courant.  
 c. Ecrire les demi équations des réactions ayant lieu au niveau de chaque électrode ainsi que l'équation de la réaction globale.
1. Après une durée de fonctionnement la f.e.m de la pile devient  $E = - 0,008$  V. Déterminer les nouvelles molarités des ions  $\text{Pb}^{2+}$  et  $\text{Sn}^{2+}$  ( les solutions des deux compartiments ont même volume).
2. a- Déterminer la constante d'équilibre de la réaction spontanée.  
 b- Déterminer les molarités des ions  $\text{Pb}^{2+}$  et  $\text{Sn}^{2+}$  à l'équilibre.
3. On considère maintenant la pile à l'équilibre dynamique. On dissout dans le compartiment de droite du chlorure d'étain ( $\text{SnCl}_2$ ) pour ramener la concentration de  $\text{Sn}^{2+}$  à la valeur  $1,90 \text{ mol.L}^{-1}$ .  
 a- Calculer la nouvelle valeur de le f.e.m. de la pile dans ces conditions. Que se passe-t-il alors dans le circuit ?  
 b- Retrouver ce résultat en utilisant les lois d'équilibre.

### Exercice N° 9 :

La température est maintenue constante et égale à  $25^\circ\text{C}$ . On réalise la pile syntoniser par :  $\text{Fe}/\text{Fe}^{2+}(\text{mol.L}^{-1})//\text{Cd}^{2+}(\text{mol.L}^{-1})/\text{Cd}$ . La force électromotrice (f.e.m.) de cette pile est :  $0,04\text{V}$ .

1. a) Faire le schéma de la pile et préciser sa polarité. Indiquer sur le schéma le sens du courant et celui du mouvement des électrons quand la pile débite.  
 b) Ecrire l'équation chimique de la réaction associée à cette pile.  
 c) Sachant que le potentiel normal redox du couple  $\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}$  est  $E^0_{(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe})} = -0,44 \text{ V}$  déterminer le potentiel normal redox du couple  $\text{Cd}^{2+}/\text{Cd}$ .
2. On modifie, dans la pile précédente, la concentration initiale des ions  $\text{Cd}^{2+}$  qui devient égale à  $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  et on garde celles des ions  $\text{Fe}^{2+}$  égale à  $1 \text{ mol.L}^{-1}$ .  
 a) Calculer la nouvelle valeur de la f.e.m. de la pile ainsi obtenue.  
 b) Ecrire l'équation de la réaction spontanée qui se produit quand cette pile débite.  
 c) Déterminer la valeur de la constante d'équilibre relative à cette réaction.

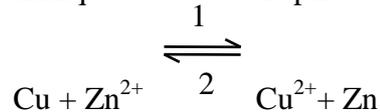
### Exercice N° 10 :

Les potentiels normaux d'oxydo – réduction des couples  $\text{Co}^{2+}/\text{Co}$  et  $\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}$  sont respectivement :  $E_1^0 = -0,277 \text{ V}$  ;  $E_2^0 = -0,25 \text{ V}$ .

1. Comparer les pouvoirs oxydant et réducteur de ces deux couples. Justifier la réponse.
2. On arme les deux demi – piles A et B suivantes :
  - demi – pile A : une tige nickel plongeant dans une solution de  $\text{Ni}^{2+}$ .
  - demi – pile B : une tige de cobalt plongeant dans une solution de  $\text{Co}^{2+}$ .
    - a) Schématiser la pile formée par les deux demi – piles A et B reliées par un pont électrolytique.
    - b) Indiquer le pôle positif de la pile et écrire l'équation de la réaction globale lorsqu'elle débite dans un circuit extérieur ; en déduire la f.e.m. standard de la pile.
3. a) Exprimer la f.e.m. de cette pile en fonction de la concentration en  $\text{Ni}^{2+}$  sachant que  $[\text{Co}^{2+}] = 0,2 \text{ mol.L}^{-1}$ .  
b) A partir de quelle valeur de la concentration en  $\text{Ni}^{2+}$  la pile change de polarité ?

## 🔥 Exercice N°1:

1. L'équation chimique associée à la pile considérée s'écrit:



D'après la loi de Nernst, l'expression de la f.e.m de la pile s'écrit:

$$E = E^0 - \frac{0,06}{n} \log \frac{[\text{Cu}^{2+}]}{[\text{Zn}^{2+}]} \text{ avec } n=2$$

$$\text{A l'équilibre on a } E=0 \text{ et } \frac{[\text{Cu}^{2+}]}{[\text{Zn}^{2+}]} = K; K \text{ étant la}$$

constante d'équilibre de la réaction (1)

$$\text{il vient: } E^0 - 0,03 \log K = 0 \text{ d'où } K = 10^{\frac{E^0}{0,03}}$$

$$\text{A.N: } K = 10^{-36,66}.$$

2. La f.e.m de la pile est donnée par la loi de Nernst:

$$E = E^0 - 0,03 \log \frac{[\text{Cu}^{2+}]}{[\text{Zn}^{2+}]} \text{ à } 25^\circ\text{C}$$

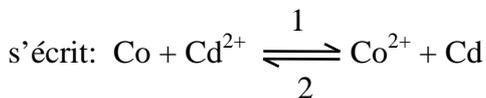
avec  $[\text{Cu}^{2+}] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

et  $[\text{Zn}^{2+}] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ . A.N:  $E = -1,07 \text{ (V)}$

## 🔥 Exercice N°2:

1. On a la pile:  $\text{Co}/\text{Co}^{2+} // \text{Cd}^{2+}/\text{Cd}$ .

L'équation chimique associée à cette pile



L'expression de la f.e.m de la pile est donnée par la loi de

$$\text{Nernst: } E = E^0 - 0,03 \log \frac{[\text{Co}^{2+}]}{[\text{Zn}^{2+}]} \text{ à } 25^\circ\text{C}$$

$E^0$  étant la f.e.m normale de la pile.

$$2. \text{ Lorsque } [\text{Co}^{2+}] = [\text{Cd}^{2+}] \text{ on aura } \log \frac{[\text{Co}^{2+}]}{[\text{Zn}^{2+}]} = 0$$

d'où  $E = E^0$ . D'après l'expérience n°1 on a donc  $E^0 = 0,12 \text{ V}$

3. Par définition la f.e.m est:  $E = V_{bD} - V_{bG}$



### Commentaires et conseils

\* Attention:  
Respecter dans l'écriture de l'équation, le symbole de la pile c'est à dire Cu à gauche et Zn à droite de l'équation.

\*  $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^-$

Cu

$\text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^-$

Zn

le nombre d'électrons n échangé est égal à 2.

C'est à dire  $E = V_{cd} - V_{co}$

- Le signe de E permet de prévoir la réaction spontanée.

➡ **Expérience n°1:**

On a une f.e.m. E négative, donc  $V_{cd} < V_{co}$  la lame de Cd constitue la borne négative de la pile, donc les électrons sont cédés par la lame de Cd, la réaction spontanée est donc la réaction correspondant au sens (2).

➡ **Expérience n°2:**

E étant positive, donc  $V_{cd} > V_{co}$ ; la lame de Cd constitue la borne positive de la pile; les électrons sont fournis par la lame de Co. La réaction spontanée correspond au sens

(1). ➡ **Expérience n°3:**

Même cas que l'expérience n°1

- On a :  $E^0 = E^0_{Cd^{2+}/Cd} - E^0_{Co^{2+}/Co}$

Or  $E^0$  est négative donc  $E^0_{Cd^{2+}/Cd} - E^0_{Co^{2+}/Co} < 0$

On en déduit que:  $Co^{2+}$  est plus oxydant que  $Cd^{2+}$ ;  $Co^{2+}$  subira donc une réduction.

On remarque que ces résultats ne sont pas respectées dans l'expérience n°2.

Dans cette expérience,  $Cd^{2+}$  (oxydant le plus faible) a réagit avec Co (réducteur le plus faible).

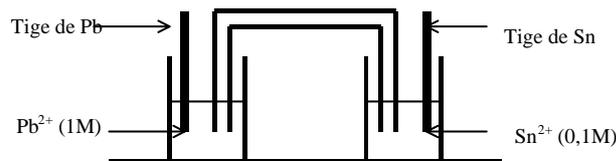
Donc ce n'est pas toujours que l'oxydant et le réducteur les plus forts réagissent. Ceci dépend des concentrations initiales.

 **Exercice N° 3:**

1. Symbole de la pile:

$Pb / Pb^{2+} (1mol.L^{-1}) // Sn^{2+} (0,1 mol.L^{-1}) / Sn$

schéma de la pile:



2. a) L'équation chimique associée à la pile considérée est:



 **Commentaires et conseils**

\* L'oxydant le plus fort correspond au potentiel normal le plus élevé.

\* Ne pas oublier le pont de jonction entre les deux solutions.

La f.e.m. de la pile a pour expression:

$$E = E^0 - 0,03 \log \frac{[\text{Pb}^{2+}]}{[\text{Sn}^{2+}]}$$

avec  $E^0$  la f.e.m. normale de la pile:  $E^0 = -0,01\text{V}$

A l'équilibre dynamique,  $E$  est nulle et la fonction

$$\pi = \frac{[\text{Pb}^{2+}]}{[\text{Sn}^{2+}]}$$
 est égale à la constante d'équilibre  $K$  de la réaction

correspondant au sens (1).

$$E = 0 \text{ signifie } E^0 = 0,03 \log K, \text{ d'où } K = \frac{E^0}{10^{0,03}}$$

$$\text{A.N: } K = 0,467.$$

$$\text{b) } E = E^0 - 0,03 \log \frac{[\text{Pb}^{2+}]}{[\text{Sn}^{2+}]}; \text{ avec } [\text{Pb}^{2+}] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

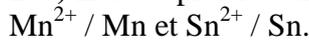
et  $[\text{Sn}^{2+}] = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ . A.N:  $E = -0,04\text{V}$ .

$$E = V_{\text{bD}} - V_{\text{bG}} = V_{\text{sn}} - V_{\text{pb}}$$

$E$  étant négative, le potentiel électrique de la borne de droite est inférieur à celui de la borne de gauche: L'électrode d'étain  $\text{Sn}$  constitue la borne négative de la pile; les électrons sont donc cédés par la tige d'étain. La réaction spontanée correspond donc au sens (2).

### Exercice N°4:

1. a) Les couples redox mis en jeu sont:



b) La formation du dépôt d'étain montre que les ions  $\text{Sn}^{2+}$  ont été réduits; au même temps, le manganèse métal s'oxyde. On en déduit que  $\text{Sn}^{2+}$  est un oxydant plus fort que l'oxydant  $\text{Mn}^{2+}$ .

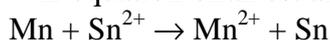
2. a) On forme une pile avec les deux couples redox précédents. Puisque  $\text{Sn}^{2+}$  est plus oxydant que  $\text{Mn}^{2+}$ , dans les conditions standards, les électrons circulent dans le circuit extérieur de la lame de  $\text{Mn}$  vers la lame de  $\text{Sn}$ . Le pôle positif de la pile est donc constitué par la lame de zinc.

b) D'après ce qui précède, les demi-équations

aux électrodes sont:



L'équation-bilan est alors:



c) L'expression de la f.e.m.  $E$  de la pile s'écrit:

$$E = E^0 - 0,03 \log \frac{[\text{Mn}^{2+}]}{[\text{Sn}^{2+}]}$$

A l'équilibre on a  $E = 0$  et  $\pi_{\text{eq}} = \frac{[\text{Mn}^{2+}]_{\text{eq}}}{[\text{Sn}^{2+}]_{\text{eq}}} = K$

il vient  $E^0 = 0,03 \log K$ , d'où  $K = \frac{E^0}{10^{0,03}}$

avec  $E^0 = 890 \text{ (mV)} = 0,890 \text{ (V)}$ .

A.N:  $K = 10^{29,66}$

d) La f.e.m. normale  $E^0 = E^0_{\text{D}} - E^0_{\text{G}}$

$$E^0 = E^0_{\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}} - E^0_{\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}}$$

Or  $E^0_{\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}} = -0,14 \text{ (V)}$  et  $E^0 = 0,890 \text{ (V)}$

d'où  $E^0_{\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}} = -1,03 \text{ (V)}$ .

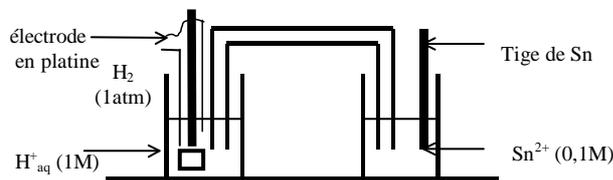
c) Pour mesurer le potentiel normal du couple  $\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}$ , on constitue une pile formée par deux demi-piles:

- L'une est constituée par le couple  $\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}$

L'autre est la demi-pile normale à hydrogène.

On doit être dans les conditions standards; c'est à dire  $[\text{Sn}^{2+}] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ , la pression du dihydrogène est égale à 1 atm,

et  $[\text{H}^+_{\text{aq}}] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ .



On pose par convention  $E^0_{\text{H}^+/\text{H}_2} = 0$  quelque soit la température.

Or  $E^0 = E^0_{\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}} - E^0_{\text{H}^+/\text{H}_2}$ ; la mesure de  $E^0$

(algébriquement) permet donc de connaître la valeur de

$E^0_{\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}}$  par rapport au couple de référence  $\text{H}^+/\text{H}_2$ .

Commentaires  
et conseils

Pour la demi-pile de référence, l'électrode doit être inattaquable par les ions  $\text{H}^+$ .

## 🔥 Exercice N°5:

1. La tension d'électrode de la demi-pile de gauche, siège de la réaction électrochimique:

$\text{Sn}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Sn}$  est donné par:

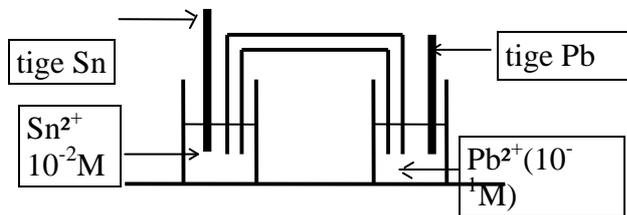
$$E_{\text{pb}^{2+}/\text{pb}} = E^0_{\text{pb}^{2+}/\text{pb}} + \frac{0,06}{2} \log[\text{Pb}^{2+}]$$

A.N:  $E^0_{\text{pb}^{2+}/\text{pb}} = -0,16 \text{ (V)}$

De même la tension d'électrode de la demi-pile de droite est donnée par :

$$E_{\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}} = E^0_{\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}} + \frac{0,06}{2} \log[\text{Sn}^{2+}] \quad \text{A.N: } E^0_{\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}} = -0,20 \text{ (V)}$$

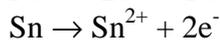
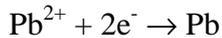
2. Schéma de la pile symbolisée par:



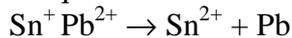
D'après le calcul précédent on a:  $E_{\text{pb}} > E_{\text{sn}}$ .

La f.e.m. de la pile  $E = E_{\text{pb}} - E_{\text{sn}}$  est positive; donc l'électrode de plomb constitue la borne positive de la pile; les électrons circulent alors dans le circuit extérieur de la tige d'étain Sn vers celle du plomb Pb. Les ions  $\text{Pb}^{2+}$  se réduisent; et l'étain métal s'oxyde.

Les réactions aux électrodes sont:



L'équation bilan de la réaction spontanée est:



3. La f.e.m. de la pile s'écrit:

$$E = E^0 - 0,03 \log \frac{[\text{Sn}^{2+}]}{[\text{Pb}^{2+}]}$$

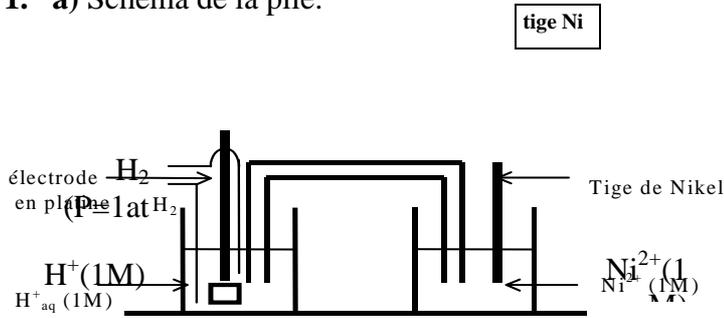
avec  $E^0 = E^0_{\text{pb}^{2+}/\text{pb}} - E^0_{\text{sn}^{2+}/\text{sn}} = +0,01 \text{ (V)}$

À l'équilibre dynamique on a  $E = 0$ , il vient

$$k = \frac{[\text{Sn}^{2+}]_{\text{eq}}}{[\text{Pb}^{2+}]_{\text{eq}}} = 10^{\frac{E^0}{0.03}}; \text{A.N: } k = 21,38.$$

**Exercice N°6:**

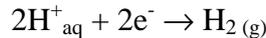
1. a) Schéma de la pile:



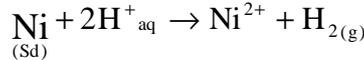
puisque le pôle positif de la pile est à gauche

(d'après l'énoncé), le courant circule, à l'extérieur de la pile de l'électrode de platine vers l'électrode de nickel. Les électrons sont cédés alors par l'électrode de nickel; le nickel a été donc oxydé:  $\text{Ni}_{(\text{sd})} \rightarrow \text{Ni}^{2+} + 2e^-$  et les ions

$\text{H}^+_{\text{aq}}$  ont été réduits:



L'équation bilan de la réaction spontanée est:



c) La f.e.m. normale  $E^0_1$  est:  $E^0_1 = V_{\text{bD}} - V_{\text{bG}}$

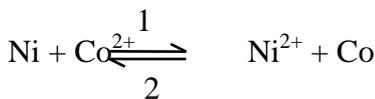
soit  $E^0 = E^0_{\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}} - E^0_{\text{H}^+/\text{H}_2}$

Or le couple  $\text{H}^+/\text{H}_2$  est choisi comme un couple de référence tel que  $E^0_{\text{H}^+/\text{H}_2} = 0$  volt

d'où  $E^0_{\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}} = E^0_1 = -0,25$  V.

2. a) Symbole de la pile  $P_2$ :  $\text{Ni} / \text{Ni}^{2+} // \text{Co}^{2+} / \text{Co}$

L'équation chimique associée à cette pile s'écrit:



b) La f.e.m. normale  $E^0_2$  de la pile est:

$$E^0 = E^0_{\text{Co}^{2+}/\text{Co}} - E^0_{\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}}$$

A.N:  $E_2^0 = -0,03V$

L'expression de la f.e.m. E de la pile s'écrit:

$$E = E_2^0 - 0,03 \log \frac{[Ni^{2+}]}{[Co^{2+}]}$$

A l'équilibre dynamique (pile usée,  $i=0$ ) on a  $E=0$

Il vient:  $E_2^0 = 0,03 \log K$  avec:  $k = \frac{[Ni^{2+}]_{eq}}{[Co^{2+}]_{eq}}$

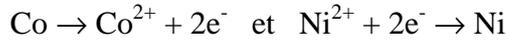
d'où  $K = 10^{\frac{E_2^0}{0,03}}$  A.N:  $K=0,1$

c) Pour  $[Ni^{2+}] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$  et  $[Co^{2+}] = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  la f.e.m. E de la pile est:

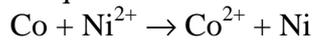
$$E = E^0 - 0,03 \log \frac{[Ni^{2+}]}{[Co^{2+}]}$$

A.N:  $E = -0,06 (V)$ .

Puisque la f.e.m. E est négative, l'électrode de droite (Co) constitue la borne négative; les électrons sont cédés par cette électrode. On a donc les réactions aux électrodes suivantes:



L'équation-bilan de la réaction spontanée est:



c) On suppose qu'au cours du fonctionnement, les volumes des deux compartiments de la pile restent constants. On a la constante d'équilibre:

$$k = \frac{[Ni^{2+}]_{eq}}{[Co^{2+}]_{eq}} = 1/10 \quad \text{ce qui donne :}$$

$$[Co^{2+}]_{eq} = 10 [Ni^{2+}]_{eq} \quad (1)$$

d'autre part on a  $[Co^{2+}]_0 + [Ni^{2+}]_0 = 1,1 \text{ mol.L}^{-1}$ .

$$[Co^{2+}]_0 + [Ni^{2+}]_0 = [Co^{2+}]_{eq} + [Ni^{2+}]_{eq} = 1,1 \text{ mol.L}^{-1}$$

d'où le système suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} [Co^{2+}]_{eq} = 10 [Ni^{2+}]_{eq} \quad (1) \\ [Co^{2+}]_{eq} + [Ni^{2+}]_{eq} = 1,1 \text{ mol.L}^{-1} \quad (2) \end{array} \right.$$

La résolution donne:  $[Co^{2+}]_{eq} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$

et  $[Ni^{2+}]_{eq} = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$

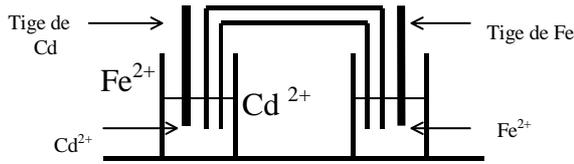
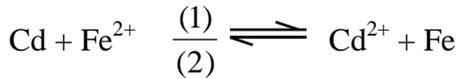
## 🔑 Exercice N°7:

1. Schéma de la pile associée à l'équation:



**Commentaires  
et conseils**

On pourrait calculer la f.e.m. de la pile et selon le signe de E on peut connaître la polarité de la pile.



Calculons la fonction  $\pi_i = \frac{[\text{Cd}^{2+}]}{[\text{Fe}^{2+}]}$

avec  $[\text{Cd}^{2+}] = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  et  $[\text{Fe}^{2+}] = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

**A.N:**  $\pi_i = 50$

$\pi_i > K$ , donc le système chimique va évoluer dans le sens qui fait tendre  $\pi_i$  vers  $K$  c'est à dire  $\pi_i$  doit décroître ( $K = 21,54$ ); donc  $[\text{Cd}^{2+}]$  décroît, et  $[\text{Fe}^{2+}]$  croît. En supposant que les volumes restent constants, on a  $n_{\text{Cd}^{2+}}$  décroît et  $n_{\text{Fe}^{2+}}$  croît. La réaction correspondant au sens (2) se déroule spontanément. Ainsi le fer s'oxyde et les ions  $\text{Cd}^{2+}$  se réduisent. Les électrons circulent donc de la tige de Fe vers la tige de Cd.

Le pôle positif est donc constitué par la tige de Cd et le pôle négatif par la tige de Fe.

**3.** résoudre cette question comme a été fait dans l'exercice précédent: (exercice N° 6 question 2.d).

On trouve  $[\text{Fe}^{2+}]_{\text{eq}} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  et  $[\text{Cd}^{2+}] = 97,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

**4.** Dans la question 2, le pôle positif est constitué par la tige Cd. Une fois l'équilibre dynamique est atteint, on ajoute de l'eau dans l'un des compartiments. Cette addition de l'eau fait diminuer la concentration molaire de l'un des constituants du système (on suppose le volume constant). D'après la loi de modération, le système répond en se déplaçant dans le sens qui tend à modérer cette perturbation c'est à dire, augmenter la concentration molaire du constituant considéré.

La fonction  $\Pi$  des concentrations est donc différente de la constante d'équilibre  $K$ , alors la pile va de nouveau débiter un courant.

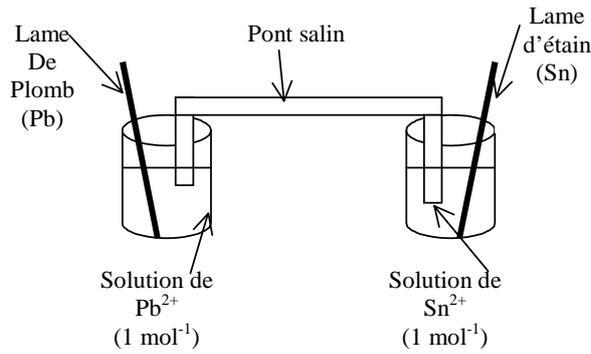
Or la polarité a été inversée, c'est à dire que le pôle positif est maintenant constitué par la tige de Fe, les électrons sont donc fournis par la tige de Cd, l'équilibre est déplacé dans le sens correspondant à la réaction (1).

$[\text{Cd}^{2+}]$  croît; on a donc ajouté de l'eau dans le compartiment de droite (d'après la loi de modération).



### Exercice N°8:

1-

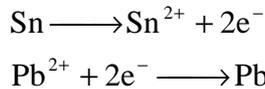


2- a- La pile étant dans les conditions standards alors la f.e.m.  $E = E^\circ$ .

soit  $E = E^\circ_{\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}} - E^\circ_{\text{Pb}^{2+}/\text{Pb}}$  **A.N.:  $E = -0,01 \text{ V}$**

b-  $E^\circ$  étant négative alors l'électrode de droite est la borne négative de la pile, et l'électrode de gauche est la borne positive ; donc le courant circule dans le circuit extérieur de la lame de Pb vers la lame de Sn.

a- D'après ce qui précède on peut écrire alors :



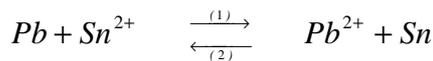
l'équation bilan s'écrit :



3- D'après la loi de Nernst on a :

$$E = E^\circ - 0,03 \log \frac{[\text{Pb}^{2+}]}{[\text{Sn}^{2+}]} \quad (1)$$

déterminons  $[\text{Pb}^{2+}]$  et  $[\text{Sn}^{2+}]$  lorsque la f.e.m.  $E$  devient  $E=0,008 \text{ V}$ .



à  $t = 0$                       1                                      1                      mol.L<sup>-1</sup>

à  $t = t_1$                       1 + x                                      1 - x                      mol.L<sup>-1</sup>

La relation (1) devient :

Pour faire le schéma de la pile il faut respecter le symbole correspondant. C'est à dire le métal Sn est écrit à droite, alors dans le schéma l'électrode de Sn s'écrit à droite.

$$E^\circ = E^\circ_{\text{bD}} - E^\circ_{\text{bG}}$$

\* Attention la réaction relative au sens (2) est la réaction spontanée. On peut raisonner à partir des quantités de matière (nombres de moles).

$$E = E^\circ - 0,03 \log \frac{1-x}{1+x}$$

$$\text{soit } \log \frac{1-x}{1+x} = \frac{E^\circ - E}{0,03} = -\frac{0,2}{3}$$

$$x = 0,07 \text{ mol.L}^{-1}$$

On a alors :  $[\text{Pb}^{2+}] = 1-x$  soit  $[\text{Pb}^{2+}] = 0,93 \text{ mol.L}^{-1}$   
 et  $[\text{Sn}^{2+}] = 1+x$  soit  $[\text{Sn}^{2+}] = 1,07 \text{ mol.L}^{-1}$

$$\log \frac{1-x}{1+x} = -0,067 \text{ d'où } \frac{1-x}{1+x} = 0,857$$

La résolution de cette équation donne :

$$4- \text{ a. A l'équilibre } E = 0 \text{ d'où } E^\circ = 0,03 \log \frac{[\text{Pb}^{2+}]_{\text{éq}}}{[\text{Sn}^{2+}]_{\text{éq}}}$$

$$\frac{[\text{Pb}^{2+}]_{\text{éq}}}{[\text{Sn}^{2+}]_{\text{éq}}} = K : \text{ Constante d'équilibre de la réaction relative au sens (1) ;}$$

$$\frac{E^\circ}{10^{0,03}} \text{ A.N. : } \underline{\underline{K = 0,46}}$$

La réaction spontanée étant la réaction relative au sens (1), sa constante d'équilibre est alors :  $K' = \frac{1}{K} = 2,17$ .

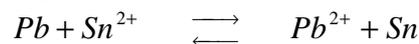
$$\text{b. } K = \frac{[\text{Pb}^{2+}]_{\text{éq}}}{[\text{Sn}^{2+}]_{\text{éq}}} = \frac{1-x'}{1+x'} \text{ d'où } x' = 0,33 \text{ mol.L}^{-1}.$$

Il vient :  $[\text{Pb}^{2+}]_{\text{éq}} = 0,63 \text{ mol.L}^{-1}$ .  
 Et  $[\text{Sn}^{2+}]_{\text{éq}} = 1,37 \text{ mol.L}^{-1}$ .

$$5- \text{ a. } E = E^\circ - 0,03 \log \frac{[\text{Pb}^{2+}]}{[\text{Sn}^{2+}]} ; E = E^\circ - 0,03 \log \frac{0,63}{1,90}$$

soit  $E = + 0,004 \text{ V} > 0$ .

La pile, après avoir été utilisée, elle débite de nouveau du courant circulant dans le sens contraire que précédemment.



$$\text{b. E - I (à } t = 0) \quad 1,37 \quad \quad 0,63 \quad \text{mol.L}^{-1}$$

$$t = t_1 \quad \quad 1,90 \quad \quad 0,63 \quad \text{mol.L}^{-1}$$

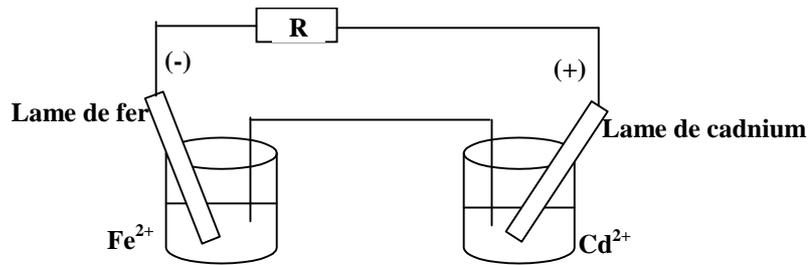
à la date  $t=0$  le système est en équilibre dynamique  $\pi_{\text{éq}} = K$ .

à la date  $t_1$ ,  $\pi = \frac{[Pb^{2+}]}{[Sn^{2+}]}$  <  $K$  ; le système n'est plus en équilibre, il évolue dans

le sens qui tend à augmenter  $\pi$  et la faire tendre vers  $K$  d'où la réaction (1) serait favorisée. Ce résultat est attendu selon la loi de modération : le système étant en équilibre, on vient d'augmenter  $[Sn^{2+}]$ , alors le système évolue dans le sens qui tend à diminuer la concentration de ce constituant ( $Sn^{2+}$ ).

### 🔥 Exercice N°9 :

1. a) ♦ Schéma de la pile :



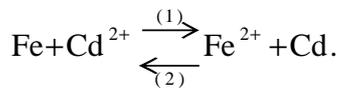
♦ la f.e.m. de la pile ainsi constituée est  $E = 0,04V$  ;

$$\text{or } E = V_{bD} - V_{bG} \text{ soit } E = V_{cd} - V_{Fe} > 0$$

donc la lame de cadmium constitue la borne positive de la pile ; celle de fer est la borne négative.

♦ Les électrons sont cédés par la barre de fer ; ils circulent alors de la lame de fer vers la lame de cd. Le sens du courant est le sens inverse de déplacement des électrons.

b) Equation associée à la pile :



c) D'après la loi de Nernst l'expression de la f.e.m. s'écrit :

$$E = E^0 - 0,03 \log \frac{[Fe^{2+}]}{[Cd^{2+}]}$$
 avec  $E^0$  : la f.e.m. normale de la pile.

$$D'où : E^0 = E + 0,03 \log \frac{[Fe^{2+}]}{[Cd^{2+}]} \text{ avec } \frac{[Fe^{2+}]}{[Cd^{2+}]} = 1$$

$$\text{Il vient } E^0 = 0,04V ; \text{ or } E^0 = E^0_{(Cd^{2+}/Cd)} - E^0_{(Fe^{2+}/Fe)}.$$

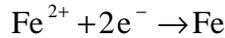
$$\text{Il vient } E^0_{(Cd^{2+}/Cd)} = E^0_{(Fe^{2+}/Fe)} \text{ soit } E^0_{(Cd^{2+}/Cd)} = -0,40V$$

$$2. a) \text{ On a } E = E^0 - 0,03 \log \frac{[Fe^{2+}]}{[Cd^{2+}]}$$

$$\text{avec } [Fe^{2+}] = 1 \text{ mol.L}^{-1} \text{ et } [Cd^{2+}] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} ; E = 0,04V$$

$$\text{A.N. : } E = -0,02\text{V}$$

b) E étant négative, la borne de droite (cd) constitue la borne négative, la lame cède les électrons. Les équations aux électrodes qui se produisent sont alors :  $\text{Cd} \rightarrow \text{Cd}^{2+} + 2\text{e}^-$



$$\text{c) } E = E^0 - 0,03 \log \frac{[\text{Fe}^{2+}]}{[\text{Cd}^{2+}]} \text{ à l'équilibre dynamique } E = 0\text{V};$$

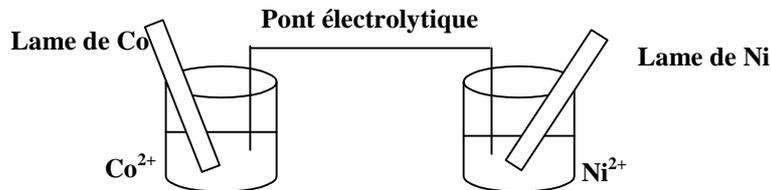
$$\frac{[\text{Fe}^{2+}]}{[\text{Cd}^{2+}]} = k \text{ la constante d'équilibre de la réaction (1) est } K' = \frac{1}{K}$$

$$E^0 - 0,03 \log = 0 \text{ d'où } K = \frac{E^0}{10\%{}^3} = 10^{\frac{0,04}{0,03}} K = 21,5 \text{ d'où } K' = \frac{1}{K} = 4,65 \cdot 10^{-2}.$$

### 🔑 Exercice N° 10 :

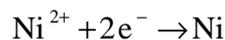
1. on a  $E^0(\text{Co}^{2+}/\text{Co}) = E_1 = -0,277\text{V}$  ;  $E^0(\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}) = E_2 = -0,25\text{V}$  ;  
 $E_1 > E_2$  alors Co est plus réducteur que Ni et  $\text{Ni}^{2+}$  est plus oxydant que  $\text{Co}^{2+}$ .

2. a)



b)  $\text{Ni}^{2+}$  étant plus oxydant que  $\text{Co}^{2+}$  ; les ions  $\text{Ni}^{2+}$  subissent donc une réduction et le métal Co s'oxyde.

Les équations aux électrodes sont :



Equation bilan :  $\text{Co} + \text{Ni}^{2+} \rightarrow \text{Co}^{2+} + \text{Ni}$  ; les électrons étant cédés par la lame de Co, le courant circule alors de la lame de Ni vers la lame de Co. La lame de Ni constitue la borne positive de la pile, et la lame de Co la borne négative. La f.e.m. standard de la pile est :  $E^0 = E^0(\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}) - E^0(\text{Co}^{2+}/\text{Co})$  soit  $E^0 = +0,027\text{V}$ .

3. a) d'après la loi de Nernst on écrit :

$$E = E^0 - 0,03 \log \frac{[\text{Co}^{2+}]}{[\text{Ni}^{2+}]} \text{ avec } E^0 = 0,027\text{V}; [\text{Co}^{2+}] = 0,2 \text{mol.L}^{-1}.$$

Il vient  $E = 0,048 + 0,03 \log [\text{Ni}^{2+}]$ .

b)  $E=0$  alors  $[Ni^{2+}]=2,51.10^{-2}mol.L^{-1}$ .

$[Ni^{2+}](mol.L^{-1})$	$2,51.10^{-2}$
$E(V)$	-      0      +

## Réponses à « Contrôlez vos connaissances »

1.b) juste; c) juste

2.a) juste

3. Les molarités des cations sont égales à  $1 \text{ mol L}^{-1}$  et éventuellement la pression  $P=1 \text{ atm}$ .

4. Faux

5.  $K$  étant très grande, le couple  $\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}$  a un pouvoir réducteur plus fort que le couple  $\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}$

6. non

7. oui :  $E = V_{\text{bD}} - V_{\text{bG}}$  si  $E > 0$ , la borne positive est celle constituée par la lame de droite.  
si  $E < 0$ , la borne positive est celle constituée par la lame de gauche.

8. Oui à condition que les concentrations initiales soient différentes





**Fehri Sidhom** né le 12 Aout 1949 et décédé le 28 Aout 2020, est un professeur principal en physique-chimie, diplômé en juin 1973 de la faculté des sciences de Tunis. Après 35 ans d'enseignement au sein du lycée Mahmoud el Messadi de Nabeul, il a pris sa retraite en 2009.

**« Ce livre est un hommage à son âme »**